



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

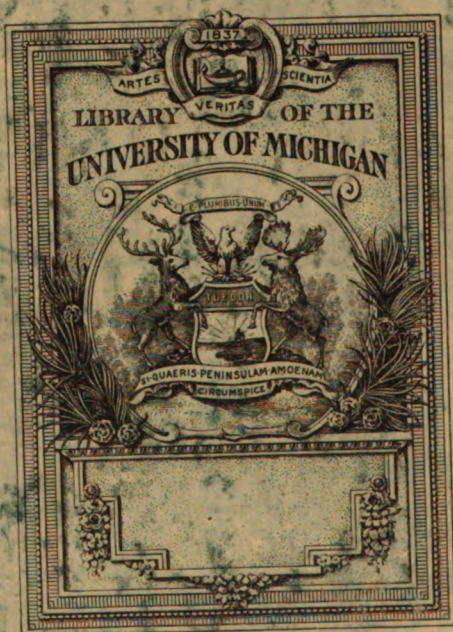
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

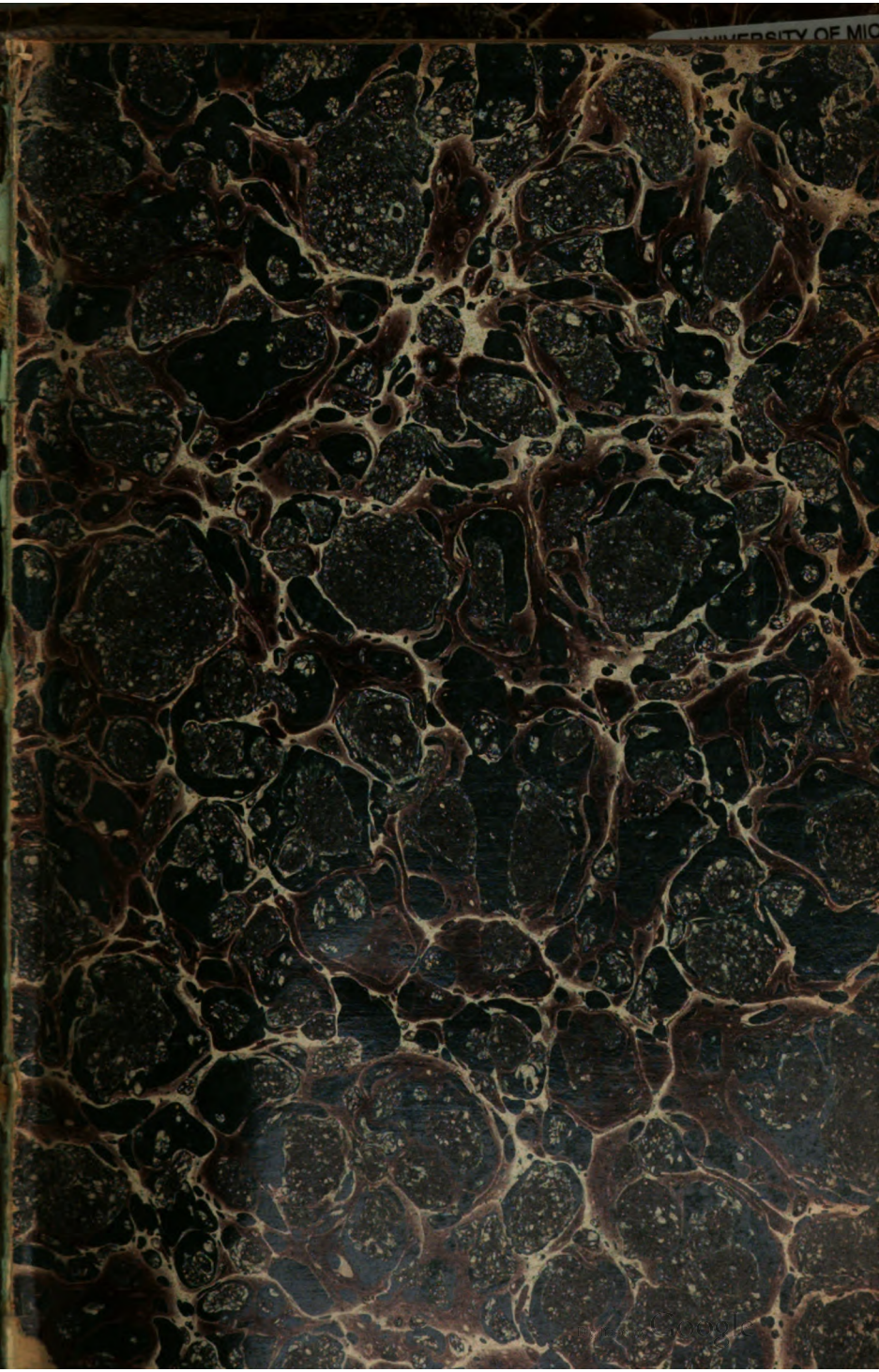
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





1' 10-2

QC

1

A613

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

B A N D CXXVII.

ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON
J. C. POGGENDORFF.

SIEBENTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.



ANNALEN
DER
P H Y S I K
UND
C H E M I E.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERT SIEBENUNDZWANZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDDRITTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1866.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

I n h a l t

des Bandes CXXVII der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

	Seite
I. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke . . .	1
I. Ueber das Eindringen des total reflectirten Lichts in das dünnere Medium.	
II. Ueber die Abhängigkeit des Strahlungsvermögens der Körper von der Natur der umgebenden Mittel; von G. v. Quintus-Idilius	30
III. Ueber Wasserstoff-Entwicklung an der Anode; von W. Beetz	45
IV. Experimental-Untersuchungen über die Volta-elektrische Induc- tion; von H. Buff	57
V. Ueber einige sonderbare Wirkungen der Molecularkräfte bei Flüssigkeiten; von G. van der Mensbrugghe	97
VI. Die Statik der Netzhaut und die pseudoskopischen Erscheinungen; von H. Scheffler	105
VII. Ueber die Wärme des elektrischen Funkens; von A. Paal- zow	126
VIII. Ueber die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte; von J. L. Hoorweg	140
IX. Ueber die Bestimmung der Brechunga-Exponenten doppeltbre- chender Substanzen aus ihren Polarisationswinkeln; von F. Pfaff	150

X. Ueber die Verbindungen von phosphorsaurem Natron mit Fluor- natrium; von C. Rammelsberg	158
XI. Ueber das Verhalten des Gypses im Wasser bei höheren Tem- peraturen und die Darstellung von Anhydrit auf nassem Wege; von F. Hoppe-Seyler	161
XII. Ueber den Chrysotil im edlen Serpentin von Reichenstein; von E. Reusch	166
XIII. Ueber einen Gasbrenner zur Intonation großer Röhren; von Demselben	168
XIV. Die chemische Zusammensetzung des Magneteisens aus dem Pftschthal; von E. Söchting	172
XV. Nachtrag zu dem Aufsatz: Ueber die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und der atmosphärischen Luft bei 100°; von P. Bla- serna	174
XVI. Ueber die Ermittlung des Refractionsäquivalentes der Grund- stoffe; von A. Schrauf	175
(Geschlossen am 29. Januar 1866.)	

Zweites Stück.

I. Vergleichende Versuche über die Leistungen der Influenz-Maschine mit und ohne Metall-Belegung; von A. Töpler	177
II. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke (Fort- setzung)	199
II. Ueber die elliptische Polarisation des bei totaler Re- flexion eingedrungenen oder zurückgeworfenen Lichts.	
III. Ueber die Bessinnung des Kupferdrahts der elektromagnetischen Spiralen; von J. Dub	237
IV. Ueber die Reibung der Gase; von O. E. Meyer	263
Zweite Abhandlung: Ueber die Strömung der Gase durch Capillarröhren.	
V. Ueber die niederen Oxyde des Molybdäns; von C. Rammels- berg	281
VI. Ueber die Zusammensetzung der molybdänsauren Salze der Al-	

VII

	Seite
kalium; von M. Delafontaine. Mit Zusätzen von C. Ram- melsberg	293
VII. Ueber natürliches und künstliches Kupferwismuthers; von R. Schneider	302
VIII. Ueber eine neue Elektrisirmaschine; von W. Holtz . . .	320
IX. Zur Frage der Widerstands-Einheit; von W. Siemens . .	327
X. Notiz über die Refractions-Aequivalente und optischen Atomzah- len der Grundstoffe; von A. Schrauf	344
XI. Ein Zwillingskrystall von Manganblende; von Demselben .	348
XII. Ueber den Meteoriten von Sendhadja in Algerien	349
(Geschlossen am 1. März 1866.)	

Drittes Stück.

I. Ueber die Reibung der Gase; von O. E. Meyer	353
Zweite Abhandlung: Ueber die Strömung der Gase durch Capillarröhren (Schluß)	
II. Studie über die Absorption der Wärme- und Lichtstrahlen; von C. Bohn	382
III. Ueber die Einwirkung von Schwefelkohlenstoff, Schwefelwasser- stoff und Chlorwasserstoff auf einige Sauerstoffsalze bei erhöhter Temperatur; von W. Müller	404
IV. Ueber eine rein magnetische Wärme-Compensation des Bifilar- Magnetometers; von C. Braun	433
V. Ueber den in der Theorie der Batterie-Entladung angenommenen Widerstand des Schließungsbogens; von K. W. Knochenhauer .	448
VI. Ueber die mehrfachen Bilder in ebenen Glasspiegeln; von O. Bermann	450
VII. Zur theoretischen Berechnung der Vergrößerung beim Mikro- skop; von Arndt	455
VIII. Ueber eine neue Bestimmung der Quecksilber-Einheit für elek- trische Leitungswiderstände, ausgeführt im Laboratorium des Dr. Siemens von R. Sabine	461
IX. Ueber die Bestimmung der Disgregation eines Körpers und die wahre Wärmecapacität; von R. Clausius	477

X. Bemerkungen zu dem Aufsatz von Paalzow: Ueber die Wärme des elektrischen Funkens; von W. Feddersen	484
XI. Ueber eine neue Verbindung von Schwefelquecksilber und Schwefelkalium; von R. Schneider	488
XII. Ueber die krystallisirte Chromsäure; von C. Rammelsberg	492
XIII. Zersetzung des Jodbleies durch Licht; von W. Schmid	493
XIV. Polarisationsprisma von Hartnack und Prasmowsky	494

(Geschlossen am 3. April 1866.)

Viertes Stück.

I. Ueber eine neue Art akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen; von A. Kundt	497
II. Ueber die Bewegung im widerstehenden Medium; von O. Schieck	524
III. Ueber den bei der Schwefelsäure-Erzeugung stattfindenden Vorgang; von Rud. Weber	543
IV. Ueber die Methode der Schlierenbeobachtung als mikroskopisches Hilfsmittel, nebst Bemerkungen zur Theorie der schiefen Beleuchtung; von A. Töpler	556
V. Einiges zur Kenntniss der chemischen Harmonica; von J. B. Zoch	580
VI. Ueber die Gültigkeit der äquivalenten Längen im einfachen Schließungsbogen der Batterie; von K. W. Knochenhauer	593
VII. Ueber die Polarisation der ausgestrahlten Wärme und ihren Durchgang durch parallele Platten; von G. Magnus	600
VIII. Ueber den Einfluss der Absorption der Wärme auf die Bildung des Thaus; von Demselben	612
IX. Beitrag zur Kenntniss der Zinnselenide; von R. Schneider	624
X. Commutator von neuer Form; von A. Hörmann	638
XI. Ueber einen neuen Commutator; von Ph. Carl	640
XII. Eine Bemerkung über Meeresströmungen; von C. G. Jungk	642
XIII. Kleine Versuche über elektrische Erscheinungen; von F. C. Henrici	646
XIV. Zur Berechnung der Mikroskop-Vergrößerung; von F. Place	656

(Geschlossen am 1. Mai 1866.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

- Taf. I.** — Quincke, Fig. 1, S. 6 u. 213; Fig. 2, S. 17; Fig. 3, S. 26; Fig. 4, 5 u. 6, S. 204; Fig. 7, S. 207; Fig. 8, S. 215; Fig. 9, S. 236; Fig. 10, S. 219. — Beetz, Fig. 11, S. 46. — v. Quintus-Icilius, Fig. 12, S. 31. — Pfaff, Fig. 13, S. 151. — Hoorweg, Fig. 14, S. 148.
- Taf. II.** — Buff, Fig. 1, S. 59; Fig. 2, S. 75; Fig. 3, S. 78; Fig. 4, S. 79; Fig. 5, S. 82; Fig. 6 u. 7, S. 83; Fig. 8, S. 85; Fig. 9, S. 87; Fig. 10, S. 89; Fig. 11, S. 91. — Scheffler, Fig. 12 u. 13, S. 108; Fig. 14, 15 u. 16, S. 109; Fig. 17, S. 111; Fig. 18, 19, 20, S. 112; Fig. 21, S. 115; Fig. 22, S. 116; Fig. 23 u. 24, S. 117; Fig. 25 u. 26, S. 118; Fig. 27, S. 119; Fig. 28, S. 120.
- Taf. III.** — Töpler, Fig. 1 u. 2, S. 184; Fig. 3, S. 186; Fig. 4, S. 178. — Bermann, Fig. 5 u. 5a, S. 451; Fig. 6 u. 7, S. 453.
- Taf. IV.** — Holtz, Fig. 1, S. 320; Fig. 2 u. 3, S. 323.
- Taf. V.** — Kundt, Fig. 1, S. 500; Fig. 2, S. 505; Fig. 3, S. 514; Fig. 4, S. 513; Fig. 5, S. 505; Fig. 6, S. 510; Fig. 7, S. 512.
- Taf. VI.** — Hörmann, Fig. 1, 2, 3 u. 4, S. 639. — Carl, Fig. 5, 5a u. 5b, S. 641. — Zoch, Fig. 6, S. 581; Fig. 7, S. 583; Fig. 8, S. 584; Fig. 9, S. 586; Fig. 10, S. 588; Fig. 11 u. 12, S. 589. — Töpler, Fig. 13, S. 567; Fig. 14, S. 559; Fig. 15, 16 u. 17, S. 566; Fig. 18, S. 573; Fig. 19, S. 574.
- Taf. VII.** — Magnus, S. 616.
-

Berichtigungen.

Zum Aufsatz von Reishaus, Bd. 125.

- S. 641 Z. 17 lies: Ganz besonders aufgefallen ist mir ~~däs~~ bei den ~~nsw.~~,
statt: Ganz besonders aufgefallen ist mir, ~~dafs~~ bei den ~~nsw.~~

Zum Aufsatz von Reishaus, Bd. 126.

- S. 182. Anmerk. 1 Z. 5 lies: Da eben der Begriff der Trägheit der
Masse, statt: Da eben der Begriff der Masse

Zum Aufsatz von Knochenhauer, Bd. 126.

- S. 229 Z. 11 v. o. lies: 16 statt: 15
S. 233 Z. 12 v. u. lies: 60 statt: 6
S. 235 Z. 10 v. o. lies: leicht statt: leicht
S. 236 Z. 6 v. o. lies: kürzere statt: längere
S. 239 Z. 4 v. o. in gleichen Drähten zu streichen
S. 239 Z. 4 v. o. lies: 2,21 statt: 2,13
S. 239 Z. 16 v. o. und des Galvanometers einzuschalten
S. 241 Z. 10 v. u. lies: 16,4 statt: 17,4
S. 248 Z. 17 v. o. lies: kamen statt: kommen
S. 249 S. 3 v. o. lies: mir statt: nur
S. 262 S. 7 v. u. lies: Ladung statt: Temperatur

Zum Aufsatz von Söchting, Bd. 127.

- S. 172 Z. 7 v. u. lies: octaëdrische statt: cylindrische Magneteisen

Zum Aufsatz von Töpler, Bd. 127.

- S. 184 Z. 6 v. u. lies: abgewendeten statt: angewendeten
S. 196 Z. 7 v. o. lies: vollkommenen statt: unvollkommenen

Zum Aufsatz von Schneider, Bd. 127.

- S. 308 Z. 13 v. u. und S. 313 Z. 11 v. o. lies: Mittel statt: Nickel
-

I. *Optische Experimental-Untersuchungen;* von G. Quincke.

Ueber das Eindringen des total reflectirten Lichtes in das
dünnere Medium.

1.

In der Abhandlung über die Modificationen, welche polarisirtes Licht durch die totale Reflexion erleidet, erklärte Fresnel¹⁾ die imaginären Ausdrücke, welche seine Formeln für die Amplituden des reflectirten Lichtes ergeben, dadurch, daß das Licht nicht mehr an der Gränze der beiden durchsichtigen Medien reflectirt würde, sondern daß ein Theil desselben bis zu einer gewissen Tiefe in das dünnere Medium eindringe und dann aus dem Innern dieses dünnern Mediums zurückgeworfen würde. Die Tiefe selbst hat er nicht angegeben, doch wird sie von einigen zu $\frac{1}{2}$ einer Wellenlänge, von anderen zu $\frac{1}{3}$, von manchen noch anders angenommen.

Fresnel stellte sich mit dieser Hypothese auf den Standpunkt den schon seine Vorgänger, mochten sie von der Undulationstheorie oder der Emanationstheorie des Lichtes ausgegangen seyn, eingenommen hatten. Huyghens²⁾ sucht eine, freilich ungenügende, Erklärung der totalen Reflexion zu geben, indem er das Licht bis zu einer ganz geringen Tiefe in das dünnere Medium eindringen läßt. Thomas

1) *Mémoire sur la loi des modifications imprimées à la lumière polarisée par sa reflexion totale dans l'intérieure des corps transparents.* (lu à l'institut 6 janv. 1823) *ann. d. chim et d. phys.* t. 29, 1825, p. 175 — 187.

2) *Huyghens, traité de la lumière* 1690. *Leide*, p. 38.

Young nennt die totale Reflexion einen besonderen Fall der Brechung¹⁾ und bemerkt ausdrücklich, daß den Theilchen des dünneren Mediums theilweise die Bewegung der einfallenden Welle mitgetheilt würde²⁾.

Newton³⁾ sagt, daß die Strahlen aus Glas in den luftleeren Raum eindringen, dann wieder in das Glas zurückgebeugt und total reflectirt werden. Die Lichtstrahlen beschreiben dabei eine Parabel⁴⁾. Diese Vorstellung haben dann auch die Anhänger der Emanationstheorie, z. B. Biot und Brewster beibehalten.

Daß aber schon Newton den experimentellen Beweis für das Eindringen des total reflectirten Lichtes geliefert, scheint allen seinen Nachfolgern mit Ausnahme von Biot⁵⁾ entgangen zu seyn.

Newton⁶⁾ drückte die schwach convexen Flächen

1) Th. Young, *lectures on natural philosophy*, London 1807, I, p. 461.

2) *ib.* II, p. 623 (*Phil. trans.* 12. Nov. 1801). *The total reflexion seems to require the assistance of the particles of the rarer medium, to which the motion of the preceding portion of the undulation has been partly communicated, without being able to produce any other effect than that of urging them in the direction of the surface and enabling them to resist the force of the direct undulation, which tends to remove them from the surface.*

3) Newton, *optice* ed. II, 1719. p. 374 lib. III, qu. 29.

4) Newton, *principia phil. nat.* p. 206, lib. I prop. 96.

5) Biot, *traité de physique* 1816 III, p. 276 und p. 290.

6) *Optics* lib. II, obs. 1, p. 185. *Cum bina prismata paulo arctius ad se recipiuntur invicem, ut latera ipsorum (quae erant fortè aliquantulum convexa) se aliqua sui parte inter se contingerent; observabam locum, ubi illa contingerent inter se, plane et perfecte pellucidum illico esse factum; perinde ac si vitrum ibi fuissent unum et continuum. Etenim quum lumen in aerem istum, qui in reliquis omnibus facierum commissurarum partibus inter bina prismata interjaceret, adeo oblique incideret, ut id omne reflecteretur; in illa parte ubi facies eae se continebant inter se, videbatur id omne transmitti: adeo ut locus ille contactus, cum inspiceretur, videretur tanquam macula nigra vel tenebrosa; propterea quod ex illo non, uti ex aliis locis, plurimum luminis, sed parum aut nihil, quod quidem sensu percipi posset reflecteretur: cum autem is transpiceretur, tum videretur tanquam foramen in aere illo, qui vitrorum compressu in tenuem quandam inter binas*

zweier Prismen gegeneinander. Durch die Berührungsstelle derselben konnte er hindurch sehen, wie wenn das Glas continuirlich in einander übergegangen wäre. Im reflectirten Lichte erschien diese Berührungsstelle als dunkler Fleck auf hellem Grunde. Beides fand auch noch statt, wenn das Licht an den anderen Stellen der Prismenfläche total reflectirt wurde. Drehte man die Prismen um ihre gemeinsame Axe ¹⁾, so daß einige Strahlen durch die dünne Luftschicht zwischen den Prismenflächen hindurch zu gehen anfangen, so erschienen farbige Bogen, die bei weiterem Drehen in geschlossene Kreise übergingen. Der Durchmesser dieser Ringe wurde kleiner, wenn durch weiteres Drehen der Einfallswinkel allmählich abnahm. Newton beschreibt nun ²⁾ die Aenderung der Farbenringe bei verschiedenem Einfallswinkel sowohl, als auch wenn die gewöhnliche Reflexion in die totale übergeht, und zeigt dann ³⁾

prismatum facies conformatus esset lamellum. Per quod quidem foramen distincte perspicere poterant corpora ultra collocata; quae per alias vitrorum partes, ubi aerea lamella interjecta esset, cerni omnino non poterant.

1) *Optice lib. II, obs. 2, p. 186. Quum lamina illa aerea, convertendo prismata circa axem suum communem, adeo parum tandem ad incidentes radios inclinata esset facta, ut nonnulli eorum transmitti coeperint; oriebantur in ea multi tenues arcus colorati, qui initio formam conchoidis fere exprimebant, quomodo eos in primo schemate depictos videre est. Continuando autem prismatum motum arcus isti augebantur perpetuo et incurvabant sese magis magisque circa antedictum maculam pelluentem, donec tandem in circulos integros sive annulos maculae isti circumjectos flexi, contraherent sese deinceps gradatim in parvitatem.*

2) *Ib. p. 187.*

3) *Ib. lib. II, p. 198, obs. 8. Macula nigra quoque in medio annulorum, augebatur obliquatione oculi; quanquam vix adeo, ut id sensu percipi posset. Verum si loco vitrorum objectivorum, adhiberentur prismata; dilatabatur ea manifestius, cum adeo oblique inspiceretur, ut nulli colores ei viderentur circumjecti. Minima tum erat, cum radii luminis in interfacentem aerem obliquissime inciderent; Pro eo autem ut horum obliquitas minueretur, ita illa magis magisque augebatur, usque dum annuli colorati apparerent; tumque iterum minuebatur; verum non tantum, quantum se ante*

wie der schwarze centrale Fleck in der Mitte der Ringe mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt. Der Fleck erscheint am größten, wenn die Farbenringe um denselben verschwunden sind, und nimmt allmählich mit wachsendem Einfallswinkel ab, jedoch nicht bis zu seiner ursprünglichen Größe für nahezu senkrecht auf die Luftschicht auffallende Strahlen.

Im dritten Buche der Optik ¹⁾ wird aus diesen Versuchen der Schluss gezogen, daß die Lichtstrahlen bei gewöhnlicher, wie bei totaler Reflexion aus dem Glase des oberen Prismas in den Raum zwischen beiden Prismen eindringen, und dann durch irgend eine Kraft in das Glas zurückgezogen werden. Aus den erwähnten Beobachtungen des zweiten Buches ²⁾, welche auch den Durchmesser des schwarzen centralen Fleckes für nahezu senkrecht einfallende (also gewöhnlich reflectirte Strahlen) angeben, leitet Newton die Tiefe, bis zu der das Licht in den Raum zwischen den convexen Glasflächen eindringt = 1033000 engl. Zoll = $0^{\text{mm}},0000254$ ab, ohne weiter der totalen Reflexion zu gedenken.

Weder in den Abhandlungen von Fresnel noch in solchen, die nach seiner Zeit erschienen, wird jener Versuch Newton's erwähnt, soviel mir wenigstens bekannt,

dilataverat. Atque hinc manifestum est, maculam illam pellutere, non modo qua parte vitra se inter se contingerent plane, verum etiam qua exiguo quodam intervallo distarent inter se.

1) *Ib. lib. III, qu. 29 p. 374. Radii luminis inter transeundum e vitro in vacuum, inflectuntur ad vitrum versus, et si nimium oblique in vacuum incident, revertuntur in vitrum et ex toto reflectuntur. Atque hujus quidem reflexionis causa attribui non potest resistitiae vacui, sed omnino vi alicui in vitro, quae radios jam in vacuum exeuntes retrahat et reducat. Etenim si posterior vitri superficies, aqua, vel oleo limpidio, vel melle liquido et pellucido madefiat; jam radii, qui alioqui reflecterentur, transibunt in totum liquorem: Ex quo apparet, radios non ante reflecti, quam ad potestrem ipsam vitri superficiem pervenerint, perque eam exire incipiant.*

2) *Ib. lib. II, obs. 8, p. 199.*

und auch ich wurde erst, nachdem die folgende Arbeit schon vollendet war, auf dieselben aufmerksam.

Es ist dies um so auffallender, als Fresnel¹⁾ ganz ähnliche Versuche, wie Newton angestellt hat und auch später einmal erwähnt²⁾, daß gewisse Versuche das Eindringen des Lichtes anzudeuten schienen. Zu Anfang desselben Aufsatzes läßt er es freilich noch zweifelhaft, ob die beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtbündel, in welche man die einfallenden Strahlenbündel zerfallen kann, gewissermaassen nicht in derselben Tiefe reflectirt oder ob beide von der Oberfläche selbst zurückgeworfen würden, und in ihren Vibrationsperioden ungleiche Modificationen erlitten, in der Weise³⁾, daß das nach der Einfallsebene polarisirte Lichtbündel nach einer solchen Reflexion um $\frac{1}{8}$ Undulation gegen das andere zurücksteht oder ihm um $\frac{3}{8}$ vorausläuft.

In neuerer Zeit hat Babinet⁴⁾ aus Versuchen über die Interferenz von Lichtstrahlen, die gewöhnliche und totale Reflexion erlitten hatten, geschlossen, daß der total reflectirte Strahl einen kleineren Weg als der gewöhnlich reflectirte zurückgelegt hat. Zu demselben Resultate kommt

1) *Ann. d. chim. t. 23, 1823, p. 130: j'avais eu occasion d'observer le noir foncé des anneaux obscurs sous des incidences très-obliques et tout près de celle où la réflexion devient totale, en employant deux prismes appliqués l'un contre l'autre par leurs bases, dont l'une était légèrement convexe: de cette manière la lumière réfléchie, à la face d'entrée du verre supérieure ne se mêle plus avec celle qui produit les anneaux.*

2) *Ann. de chim. et de phys. t. 46 1831 p. 243. »Pour résoudre le problème rigoureusement, au lieu de chercher à deviner ce que l'analyse indique dans des formules qui deviennent imaginaires, il aurait fallu recommencer le calcul pour le cas de la réflexion complète, en y exprimant la condition que le mouvement vibratoire ne peut pas se propager dans le second milieu ou que du moins s'il y pénètre, comme certaines expériences paraissent l'indiquer, il ne s'étend qu'à une petite distance de la surface de contact des deux milieux«.*

3) *Ib. p. 241.*

4) *Compt. rend. t. VIII 1839 p. 709.*

mit ähnlichen Beobachtungsmethoden Billet¹⁾, der ebenfalls total reflectirte Strahlen gegen solche beschleunigt findet, die von einem Metall (Spiegelfolie) reflectirt worden sind. Ich werde auf diese Versuche, welche den Resultaten der meinigen scheinbar widersprechen, bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen.

2.

Für die folgenden Untersuchungen wurden ausgezeichnete Gläser aus der optischen Werkstätte des Hrn. Steinheil in München benutzt, die in Bezug auf die Vollkommenheit der Flächen und des Materials durchaus nichts zu wünschen übrig ließen.

Es wurde auf ein rechtwinkliges Flintglas-Prisma, dessen Kathetenflächen von 20^{mm} im Quadrat genau Winkel von 45° mit der Hypotenusenfläche bildeten, ein zweites ebensolches Prisma gelegt, das sich von dem ersten nur dadurch unterschied, daß seine Hypotenusenfläche nicht eben, sondern eine Kugelfläche von 281 par. Zoll = 7606^{mm},7 Radius war. Die Prismen wurden sanft an einander gedrückt und am Rande mit ein paar Kitttropfen an einander befestigt. Bei einigen Versuchen wurden sie außerdem noch aneinander gebunden durch einen Faden, der über die Mitte der Prismenkanten fortlief. Im reflectirten Licht erscheinen in der Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen Newton'sche Farbenringe mit einem schwarzen Fleck in der Mitte. Der Brechungsexponent des Flintglases war 1,6160 für die Fraunhofer'sche Linie *D* und also der Gränzwinkel der totalen Reflexion 38° 14'.

Sah man durch zwei gegenüberliegende Kathetenflächen *AB* und *A₁B₁* (Fig. 1 Taf. I) hindurch nach einer hellen Fläche, dem Himmel oder der Milchglasglocke einer Lampe, so bemerkte man die Newton'schen Farbenringe mit einem centralen weißen Fleck, der mit wachsendem Einfallswinkel größer wurde, ebenso wie der Durchmesser

1) *Ann. de chim.* t. 64, 1862 p. 410, vergl. auch *Billet, traité d'optique physique*, Paris 1859 t. II p. 110.

der Ringe. In der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion lösten sich die farbigen Ringe in dunkle Bogen auf, die große Axe des elliptischen weißen Fleckes nahm sehr schnell zu, erreichte ihren größten Werth von etwa 6^{mm} nachdem diese dunklen Bogen vollständig verschwunden waren, und nahm dann wieder ab, zuerst sehr rasch, später langsamer. Bei den größten Einfallswinkeln, die noch eine Beobachtung gestatteten, war die große Axe der hellen Ellipse etwa 1^{mm} . Der Rand des elliptischen Fleckes erschien gegen den übrigen dunklen Theil der Hypotenusenflächen nicht scharf begränzt, sondern verwaschen.

Im reflectirten Lichte sieht man bei allen Einfallswinkeln stets das complementäre Licht des durchgegangenen, also einen dunklen centralen Fleck auf hellem Grunde, wenn der Gränzwinkel der totalen Reflexion überschritten ist. Die große Axe des elliptischen dunklen Fleckes nimmt ebenfalls mit wachsendem Einfallswinkel ab.

Offenbar kann nun das Licht nicht in das zweite Flintglasprisma eindringen, wenn es nicht vorher durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen hindurchgegangen ist. Der Abstand der Hypotenusenflächen am Rande des erwähnten elliptischen Fleckes giebt die größte Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt, und läßt sich aus der beobachteten großen Axe des hellen elliptischen Fleckes und dem bekannten Radius der kugelförmigen Hypotenusenfläche berechnen.

Die große Axe des hellen elliptischen Fleckes war in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion 6^{mm} . Daraus folgt (vergl. §. 5), daß das Licht unter den angegebenen Bedingungen bis zu einem Abstände von etwa $0^{\text{mm}},0006$ von der Fläche des oberen Flintglasprismas in die Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen eindringt. Da der elliptische helle Fleck mit zunehmendem Einfallswinkel kleiner wird, so nimmt die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt mit wachsendem Einfallswinkel ab.

3.

Betrachtet man die beiden Flintglasprismen durch ein Nicol'sches Prisma, so erscheint in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion, wenn man durch Drehen des Prismenpaares die Newton'schen Farbenringe eben zum Verschwinden gebracht hat, der weiße centrale Fleck im durchgegangenen Lichte größer für Licht senkrecht, wie für Licht parallel zur Einfallsebene polarisirt. Bei sehr großem Einfallswinkel dagegen erscheint der Fleck für senkrecht zur Einfallsebene polarisirtes Licht kleiner als für parallel der Einfallsebene polarisirtes Licht.

Beim Beginne der totalen Reflexion dringt also das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht, später bei größerem Einfallswinkel das parallel der Einfallsebene polarisirte Licht tiefer in die Luftschicht ein.

Abgesehen von der Tiefe bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt, oder also dem Durchmesser des elliptischen centralen Fleckes, nahm man dieselben Erscheinungen wahr, wenn Wasser oder Terpentinöl zwischen die Hypotenusenflächen der Prismen gebracht wurde, oder wenn man statt der Prismen von Flintglas ebensolche von Crown Glas anwandte mit dem Brechungsexponenten 1,5149 für die Fraunhofer'sche Linie D.

Der Durchmesser des elliptischen hellen Fleckes nimmt zu mit der Intensität des Lichtes, das auf die Hypotenusenfläche auffällt. Derselbe erscheint für rothes Licht sehr viel größer, wie für blaues und daraus erklärt sich einfach der rothe Saum desselben, den man, besonders bei Anwendung von Sonnenlicht und in der Nähe des Gränzwinkels der totalen Reflexion wahrnimmt. Im reflectirten Lichte erscheint der dunkle centrale Fleck blau gesäumt, complementär zu dem im durchgegangenen Lichte.

Mit der Wellenlänge des einfallenden Lichtes nimmt also die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt, zu.

4.

Um die Tiefe, bis zu der das Licht bei verschiedenen Einfallswinkeln in das dünnere Medium eindringt, genauer

zu bestimmen, wurde ein Prismenpaar an der horizontalen Axe eines Goniometers mit Wachs so befestigt, daß die Kanten der Prismen genau parallel der Goniometeraxe standen.

Das Goniometer bestand aus einem verticalen Kreise von 140^{mm} Durchmesser. An einem eingelegten in $\frac{1}{2}$ Grade getheilten Silberstreifen konnte mit zwei festen Nonien eine Drehung des Kreises bis auf $\frac{1}{2}$ Minute genau bestimmt werden. Außerdem waren zwei mit ähnlichen Nonien versehene Arme an diesem Kreise drehbar, in welche nach Bedürfnis kleine Fernröhre oder Messingröhren senkrecht zur Goniometeraxe befestigt werden konnten. Diese Fernröhre oder Messingröhren konnten unabhängig von der Kreistheilung meßbar gedreht und festgestellt werden. Ferner erlaubten passende Schraubenvorrichtungen die am Goniometer befestigten Prismen in zwei auf einander senkrechten und der Goniometeraxe parallelen Ebenen zu drehen oder die Prismen parallel mit sich selbst in drei auf einander senkrechten Richtungen senkrecht und parallel zur Goniometeraxe zu verschieben.

Bei dieser letzteren Verschiebung blieben die Prismenflächen nicht genau parallel ihrer ursprünglichen Lage, so daß dabei Fehler von 1 bis 2 Minuten möglich waren. Wurde diese Verschiebung benutzt, so sind also auch die abgelesenen Winkel nur bis auf 1' oder 2' genau bestimmt.

Für die folgenden Versuche wurde an dem einen mit Nonius versehenen Arm eine innen geschwärzte Messingröhre von 16^{mm} Durchmesser und 100^{mm} Länge befestigt, die in 10^{mm} Abstand von ihren Enden zwei Diaphragmen mit kreisförmigen Oeffnungen von 7^{mm} Durchmesser trug. Auf jedem Diaphragma waren zwei dünne Drähte ausgespannt, so daß die Kreuzungspunkte derselben auf der Röhrenaxe lagen. Ein Silbermann'scher Heliostat¹⁾ warf Sonnenlicht in horizontaler Richtung in das Zimmer und die Schatten der beiden 80^{mm} von einander entfernten Drahtkreuze auf eine matte Glastafel. Durch drei Stell-

1) *Ann. d. chim. et de phys.* (3) t. X 1844, p. 298 sqq.

schrauben, auf denen das ganze Goniometer ruhte, und Drehen der Messingröhre konnte man es dahin bringen, daß sich die Kreuzungspunkte der unter 45° gegeneinander geneigten Schattenlinien deckten. Dann stand die Röhrenaxe genau parallel den einfallenden Lichtstrahlen. Entfernte man die matte Glastafel und drehte das am Goniometer befestigte Prisma so lange, bis die von der Kathetenfläche AB reflectirten Strahlen auf die Drahtkreuze zurückgeworfen wurden, so fielen die Sonnenstrahlen unter dem Einfallswinkel 0° auf die Kathetenfläche und durch Drehen des getheilten Kreises konnte man den Einfallswinkel i der Sonnenstrahlen gegen die Kathetenfläche meßbar ändern. Nennt man i_1 den dazu gehörigen Brechungswinkel, μ den Brechungsexponenten für den Uebergang aus Luft in Glas, und B den Winkel den die Kathetenfläche AB mit der Hypotenusenfläche BC des Prismas ABC einschließt, so folgt der Winkel J , unter dem die Strahlen im Glas auf die Hypotenusenfläche BC des Prismas auffallen aus der Gleichung

$$J = B + \arcsin\left(\sin i = \frac{\sin i}{\mu}\right).$$

In den folgenden Versuchen war, wenn es nicht ausdrücklich anders erwähnt ist, $B = 45^\circ$.

Der absolute Werth des Winkels i läßt sich durch eine einzelne Bestimmung auf diese Weise bis auf $10'$, in sehr günstigen Fällen bis auf $5'$ genau bestimmen, und eine wenig geringere Unsicherheit trifft den Winkel J . Der Fehler, den man bei der Bestimmung der relativen Werthe des Winkels J beging, wenn dieser Winkel allmählig vergrößert oder verkleinert wurde, war jedoch weit kleiner und betrug für mehrere, kurze Zeit hintereinander angestellte Versuche nur 1 bis $2'$.

Die Sonnenstrahlen treten nach dem Durchgange durch das Prismenpaar aus der Kathetenfläche A_1B_1 wieder horizontal aus, und wurden $20''$ hinter dieser Kathetenfläche auf einer verticalen matten Glasplatte aufgefangen. Diese Glasplatte war mit einer horizontalen Millimeter-Theilung

versehen, deren Theilstrich senkrecht zur Goniometeraxe standen. Der auf die matte Glasplatte projecirte elliptische Fleck wurde durch ein Nicol'sches Prisma und ein rothes Glas betrachtet, welches homogenes Licht von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie *D* hindurchliefs¹⁾ und so die Länge der grossen Axe der Ellipse bestimmt. Um vergleichbare Resultate zu erhalten, wurden Tage mit sehr klarem Sonnenschein benutzt und die Versuche an demselben Prismenpaare möglichst schnell hintereinander angestellt.

5.

In den folgenden Tabellen sind die Winkel *J*, bei denen noch keine totale Reflexion stattfand, durch einen Stern (*) bezeichnet.

Ueber jeder Tabelle ist unter μ das Verhältniß der Brechungsexponenten des Glases und der Substanz zwischen den Hypotenusenflächen gegeben, für Licht der Fraunhofer'schen Linie *D*. Der eingeklammerte Winkel bedeutet den zugehörigen Gränzwinkel der totalen Reflexion

$$= \arcsin\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right).$$

Nennt man *2ρ* die grosse Axe des hellen elliptischen Fleckes, und *R* den Radius der Kugelfläche, die die Hypotenusenfläche *B₁C₁* des zweiten Prismas bildet, so ergibt sich der Abstand *s* der Hypotenusenflächen an der Peripherie des elliptischen Fleckes, oder die grösste Tiefe, bis zu der das Licht für den betreffenden Einfallswinkel in das dünnere Medium eindringt (in der Richtung der Normale der Hypotenusenfläche gerechnet) aus der Gleichung

$$s = \frac{\rho^2}{2R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Die zweite und dritte Spalte geben den beobachteten

1) Das gefärbte Glas liess, wie die meisten rothen Gläser, Strahlen des Spectrums zwischen den Fraunhofer'schen Linien *C* und *D* hindurch, die in der Nähe der letzteren Linie besonders stark. Der Ausdruck „rothes“ Glas ist jedoch beibehalten worden um nicht die Vorstellung zu erwecken, es sey eine besonders gefärbte Glassorte benutzt worden.

Durchmesser des elliptischen Fleckes in Millimetern, die vierte und fünfte die daraus abgeleiteten Werthe von s in Tausendtel Millimetern ($1^{\text{mm}} = 0^{\text{mm}},001$), die beiden letzten Spalten endlich der Uebersicht wegen auch die Werthe von $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda}$ ausgedrückt in Vielfachen der Wellenlänge des Lichtes in der Substanz zwischen den beiden Hypotenusenflächen. Jede Spalte trägt oben das Zeichen \neq oder \perp , je nachdem das Licht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirt war. Die angegebenen Werthe von 2ρ sind das Mittel aus mindestens 4 Beobachtungen:

I. Flintglas - Luft.

$$\mu = 1,6160 (38^{\circ} 14').$$

J	2ρ		s		ε_{λ}	
	\neq	\perp	\neq	\perp	\neq	\perp
	mm	mm	mmm	mm	λ	λ
38° 13' *	7,62	8,57	0,954	1,207	1,620	2,049
38 24	9,45	11	1,468	1,989	2,492	3,378
38 50	8,12	9,67	1,083	1,536	1,840	2,610
39 27	7,22	8,42	0,857	1,165	1,455	1,979
40 3	6,5	7,4	0,694	0,900	1,180	1,529
40 40	6,2	7	0,632	0,805	1,074	1,368
41 18	5,97	6,47	0,586	0,688	0,994	1,169
41 56	6,1	6,27	0,611	0,646	1,039	1,097
43 8	5,47	5,65	0,492	0,525	0,835	0,891
45	5,04	5,11	0,417	0,429	0,709	0,729
46 52	4,85	4,92	0,386	0,398	0,656	0,676
47 28	4,69	4,76	0,361	0,372	0,614	0,632
48 5	4,72	4,67	0,366	0,358	0,622	0,608
48 42	4,62	4,6	0,351	0,348	0,595	0,591
51 10	4,07	3,91	0,272	0,251	0,462	0,427
57 13	3,25	3,07	0,174	0,155	0,295	0,263
63 1	2,9	2,57	0,138	0,108	0,235	0,184
68 26	2,44	2,15	0,098	0,076	0,166	0,129

II. Flintglas - Wasser.

$$\mu = 1,2096 (55^{\circ} 46').$$

	mm	mm	mmm	mmm	λ	λ
55° 43' *	7	6,9	0,805	0,782	1,827	1,774
56 2	11,77	12,27	2,277	2,474	5,165	5,611
56 37	9,65	10,2	1,530	1,710	3,471	3,879
57 13	9	9,42	1,330	1,458	3,019	3,309
60 10	6,75	6,85	0,749	0,771	1,698	1,750
63 1	6,04	6,12	0,599	0,616	1,360	1,396
68 26	5,28	5,14	0,468	0,434	1,040	0,985
69 28	5,02	5,04	0,414	0,417	0,940	0,947

III. Flintglas - Terpenthin.

$$\mu = 1,0911 (66^\circ 25').$$

J	2ρ		ε		s _λ	
	±	⊥	±	⊥	±	⊥
	mm	mm	mmmm	mmmm	λ	λ
66° 20' *	7,58	7,60	0,944	0,949	2,375	2,386
66 36	9,92	10,52	1,614	1,819	1,058	4,574
66 49	9,50	9,65	1,483	1,530	3,725	3,849
68 26	7,84	7,86	1,010	1,015	2,540	2,554
69 28	7,02	6,96	0,810	0,801	2,036	2,014

IV. Crown Glas - Luft.

$$\mu = 1,5149 (41^\circ 19').$$

	mm	mm	mmmm	mmmm	λ	λ
41° 3' *	4,75	5,27	0,371	0,456	0,630	0,775
41 22	6,48	7,16	0,690	0,842	1,171	1,431
41 42	11	11,77	1,988	2,277	3,377	3,867
42 22	9,62	10,02	1,521	1,649	2,583	2,801
43 1	7,82	8,35	1,005	1,146	1,706	1,945
43 41	7,05	7,45	0,817	0,912	1,387	1,549
44 20	6,95	7,15	0,794	0,840	1,348	1,427
45	6,24	6,40	0,640	0,673	1,086	1,143
46 59	5,42	5,45	0,483	0,488	0,820	0,829
49 37	3,65	3,48	0,219	0,199	0,372	0,338
51 35	2,92	2,82	0,140	0,131	0,238	0,222
56 8	2,76	2,22	0,124	0,081	0,211	0,138
64 26	1,77	1,27	0,051	0,026	0,087	0,045

V. Crown Glas - Wasser.

$$\mu = 1,1339 (61^\circ 52').$$

	mm	mm	mmmm	mmmm	λ	λ
61° 31' *	8,7	9,02	1,244	1,331	2,821	3,021
61 49	11,6	11,84	2,212	2,304	5,018	5,226
62 26	10,6	10,87	1,846	1,941	4,189	4,405
63 3	9,7	10,07	1,546	1,665	3,509	3,779
64 26	8,8	8,97	1,273	1,322	2,887	3,000
67 15	7,35	7,57	0,888	0,942	2,014	2,136
70 6	6,57	6,57	0,709	0,709	1,610	1,610
71 13	6,12	6,15	0,616	0,622	1,396	1,410

VI. Crown Glas - Terpenthin.

$$\mu = 1,023 (77^\circ 51').$$

	mm	mm	mmmm	mmmm	λ	λ
77° 17' *	10,4	11,17	1,777	2,046	4,470	5,153
77 31 *	12,25	12,37	2,468	2,515	6,207	6,325
77 44 *	12	12,3	2,367	2,486	5,953	6,253
78 11	11,16	11,7	2,042	2,250	5,137	5,658
78 37	10,67	10,94	1,871	1,968	4,707	4,949
79 3	10,18	10,3	1,699	1,743	4,275	4,384
79 27	10,05	10,15	1,650	1,692	4,174	4,257
79 52	9,82	9,92	1,584	1,617	3,986	4,067
81 45	9,37	8,92	1,442	1,308	3,628	3,290
83 52	8,35	8,17	1,146	1,096	2,882	2,758

Die Prismen wurden während der Beobachtungen nicht von einander getrennt, sondern das Wasser zwischen die Hypotenusenflächen gebracht, während die Prismen am Goniometer befestigt waren. Dann wurden dieselben einige Stunden in einen Exsiccator gestellt, so daß das Wasser bis auf eine kleine Schicht von 2^{mm} Durchmesser verdampft war, am Goniometer befestigt und das Terpenthinöl zwischen die Flächen gebracht. Die große Axe des elliptischen Fleckes war bei Terpenthinöl so groß, daß die zurückgebliebene geringe Wassermenge ohne Einfluß war.

Daß bei Crown Glas und Terpenthinöl der größte Durchmesser des elliptischen Fleckes für einen Einfallswinkel kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion gefunden wurde, kann möglicher Weise an der ungenauen Bestimmung dieses Durchmessers, der schwer zu beobachten war, vielleicht aber auch daran liegen, daß das Terpenthinöl sich geändert hatte, und einen anderen Brechungsexponenten besaß, als zu der Zeit, wo dieser mit einem Hohlprisma bestimmt worden war. Abgesehen von der Größe des elliptischen Fleckes bestätigen die in den Tabellen enthaltenen Beobachtungen die oben angeführten Gesetze.

6.

Das beschriebene Verfahren giebt wahrscheinlich zu kleine Werthe für die Tiefe, bis zu welcher das Licht bei der totalen Reflexion in das dünnere Medium eindringt. Es ließe sich nämlich recht gut denken, daß die lebendige Kraft der Strahlen, die eine Luftschicht von bestimmter Dicke durchlaufen haben, wohl genügte dieselben noch eine weitere Strecke in Luft vorwärts zu treiben, daß diese lebendige Kraft aber nicht mehr ausreichte, um die Strahlen die Gränze von Luft und Glas überschreiten zu lassen und durch die zweite Hypotenusenfläche hindurch in das zweite Glasprisma einzudringen.

Wäre diese Vorstellung richtig, so müßte sich eine größere Tiefe oder ein größerer Durchmesser des erwähnten hellen elliptischen Fleckes ergeben, wenn anstatt zweier gleichartiger Prismen das zweite rechtwinklige Prisma einen

geringeren Brechungsexponenten als das erste besäße. Umgekehrt müßte der Durchmesser kleiner seyn unter sonst gleichen Verhältnissen; wenn der Brechungsexponent des zweiten Prisma's größer als der des ersten wäre.

Genaue Messungen haben bei diesen Versuchen hauptsächlich 2 Schwierigkeiten zu überwinden: einmal, daß der elliptische Fleck nicht scharf begränzt ist, und dann, daß die aufeinandergelegten Gläser elastisch sind, so daß die Berührungsstelle beider Hypotenusenflächen größer oder kleiner ist, je nachdem der Druck größer oder kleiner war, mit dem beide Prismen an einander gepreßt wurden. Je nach der größeren oder kleineren Berührungsfläche wird also der Durchmesser des hellen elliptischen Fleckes größer oder kleiner gefunden werden.

Ich verfuhr nun folgendermaßen. Auf das Flintglasprisma mit ebener Hypotenusenfläche wurde das Crownglasprisma mit convexer Hypotenusenfläche gelegt und beide auf die in §. 2 erwähnte Weise mit Kitt und Fäden an einander befestigt, so daß bei gewöhnlicher Reflexion Newton'sche Farbenringe mit schwarzem Mittelpunkt in dem Raume zwischen den Hypotenusenflächen erschienen. Das Prismenpaar wurde an der Axe des Goniometers befestigt, und wie früher der Durchmesser 2ρ des elliptischen hellen Fleckes bestimmt, mochte das Licht aus Flintglas oder aus Crownglas in den Raum zwischen den Hypotenusenflächen eintreten.

Die Resultate der Beobachtungen sind in den folgenden Tabellen enthalten. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher. Ueber jeder Tabelle sind die Substanz des ersten Prisma's, auf welches das Licht vom Heliostaten zunächst auffiel, des Raumes zwischen den Hypotenusenflächen und des zweiten Prisma's angegeben. Der Brechungsexponent μ und der daneben in Klammern angegebene Gränzwinkel der totalen Reflexion beziehen sich auf das erste Prisma und das Medium zwischen den Hypotenusenflächen. Die erste Spalte giebt den Einfallswinkel J , unter welchem die Strahlen innerhalb des ersten Prismas

auf die Hypotenusenfläche desselben auffielen. Der unter J_1 in der Tabelle VIII und X angeführte Winkel ist derjenige, welchen die in das zweite (Flintglas) Prisma eingetretenen Strahlen mit der Normale der Hypotenusenfläche dieses zweiten Prismas bildeten, oder der zu J gehörige Brechungswinkel für den Uebergang des Lichts aus Crown-
glas in Flintglas. Er folgte aus der Gleichung:

$$\sin J_1 = \frac{1,5149}{1,6160} \sin J.$$

VII. Flintglas - Luft - Crownglas.

$$\mu = 1,6160 (38^\circ 14').$$

J	2ρ		s		s_λ	
	\neq	\pm	\neq	\pm	\neq	\pm
	mm	mm	mm	mm	λ	λ
$38^\circ 24'$	10,95	12,39	1,971	2,523	3,347	4,285
$38 50$	10,02	11,36	1,710	2,120	2,903	3,601
$39 27$	9,44	9,82	1,464	1,581	2,487	2,691
$40 40$	7,24	7,56	0,861	0,939	1,462	1,595
$41 55$	6,92	7,07	0,787	0,821	1,337	1,395
$43 8$	6,62	6,74	0,720	0,747	1,223	1,268
45	5,88	5,92	0,568	0,576	0,965	0,978
$46 52$	5,66	5,44	0,526	0,486	0,894	0,826
$48 5$	5,34	5,26	0,469	0,455	0,796	0,772
$51 10$	4,72	4,42	0,367	0,321	0,622	0,545
$57 13$	4,2	3,76	0,290	0,232	0,492	0,395
$63 1$	3,22	2,94	0,170	0,142	0,289	0,241

VIII. Crownglas - Luft - Flintglas.

$$\mu = 1,5149 (41^\circ 19').$$

J	2ρ		s		s_λ		J_1
	\neq	\pm	\neq	\pm	\neq	\pm	
	mm	mm	mm	mm	λ	λ	
$41^\circ 42'$	9,68	10,42	1,540	1,783	2,615	3,029	$38^\circ 35'$
$42 22$	9,02	9,72	1,337	1,552	2,271	2,637	$39 11$
$43 1$	8,06	8,48	1,068	1,181	1,812	2,006	$39 45$
45	6,76	6,92	0,751	0,786	1,275	1,336	$41 31$
$46 59$	6,2	6,02	0,623	0,595	1,072	1,011	$43 26$
$48 18$	6,05	5,97	0,602	0,586	1,022	0,994	$44 25$
$49 37$	5,85	5,37	0,508	0,474	0,860	0,805	$45 34$
$51 35$	5,09	4,90	0,426	0,395	0,723	0,670	$47 16$
$58 3$	4,14	3,84	0,282	0,242	0,478	0,411	$52 42$
$64 26$	3,74	3,40	0,230	0,190	0,390	0,323	$57 44$

IX. Flintglas - Wasser - Crownglas.

$$\mu = 1,2096 (55^\circ 46').$$

J	2ρ		ε		ελ	
	≠	±	≠	±	≠	±
	mm	mm	mm	mm	λ	λ
56° 2'	9,27	8,92	1,412	1,617	3,204	3,668
57 13	8	8,1	1,052	1,078	2,386	2,446
63 1	5,47	5,47	0,492	0,492	1,115	1,115
68 26	4,4	4,25	0,318	0,297	0,722	0,673

X. Crownglas - Wasser - Flintglas.

$$\mu = 1,1339 (61^\circ 52').$$

J	2ρ		ε		ελ		J ₁
	≠	±	≠	±	≠	±	
	mm	mm	mm	mm	λ	λ	
61° 49'	8,87	9,32	1,293	1,428	2,933	3,238	55° 43'
64 26	6,96	7,08	0,796	0,823	1,806	1,868	57 44
70 6	5,03	4,95	0,416	0,403	0,943	0,913	61 49

Um diese Versuche mit einander vergleichen zu können, wurden die Einfallswinkel in dem Flintglasprisma als Abscissen einer Curve aufgetragen, deren zugehörige Ordinate die Tiefe ϵ_λ war, bis zu welcher das Licht für den betreffenden Einfallswinkel in das dünnere Medium eingedrungen war, ausgedrückt in Wellenlängen des Lichtes im dünneren Medium. Auf Taf. I Fig. 2 sind die erhaltenen Curven gezeichnet. Die ausgezogenen Curven beziehen sich auf Licht senkrecht, die punktierten auf Licht parallel zur Einfallsebene polarisirt. Die stark gezeichneten Curven gelten für den Fall, wo das Licht aus Flintglas, die schwach gezeichneten für den Fall, wo das Licht aus Crownglas in das dünnere Medium eindrang. Für den letzteren Fall sind, um die Curven vergleichen zu können, die den Winkeln J entsprechenden Winkel J₁ als Abscissen in die Zeichnung eingetragen.

Man sieht, daß die schwach gezeichneten Curven kleinere Ordinaten als die entsprechenden stark gezeichneten Curven haben, daß also eine größere Tiefe beobachtet wird,

wenn das Licht aus Flintglas durch das dünnere Medium in Crown Glas eintritt, als wenn es den umgekehrten Weg geht.

Der Unterschied würde wahrscheinlich noch größer seyn, als die Curven der Fig. 2 Taf. I ergeben, wenn Flintglas und Crown Glas von noch größerer Verschiedenheit in den Brechungsexponenten angewandt worden wären.

Die Versuche bestätigen die im Anfange dieses Paragraphen ausgesprochene Vermuthung, und das Licht dringt also bei der totalen Reflexion noch tiefer in das dünnere Medium ein, als die oben angeführten Zahlenwerthe angeben.

7.

Es fragt sich ferner, in welcher Weise die Tiefe bis zu der das Licht bei der totalen Reflexion in das dünnere Medium eindringt, von der Wellenlänge des angewandten Lichtes abhängt.

Zu dem Ende wurde für die beiden Flintglasprismen mit ebener und convexer Hypotenusenfläche in der oben beschriebenen Weise bei verschiedenen Einfallswinkeln der Durchmesser des hellen elliptischen Fleckes bestimmt, während zwischen dem Nicol'schen Prisma und dem Auge ein rothes oder blaues Glas angebracht war. Die Beobachtungen mit rothem und blauem Glase wurden abwechselnd angestellt, um den Einfluss von Aenderungen der Intensität des auffallenden Lichtes zu beseitigen.

Das rothe Glas ließ Strahlen von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen *D*, das blaue besonders Strahlen des Spectrums zwischen den Fraunhofer'schen Linien *F* und *G* hindurch. Um das Verhältniß der Wellenlängen des Lichtes, das von beiden gefärbten Gläsern durchgelassen wurde, zu bestimmen, ließ ich Licht von einem Heliostaten in horizontaler Richtung auf eine verticale Cylinderlinse fallen, 600^{mm} hinter der Cylinderlinse stand ein verticaler Spalt von etwa 0^{mm},2 Breite und 250^{mm} hinter dem Spalt ein horizontales Mikroskop, in dessen Ocular sich eine auf Glas getheilte Mikrometerscala befand. Die erleuchtete Mitte des Diffractionsbildes fiel auf die Mitte der Mikrometer-

scala. Der Abstand des dritten Minimums auf der rechten von demselben Minimum auf der linken Seite des Diffractionsbildes wurde gemessen, während das Auge durch das erwähnte rothe oder blaue Glas hindurchsah. Mehrere Messungen ergaben im Mittel für rothes Licht $50^{\circ},22$, für blaues $37^{\circ},90$, so daß daraus das Verhältniß der Wellenlängen

$$\frac{50,22}{37,90} = 1,325$$

folgt¹⁾. Die Wellenlängen für rothes und blaues Licht in Luft ergeben sich demnach

$$\lambda_r = 0,0005888; \quad \lambda_b = 0,000443.$$

Demselben Einfallswinkel i unter welchem die Strahlen die vordere Kathetenfläche AB des ersten Prismas treffen, entsprechen nun verschiedene Werthe des Einfallswinkels gegen die Hypotenusenfläche, da der Brechungscoefficient für die Fraunhofer'sche Linie D oder F bei dem angewandten Flintglas 1,616 oder 1,628 war.

Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate der Beobachtungen. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher, nur ist der Index R oder B beigelegt, je nachdem sie sich auf rothes oder blaues Licht beziehen. J_r ist der Einfallswinkel für rothes Licht, welcher dem Einfallswinkel J_b für blaues Licht entspricht, berechnet nach der Gleichung:

$$J_r = \arcsin \left(\sin J_b \cdot \frac{1,628}{1,616} \right).$$

XI. Flintglas-Luft

Roth					Blau				
$\mu_r = 1,616 (38^{\circ} 14')$					$\mu_b = 1,628 (37^{\circ} 54')$				
J_r	$2\varrho_r$		φ_r		J_b	$2\varrho_b$		φ_b	
	\neq	\pm	\neq	\pm		\neq	\pm	\neq	\pm
	mm	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm
40° 40'	7,8	8,33	1,000	1,132	40° 42'	6,05	6,52	0,602	0,698
45	5,91	5,92	0,575	0,578	45	5,17	5,20	0,440	0,445
51 10	5,11	4,76	0,429	0,372	51 8	4,47	4,26	0,328	0,298
68 26	2,99	2,37	0,147	0,092	68 15	2,67	2,33	0,117	0,089

1) Cf. Fresnel, Mémoire sur la diffraction de la lumière. Mém. de l'acad. roy. t. V, 1826, p. 364 et 414.

J_R	Roth		J_B	Blau		J_B	$\frac{\epsilon_{\lambda_B}}{\epsilon_{\lambda_R}}$	
	ϵ_{λ_R}			ϵ_{λ_B}			ϵ_{λ_B}	
	\neq	\perp		\neq	\perp		\neq	\perp
	λ	λ		λ	λ			
40° 40'	1,697	1,923	40° 42'	1,354	1,571	41° 4'	1,254	1,223
45	0,976	0,962	45	0,990	1,002	45 25	0,963	0,996
51 10	0,729	0,632	51 8	0,738	0,671	51 40	0,986	0,942
68 26	0,250	0,157	68 15	0,264	0,201	69 20	0,946	0,780

Die Werthe J_R und J_B sind nur wenig von einander verschieden, und die Correctionen, die man an den Werthen ϵ_{λ} für blaues Licht eigentlich anbringen müßte um sie mit den Werthen ϵ_{λ} für rothes Licht derselben Horizontalreihe vergleichbar zu machen, würden unbedeutend seyn. Die letzten beiden Spalten der vorstehenden Tabelle geben daher das Verhältniß der Werthe ϵ_{λ} derselben Horizontalreihe für rothes und blaues Licht, also für nahezu sich entsprechende Einfallswinkel. Diefes Verhältniß müßte 1 seyn, wenn die Tiefe, bis zu der das Licht in das dünnere Medium eindringt, genau proportional der Wellenlänge wäre. Im Mittel weicht dieses Verhältniß wenig von 1 ab, und die Unterschiede haben theilweise darin ihren Grund, daß je nach der Lichtintensität der Durchmesser des Fleckes verschieden gefunden wird, besonders bei den kleineren Einfallswinkeln. Dem Auge erschienen übrigens Gegenstände, durch das blane Glas betrachtet, viel weniger hell, als durch das rothe Glas.

Beobachtungen an denselben Flintglasprismen, wenn zwischen die Hypotenusenflächen derselben Wasser gebracht wurde, ergaben ähnliche Resultate, wie die folgenden Tabellen zeigen.

XII. Flintglas-Wasser.

Roth $\mu_R = 1,210$ ($55^\circ 46'$)					Blan $\mu_B = 1,215$ ($45^\circ 24'$)				
J_R	$2\rho_R$		ε_R		J_B	$2\rho_B$		ε_B	
	\neq	\perp	\neq	\perp		\neq	\perp	\neq	\perp
57° 13'	8,38	8,75	1,153	1,258	57° 8'	6,52	6,82	0,698	0,764
60 10	7,00	7,00	0,806	0,806	60 3	6,08	6,08	0,622	0,622
63 1	6,62	6,29	0,720	0,650	62 53	5,37	5,07	0,474	0,422
68 26	5,66	5,49	0,526	0,495	68 15	4,76	4,55	0,372	0,340

Roth		J_R	Blan		J_B	$\frac{\varepsilon_{\lambda_R}}{\varepsilon_{\lambda_B}}$		
ε_{λ_R}			ε_{λ_B}			\neq	\perp	
J_R	\neq	\perp	J_B	\neq	\perp	J_B	\neq	\perp
	λ	λ		λ	λ			
57° 13'	2,617	2,854	57° 8'	2,106	2,305	57° 48'	1,243	1,238
60 10	1,827	1,827	60 3	1,875	1,875	60 48	0,975	0,975
63 1	1,634	1,475	62 53	1,429	1,274	63 43	1,144	1,156
68 26	1,194	1,124	68 15	1,123	1,026	69 20	1,064	1,083

8.

Misst man für einen bestimmten Einfallswinkel den Durchmesser des elliptischen Fleckes und schaltet ein rothes Glas kurz vor oder kurz hinter dem Prismenpaar in den Gang der Lichtstrahlen ein, so findet man denselben Werth, wenigstens so genau als sich diese Messungen überhaupt anstellen lassen.

Dasselbe war der Fall, wenn man statt des rothen Glases ein blaues Glas oder ein Nicol'sches Prisma oder eine dünne Silberschicht anwandte, die nach dem Verfahren von Martin¹⁾ auf einer Spiegelglasplatte erhalten und mit blau-violetter Farbe durchsichtig war.

Die Intensität des durchgehenden Lichtes nimmt nach dem Rande des elliptischen Fleckes hin sehr schnell ab. Das Auge wird also Strahlen bei schwacher Intensität des einfallenden Lichtes nicht mehr wahrnehmen, die bei grösserer Intensität vollkommen deutlich gesehen werden. Dies

1) *Compt. rend.* t. 56, 1863, p. 1044.

wird besonders bei Beobachtungen für kleinere Einfallswinkel hervortreten, für welche die am Rande des elliptischen Fleckes hindurchgelassenen Strahlen sehr geringe Intensität haben.

Vielleicht liegt darin der Grund, daß der Durchmesser des elliptischen Fleckes bei Anwendung von Sonnenlicht sich viel größer ergibt als bei Anwendung von Tageslicht oder Lampenlicht. Mit Berücksichtigung der am Anfang dieses Paragraphen erwähnten Versuche wage ich wenigstens nicht aus dieser Erscheinung zu schließen, daß mit der Intensität oder der lebendigen Kraft der einfallenden Strahlen auch die Tiefe zunimmt, bis zu welcher das Licht in das dünnere Medium eindringt.

9.

Die Strahlen gingen, auch wenn sie unter Winkeln größer als der Gränzwinkel der totalen Reflexion auf die Hypotenusenfläche des ersten Prismas auffielen, durch die beiden aufeinanderliegenden Prismen in der Nähe der Berührungsstelle so hindurch, als ob sie an den Gränzflächen des dünneren Mediums gewöhnliche Brechung erlitten hätten. Um zu sehen, ob dies in aller Strenge der Fall wäre, wurden in die beweglichen Arme des in §. 3 beschriebenen Goniometers 2 Fernrohre geschraubt, die auf die Unendlichkeit eingestellt waren. Die Axen beider Fernrohre wurden senkrecht gegen die Goniometeraxe gerichtet, so daß, wenn beide in einer geraden Linie lagen, das Fadenkreuz des einen Fernrohrs deutlich im Fadenkreuz des anderen gesehen wurde. Es ließ sich auf diese Weise die Neigung der Fernrohraxe bis auf 1' genau durch eine einzelne Beobachtung bestimmen.

Ein Paar Flintglasprismen, die in der früher beschriebenen Weise mit ihrer ebenen und convexen Hypotenusenfläche aufeinandergelegt waren, wurden an der Goniometeraxe befestigt und die Kathetenfläche AB des einen Prismas senkrecht gegen die Axe des einen Fernrohrs F_1 gestellt. Das Fadenkreuz des ersten Fernrohrs F_1 erschien dann deutlich im Fadenkreuz des zweiten Fernrohrs F_2 .

vermöge der Strahlen, die durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Flintglasprismen hindurchgegangen waren. Gewöhnlich waren die Kathetenflächen AB und A_1B_1 der beiden Flintglasprismen nicht parallel, sondern einige Minuten gegen einander geneigt; so daß durch das Dazwischenbringen des Prismenpaares das Fadenkreuz von F_1 ein wenig gegen das Fadenkreuz von F_2 verschoben erschien. Diese Verschiebung oder Ablenkung der durch die Prismen hindurchgegangenen Lichtstrahlen wurde für verschiedene Einfallswinkel J , unter denen die Strahlen die Hypotenusenfläche trafen, gemessen, während das Fadenkreuz des Fernrohrs F_1 durch eine vor das Ocular gestellte Natriumflamme erleuchtet war. Der Winkel J war größer, als der Gränzwinkel der totalen Reflexion. Brachte man nun zwischen die Hypotenusenflächen beider Flintglasprismen Wasser oder Terpenthinöl, so daß die totale Reflexion an der Hypotenusenfläche des ersten Flintglasprismas in gewöhnliche überging und die Strahlen mit gewöhnlicher Brechung durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen hindurchgingen, so war die Ablenkung genau dieselbe, wie bei demselben Winkel J , und Luft zwischen den Hypotenusenflächen.

Dasselbe Resultat wurde mit den Crownglasprismen erhalten.

Bei den erwähnten Versuchen betrug die Ablenkung der einfallenden Strahlen nur wenige Minuten. Man konnte aber die Strahlen auch durch ein Flintglas- und ein Crownglasprisma hindurchgehen lassen, von denen das eine eine ebene, das andere eine convexe Hypotenusenfläche hatte. Dann wurden die Lichtstrahlen die in die Kathetenfläche AB eingetreten und aus A_1B_1 ausgetreten waren, um mehrere Grade abgelenkt, deren Anzahl, je nach dem Einfallswinkel J zwischen 5° und 12° schwankte. Die Ablenkung war aber wieder genau dieselbe für denselben Winkel J mochte Luft oder Wasser oder Terpenthinöl zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen sich befinden, mochte totale oder gewöhnliche Reflexion an der Hypotenusen-

fläche des ersten Prismas stattfinden. Dabei war es gleichgültig ob das Flintglas- oder Crownglasprisma den einfallenden Lichtstrahlen zugekehrt war.

10.

Brachte man ein solches §. 2 beschriebenes Prismenpaar vor den Spalt eines Spectralapparates, so erschienen die Fraunhoferschen Linien genau in derselben Weise und an derselben Stelle des Gesichtsfeldes (Fadenkreuzes), mochten die Strahlen durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen mit gewöhnlicher Brechung hindurchgegangen seyn, oder nicht.

Es wurde für diese Versuche ein Spectralapparat benutzt, der in ähnlicher Weise, wie der von Kirchhoff¹⁾ angewandte aus Spalt, Objectivlinse von 27^{mm} Oeffnung, drei Flintglasprismen von 60°, einem ebensolchen von 45° und einem astronomischen Fernrohr mit gleicher Objectivlinse und 15facher Vergrößerung bestand. Die beiden Fraunhofer'schen Linien *D* standen in diesem Apparat etwa 15' von einander entfernt.

Ließ man *durch* ein Prismenpaar mit convexer und ebener Hypotenusenfläche das Licht einer Natriumflamme auf einen kleinen Spectralapparat fallen, in welchem man das ganze Spectrum gleichzeitig übersehen konnte, so war das gewöhnliche Spectrum einer Natriumflamme zu sehen, mochte das Licht an der Hypotenusenfläche des ersten Prisma's gewöhnliche oder totale Reflexion erlitten haben.

11.

Es mag hier auch noch erwähnt werden, daß bei totaler Reflexion keine Vermehrung der Lichtintensität stattfindet, wie dies auch schon von Neumann²⁾ ausgesprochen worden ist. Jene zuerst von Cauchy behauptete Vermehrung der Lichtintensität wird aber doch noch von Einigen für möglich gehalten und der Grund dafür in einem Sichtbarwerden longitudinaler Aether-Schwingungen gesucht.

1) Abhandl. der Berl. Acad. 1861, S. 64.

2) Pogg. Ann. Bd. 40, 1837, S. 501.

Nach Cauchy¹⁾ sollte ein Lichtstrahl, der aus Glas in Luft übergeht, einen Lichtstrahl von sehr großer Intensität geben, wenn er aus der Gränzfläche beider Medien so austräte, daß er in Luft einen sehr kleinen Winkel mit dieser Gränzfläche bildete. Dies würde also der Fall seyn für Einfallswinkel J wenig kleiner, als der Gränzwinkel der totalen Reflexion. Der austretende Strahl sollte aber ferner verschwinden und alles Licht total reflectirt werden, sobald der Einfallswinkel J sehr groß wäre, der im Glas einfallende Strahl einen kleinen Winkel mit der Gränzfläche bildete.

Cauchy und Hessler in Grätz wollen dies durch Versuche bestätigt haben, indem sie durch eine kleine Oeffnung in einem dunklen Schirme das Licht einer Kerze auf die Kathetenfläche eines Glasprismas auffallen ließen, und das Bild der Lichtflamme mit großer Intensität durch

1) *Compt. rend. t. 2, 1836, p. 348.* »Des principes ci-dessus développés, il résulte que, si deux faces non parallèles d'un crystal sont traversées par un rayon de lumière, d'abord incident puis réfracté, puis émergent, le rayon émergent s'éteindra toujours lorsque le rayon incident formera un angle infiniment petit avec la face d'entrée; de manière à éprouver sur cette surface une réflexion totale; mais qu'au contraire, si le rayon réfracté rencontre la face de sortie à très peu sous l'angle de réflexion totale, et de manière que le rayon émergent forme un angle infiniment petit avec le plan de cette face, le dernier rayon, loin de s'éteindre, pourra dans certains cas, acquérir une très grande intensité. Ayant communiqué, le 20 mars dernier, cette conséquence de mes formules à M. Hessler, professeur de physique, je lui proposai de la vérifier par l'observation. Il colla du papier noir sur les triangles rectangles qui servaient de bases à un prisme de verre, et sur les deux plus petites des trois faces latérales, après avoir percé d'un trou d'épingle le papier qui devait recouvrir une des surfaces latérales, et nous reconnûmes, que l'image d'une bougie était transmise à travers le prisme avec une grande intensité dans les cas même où le rayon émergent devenait sensiblement parallèle à la face de sortie. J'ai observé depuis que le rayon émergent s'éteint graduellement quand le rayon incident forme un angle de plus en plus petit avec la face d'entrée. Je ne connais pas d'auteur qui ait parlé de cette expérience, que tout le monde peut répéter avec la plus grande facilité.« — Auch Pogg. Ann. Bd. 39, 1836, S. 59.

das Prisma hindurch erblickten, selbst in dem Falle, wo die Strahlen aus der Hypotenusenfläche des Glasprisma's fast parallel mit derselben austraten.

Ich muß gestehen, daß ich nicht recht verstehe, was von den erwähnten beiden Beobachtern eigentlich gesehen worden ist. Aus der Hypotenusenfläche treten die verschieden gefärbten Strahlen in verschiedener Richtung aus und man sieht ein Spectrum oder einen Theil eines Spectrums sobald man längs der Hypotenusenfläche auf ein solches Prisma blickt, auf dessen eine Kathetenfläche weißes Licht auffällt. Dieses Spectrum scheinen die beiden Beobachter aber gar nicht gesehen zu haben.

Der austretende Strahl verschwindet auch nicht *allmählig*, wie es Cauchy a. a. O. angiebt, wenn der Einfallswinkel zunimmt, sondern *plötzlich*, sobald man durch Drehen des Prisma's den Einfallswinkel größer werden läßt als den Gränzwinkel der totalen Reflexion. Freilich läßt sich dieß nur wahrnehmen, wenn man homogenes Licht auf die Kathetenfläche des Prisma's auffallen läßt.

Bei diesem letzteren Versuche könnte man bei oberflächlicher Betrachtung wohl dazu verleitet werden, eine Verstärkung der Lichtintensität anzunehmen. Läßt man nämlich von einem mit einer Natriumflamme erleuchteten Spalt Licht auf eine Objectivlinse und dann auf die Kathetenfläche eines rechtwinkligen Prisma's fallen, so daß die aus der Hypotenusenfläche ausgetretenen Strahlen einen kleinen Winkel mit dieser Fläche bilden, so sieht man das Bild des Spaltes, welches diese Strahlen erzeugen, viel heller, als wenn man direct durch die Objectivlinse auf den Spalt sieht.

Es rührt dieß einfach daher, daß das auf die Kathetenfläche des Prisma's auffallende Strahlenbündel von beträchtlicher Breite nach dem Austritt aus der Hypotenusenfläche ein Strahlenbündel von viel geringerer Breite bildet, wie man das aus Fig. 3 Taf. I sofort übersieht. Der Einheit des Querschnitts eines Strahlenbündels entspricht also eine weit größere Lichtintensität nach dem Austritt aus dem

Prisma als vor dem Eintritt in dasselbe, und in das Auge gelangen weit mehr Strahlen, wenn es den erleuchteten Spalt durch das Prisma, als wenn es ihn direct durch die Objectivlinse erblickt. Die Verschiedenheit der Lichtintensität verschwindet, wenn man durch undurchsichtige Schirme mit passenden Oeffnungen dafür sorgt, dass das Auge in beiden Fällen von gleich vielen Strahlen getroffen wird.

12.

Später hat Cauchy¹⁾ auſer von Strahlen mit longitudinalen oder transversalen Schwingungen der Aethertheilchen auch von sogenannten verschwindenden Strahlen gesprochen, die dem Auge wahrnehmbar seyn sollen. Als solche verschwindende Strahlen wird das durch ein dünnes durchsichtiges Goldblatt gegangene grüne Licht erwähnt, oder Strahlen, die streifend längs der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Prismas im dünneren Medium sich fortpflanzen sollen, wenn innerhalb des Glases Licht unter

1) *Compt. rend. t. 28, 1849, p. 26.* „Si, le module se réduit constamment à l'unité, le rayon se propagera sans s'affaiblir. Si le module diffère généralement de l'unité, l'amplitude des vibrations lumineuses décroîtra en progression géométrique, tandis que la distance à un plan fixe croîtra en progression arithmétique, et alors le rayon du lumière deviendra ce que nous appellerons un rayon évanescant. La lumière qui renferme un rayon évanescant peut être, dans un grand nombre de cas, perçue par l'œil. Telle est, en particulier, la lumière verte transmise par voie de réfraction à travers une feuille d'or très mince. Telle est encore la lumière transmise à travers les faces latérales d'un prisme de verre qui a pour bases deux triangles rectangles, et formée par un rayon émergent qui rase la face de sortie, dans le cas où le rayon réfracté forme, avec la normale à cette dernière face, un angle supérieur à l'angle de réflexion totale. Alors comme je l'ai dit en 1836 (tome II p. 349) le rayon émergent s'éteint graduellement, tandis que le rayon incident forme un angle de plus en plus petit avec la face d'entrée.“

ib. p. 28. „... le troisième rayon est un rayon évanescant, dirigé de manière à raser la surface réfléchissante ou réfringente, et composé de molécules qui décrivent des ellipses comprises dans le plan d'incidence, les plans des ondes étant à la fois perpendiculaires au plan d'incidence et à la surface, dont il s'agit.“

einem Winkel größer als der Gränzwinkel der totalen Reflexion auf diese Hypotenusenfläche auffällt. Cauchy beruft sich dabei sogar auf die von ihm und Hessler angestellten Versuche, wonach der aus der Hypotenusenfläche austretende Lichtstrahl allmählich verlöschen soll, wenn der Einfallswinkel zunimmt.

Dafs das letztere nicht der Fall ist, wurde schon oben erwähnt.

Man könnte aber nichts desto weniger glauben, dafs bei den in diesem Aufsatz beschriebenen Versuchen das in das zweite Prisma eingedrungene Licht von solchen verschwindenden Strahlen herrührte.

Aus den oben angeführten Versuchen folgt, dafs das Licht bis zur Tiefe von mehreren Wellenlängen in das dünnere Medium eindringt, während jene verschwindenden Strahlen nur in sehr kleinen Entfernungen von der Gränzfläche, die Bruchtheile einer Wellenlänge sind, bemerkbar seyn sollen¹⁾.

Da sich ferner diese verschwindenden Strahlen parallel der Gränzfläche beider Medien fortpflanzen sollen, so begreift man zwar, dafs sie in den Raum zwischen der ebenen und convexen Hypotenusenfläche der beiden aufeinandergelegten Prismen gelangen, aber man begreift nicht, wie sie nun in das zweite Prisma eindringen können. Dazu kommt, dafs die Gränze des hellen elliptischen Fleckes an derselben Stelle der Hypotenusenflächen erscheint, mag man das Licht in der Nähe des Berührungspunktes, oder seitlich davon auffallen lassen.

In jenen verschwindenden Strahlen sollen die Wellenebenen senkrecht zur Einfallsebene und zur reflectirenden Fläche stehen. Dann könnte also die Erscheinung nicht symmetrisch zu dem Berührungspunkte der Hypotenusenflächen, sondern müfste in verschiedenen Richtungen verschieden seyn; das durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen hindurchgegangene Licht müfste einen langgestreckten und keinen elliptischen hellen Fleck bilden.

1) *Compt. rend. t. 28, 1849, p. 64.*

Dafs die Gestalt des hellen Fleckes nun in der That elliptisch ist, läfst sich so genau, als es bei der verwaschenen Gränze desselben überhaupt möglich ist, in folgender Weise am besten zeigen. Man fängt das durch das Prismenpaar hindurchgegangene Licht auf einer schiefgestellten matten Glasfläche auf. Mit einigem Probieren bringt man es leicht dahin, dafs auf der Glasplatte ein kreisförmiger heller Fleck erscheint, der durch ein Nicol'sches Prisma betrachtet, beim Drehen desselben an allen Stellen seiner Peripherie in gleicher Weise gröfser oder kleiner wird.

Man übersieht sofort, dafs dies nur möglich ist, wenn das aus dem Prismenpaar austretende Strahlenbündel elliptischen Querschnitt hat, und wenn das Licht an Stellen, die symmetrisch zum Berührungspunkte der beiden Hypotenusenflächen liegen, in gleicher Weise durchgelassen wird.

Rührte endlich das durch den hellen elliptischen Fleck durchgegangene Licht von verschwindenden Strahlen her, die aus Longitudinalschwingungen ¹⁾ entstanden wären, so würden diese ganz oder doch zum Theil in dem hindurchgegangenen Lichte fehlen, und dieses letztere in einem zweiten Prismenpaar nicht von neuem in gleicher Weise einen hellen elliptischen Fleck erzeugen können. Das durch ein erstes Prismenpaar hindurchgegangene Licht verhält sich aber gegen ein zweites Prismenpaar, wie gewöhnliches Licht, abgesehen von der im folgenden Abschnitt näher behandelten elliptischen Polarisation, die sich auf die verschiedene Intensität des parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes zurückführen läfst.

(Schluß im nächsten Heft.)

1) *Compt. rend. t. 28, 1849, p. 63.* »Elles (les formules) renferment avec l'angle d'incidence et l'indice de réfraction, les coefficients d'extinction de deux rayons évanescents, qui propagés dans le premier et le second milieu le long de la surface de séparation, n'offrent de lumière sensible qu'à de très-petites distances de cette surface. Ces deux rayons évanescents dont chacun tient la place d'un mouvement à vibrations longitudinales, influent nécessairement sur la production des phénomènes de réflexion et de réfraction lumineuses etc.«

II. Ueber die Abhängigkeit des Strahlungsmögens der Körper von der Natur der umgebenden Mittel;

von Dr. G. v. Quintus Icilius in Hannover.

(Auszuglich in der Section für Mathematik und Physik der 40. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte mitgetheilt.)

In der Abhandlung: „Ueber die Concentration von Wärme- und Lichtstrahlen und die Grenzen ihrer Wirkung“¹⁾ hat Hr. Prof. Clausius aus dem Grundsatz, daß die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, durch mathematische Betrachtungen das Gesetz²⁾ abgeleitet: Die Stärke der Emission eines Körpers ist nicht nur von seiner eigenen Beschaffenheit und seiner Temperatur abhängig, sondern auch von der Natur des umgebenden Mittels, und zwar in der Weise, daß die Emissionsstärken in verschiedenen Mitteln im umgekehrten Verhältnisse stehen mit den Quadraten der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Strahlen in den Mitteln, oder im directen Verhältnisse mit den Quadraten der Brechungscoefficienten der Mittel.

Die thatsächliche Bestätigung dieses an sich schon merkwürdigen Gesetzes würde also zugleich eine neue Bestätigung des oben angeführten Grundsatzes seyn, und erscheint daher als eine nicht unwichtige Aufgabe der experimentellen Physik. Um eine Lösung desselben zu versuchen, sind die folgenden Versuche angestellt.

Dabei erschien es vor Allem, um hinreichend gleichartige und constante Wärmequellen für die verschiedenen mit einander zu vergleichenden Beobachtungen zu erhalten, nothwendig, gleichartige mit siedendem Wasser (oder einer andern siedenden Flüssigkeit) gefüllte Gefäße als strahlende Körper anzuwenden. Dadurch war aber die Wahl der

1) Pogg. Ann. Bd. 121, S. 1.

2) A. a. O. S. 43.

Mittel, welche diese umgeben sollten; beschränkt, indem feste Körper schon als solche von selbst, tropfbare Flüssigkeiten aber wegen ihrer geringen Diathermanität für dunkle Wärmestrahlen ausgeschlossen waren. Die Unterschiede der Brechungscoefficienten verschiedener Gase, namentlich solcher, die wegen ihrer Darstellung, wegen der chemischen Einwirkung auf die Gefäßwände oder aus andern ähnlichen Gründen keine allzugroßen Unbequemlichkeiten bei den Versuchen darbieten, sind aber so gering, daß nur durch große Empfindlichkeit des thermometrischen Apparats und durch vielfache Wiederholungen der Versuche einige Aussicht auf Erfolg gegeben schien. Für Kohlensäure und Wasserstoff z. B., welche aus naheliegenden Gründen als die für die beabsichtigten Versuche geeignetsten Gase erschienen, sind nach Dulong's Bestimmungen die Brechungscoefficienten resp. 1,000449 und 1,000138, also das Verhältniß derselben zu einander 1,000310, eine von der Einheit so wenig differirende Zahl, daß im günstigsten Falle nur eine ohungefähre Uebereinstimmung derselben mit der Zahl zu erwarten war, welche mit Zugrundelegung des oben genannten theoretischen Gesetzes aus den Versuchen über die Größe der Wärmestrahlung eines abwechselnd mit dem einen und dem andern dieser beiden Gase umgebenen Körpers bestimmt werden sollte.

Der Erfolg rechtfertigte indeß diese Erwartung einigermaßen, indem die nachfolgend beschriebenen Versuche wenigstens zeigten, daß ein Körper, der von Kohlensäure umgeben ist, die Wärme etwas stärker ausstrahlt, als wenn er unter sonst gleichen Verhältnissen von Wasserstoff umgeben ist; und zwar fand sich der Unterschied seiner Größe nach ungefährl. von derselben Ordnung, wie nach dem Gesetze des Hrn. Prof. Clausius zu erwarten war.

Der Beschreibung der Versuche möge die des dabei benutzten Apparates vorausgehen.

Auf einem als Grundlage dienenden horizontalen Brette A (Fig. 12 Taf. I) sind zwei mit Wasser gefüllte Gefäße von Messingblech, B und C, auf Dreifüßen in geeigneter

Weise aufgestellt, in welchen durch untergestellte Gaslampen das Wasser zum Sieden gebracht und während der Versuche darin unterhalten wurde, wobei die obern offenen Flächen derselben etwa zu zwei Dritteln bedeckt wurden. Die Seiten der nahe cubischen Gefäße sind 150^{mm} lang, und ihre einander zugewendeten, mit Kampferfuß überzogenen, und untereinander parallelen Flächen stehen 537,5^{mm} auseinander.

Vor jede dieser beiden Flächen ist nach deren Berrichtung ein 34^{mm} langer und 72^{mm} im Durchmesser haltender hohler Messingcylinder etwa in der Mitte der Fläche luftdicht angeschraubt; die dem Gefäße anliegende Grundfläche desselben ist offen, die andere aber mit einer Metallplatte verschlossen, in deren Mitte sich eine 27^{mm} hohe und 16,5^{mm} breite rechteckige Oeffnung befindet. Eine ebensolche Platte theilt jeden Cylinder seiner Länge nach in je zwei etwa 15^{mm} lange Kammern, 1, 2 und 3, 4. Jede der vier rechteckigen Oeffnungen ist durch eine eingekittete Platte von Steinsalz wieder verschlossen. In die so gebildeten vier Kammern 1, 2, 3, 4 führen je zwei diametral gegenüberstehende Röhren, *a, c; b, d; e, g; f, h*, welche durch Glas und Kautschuckröhren untereinander und mit Gasentwicklungsapparaten verbunden sind, um Kohlensäure und Wasserstoff durch die Kammern leiten zu können. Diese Verbindungen sind, wie die Figur zeigt, so angeordnet, daß gleichzeitig, entweder die Kohlensäure durch die Kammern 2 und 4, und der Wasserstoff durch die Kammern 1 und 3 geht, oder beides vertauscht ist. Im ersten Falle ist die strahlende Fläche des Gefäßes *C* von Kohlensäure, die des Gefäßes *B* von Wasserstoff unmittelbar umgeben; immer haben die von den beiden strahlenden Flächen ausgesandten Strahlen nahe gleich dicke Schichten beider Gase zu durchlaufen, ehe sie auf die in gleicher Höhe mit Steinsalzplatten und in gerader Linie mit diesen nahe in der Mitte zwischen den Gefäßen *B* und *C* befindlichen Endflächen einer thermo-elektrischen Säule *D* fallen. Diese Einrich-

tung wurde getroffen, um etwaige thermochroische Verschiedenheiten der beiden Gase unschädlich zu machen.

Am die, zu den beiden Kammern 1 und 2 führenden Röhren *a* und *b* sind mit Quetschhähnen versehene Kautschukschläuche befestigt, durch welche die Gase aus dem Entwicklungsapparaten strömen, nachdem sie durch Vorlagen, die Schwefelsäure enthalten, geleitet und darin getrocknet sind. Die Umwechselung der Verbindungen der Kammern 1 und 2 mit den Gasentwicklungsapparaten wurde, um jede Verrückung des Hauptapparates zu vermeiden, immer an den Entwicklungsapparaten, nie an den Röhren *a* und *b* vorgenommen.

Die thermo-elektrische Säule enthält 50 Stäbchenpaare aus Wismuth und Antimon von 31^{mm} Länge; ihre Endflächen bilden Rechtecke von 20^{mm},5 Höhe und 8^{mm} Breite, und sind mit Kampferrufs überzogen; auf die Fassung der Säule sind zwei je 40^{mm} lange prismatische Ansatzröhren gesteckt. Durch einen Messigträger ist sie in geeigneter Höhe auf einem Schlitten befestigt, der durch eine Mikrometerschraube in der Längsrichtung zwischen den Gefäßen *B* und *C* bewegt werden kann. Der Schlitten trägt zwei von einander isolirte Klemmschrauben, von welchen Leitungsdrähte einseits zu den Enden der thermo-elektrischen Säule, andererseits zu einem Commutator führen, und außerdem einen Index, mittelst dessen die Stellung der Säule an einer auf der Unterlage des Schlittens angebrachten Theilung roh abgelesen wird, während die feinere Ableseung durch einen zweiten Index geschieht, der der Theilung am Kopfe der Mikrometerschraube gegenübersteht. Die Unterlage des Schlittens ist auf einem auf das Brett *A* etwa in der Mitte zwischen den Gefäßen *B* und *C* gekeimten Klotze befestigt.

Ein Kasten von Holz, *NNNN*, umgibt die Säule zwischen den Gefäßen *B* und *C*, die mit ihren cylindrischen Vorsprüngen in denselben eingelassen und durch umgelegte Metallbänder fest gegen ihn gedrückt sind. Ein Schlitz von

etwa 30^{cm} Länge in dem horizontalen Boden des Kastens läßt den Träger der Säule in diesen eintreten, während der Schlitten mit der Mikrometerschraube unterhalb desselben frei liegt. Zwei andere Schlitzte in der einen Längswand des Kastens erlauben die Schirme *E* und *F* zwischen die Endflächen der Thermosäule und die strahlenden Flächen der Gefäße *B* und *C* zu schieben, oder sie zurückzuziehen. Diese Schirme sind aus je zwei Messingplatten gebildet, welche durch einen Rahmen aus Holz auseinander gehalten sind; der innere Raum zwischen den Messingplatten ist mit Asche gefüllt.

Drei Kasten aus Messingblech, *G*, *H* und *J*, welche bis auf die erforderlichen Verbindungsrohren völlig geschlossen sind, sind zwischen und außerhalb der beiden Schirme in den Holzkasten eingepaßt. Alle drei sind in der Weise mit Durchlaßrohren versehen, daß nach dem Zurückziehen der Schirme die Strahlen von den Gefäßen *B* und *C* auf die Endflächen der Thermosäule fallen können. Der mittlere, *H*, umschließt, wie die Figur zeigt, die Säule; sein mittlerer hohler Raum wird oben durch einen metallenen Deckel verschlossen. Aus einem Wasserreservoir fließt durch in der Figur fortgelassene Verbindungsrohren der Reihe nach durch die Kasten *H*, *J* und *G* während der Versuche fortdauernd ein Wasserstrom, welcher in jeden derselben am Boden ein, und oben wieder austritt.

Endlich ist zwischen die Gefäße *B* und *C* einerseits und die Kasten *G* und *J* andererseits je ein auf beiden Seiten mit Tuch überzogener Holzklotz, *K* und *L*, eingeklemmt, der in der Mitte hinreichend weit durchbohrt ist, um die Strahlung auf die Säule nicht zu hindern.

Der Commutator, welcher, wie oben beschrieben, mit der Säule durch Leitungsdrähte verbunden ist, vermittelt deren Verbindung mit dem Multiplicator eines Galvanometers; um beim Umlegen desselben nicht durch Berührung mit der Hand störende thermo-elektrische Ströme im Commutator selbst zu erregen, geschieht dieses mittelst eines ange kitteten längern Glasstäbchens, eine Vorsichts-

maafsregel, die sich bei vorläufigen Versuchen als durchaus nothwendig erwies.

Das Galvanometer ist mit thunlichster Beachtung des von Hrn. Prof. Weber für die Construction empfindlicher Galvanometer gegebenen Regeln¹⁾ eingerichtet. Der Widerstand des Multiplicatordrahtes, nach absolutem Maafse und bei 11°,6 C. gemessen, beträgt etwa²⁾ $324 \cdot 10^6$; der der Säule, incl. der Verbindungsdrähte $259 \cdot 10^6$; er ist kreisförmig aufgewunden, der innere Durchmesser misst 40^{mm},5 der äufsere 116^{mm},5 und die Breite 72^{mm},8; er zählt 1099 Umwindungen in 26 Lagen.

Die nicht ganz astatische Nadel besteht aus zwei kreisförmigen Stahlscheiben von 30^{mm} Durchmesser und 6^{mm} Dicke, von denen die eine, aufserhalb des Multiplicators und 109^{mm} über der andern schwebende, zugleich als Spiegel für die Ablesung mittelst eines Fernrohrs dient; die magnetischen Momente derselben sind nach absolutem Maafse etwa resp. $2,15 \cdot 10^6$ und $1,93 \cdot 10^6$, während die statische Directionskraft des feinen Silberdrahts, an welchem sie hängen, nahe gleich 10^6 , oder, bei dem Werthe 1,82 der horizontalen Componente des Erdmagnetismus im Beobachtungsorte, etwa $\frac{1}{2}$ der gesammten Richtkraft ist.

Aus diesen Zahlen ergibt sich beiläufig, da man nach den Angaben von Matthiessen und Wild³⁾ die elektromotorische Kraft eines thermo-elektrischen Elements aus Wismuth und Antimon bei einer Temperaturdifferenz von 1° C. etwa auf $8,4 \cdot 10^6$ nach absolutem Maafse schätzen kann, die Empfindlichkeit des Apparates so grofs, dafs eine Temperaturdifferenz der Endflächen der Säule von 0,001° C. bei einem Abstände der Scale vom Spiegel = 3^m, wie er ungefähr bei den Versuchen war, im Fernrohr eine schein-

1) Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10. Zur Galvanometrie von W. Weber.

2) Die absoluten Werthe der Widerstände sind vielleicht nicht ganz genau, da sie durch Vergleich mit nicht völlig verbürgten Etalons erhalten wurden.

3) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 412.

bare dauernde Ablenkung von 18 Scalentheilen hervorbringen würde.

Bei dieser Empfindlichkeit des thermometrischen Apparates war es trotz der beschriebenen Vorkehrungen zur Vermeidung und Ausgleichung fremder Temperaturdifferenzen nicht zu vermeiden, daß fast stets schwache Ströme im Apparate merklich waren, auch wenn die Schirme längere Zeit die Säule verdeckt hatten und geschlossen blieben.

Diese Ströme waren keineswegs die Folge davon, daß, wie man vielleicht vermuthen könnte, die während einer längern Versuchsreihe bei geöffnetem Schirmen entstandene Temperaturdifferenz der Endflächen der Säule einer sehr langen Zeit nach dem Schließen der Schirme zum Verschwinden bedurft hätte. Denn wenn etwa eine Viertelstunde nach Beendigung einer Versuchsreihe, während welcher die Schirme etwa 6 bis 7 Minuten geöffnet gewesen waren, die Stromrichtung bei geschlossenen Schirmen untersucht wurde, so fand sie sich zwar an einigen Tagen constant in dem Sinne der vorher stattgefundenen Ströme, an andern Tagen aber ebenso constant in entgegengesetztem, oder an andern Tagen änderte sich die Stärke dieses, jedoch meist verhältnißmäßig sehr schwachen, Stromes stetig und langsam im Verlauf mehrerer Stunden.

Aus diesem Grunde wurde jeder einzelnen Beobachtungsreihe eine Reihe von Beobachtungen bei geschlossenen Schirmen vorausgeschickt, indem der Commutator im Tacte der Schwingungsdauer 12mal umgestellt wurde, wodurch die Nadel in Schwingungen von meist wenigen, in einzelnen Fällen jedoch sogar von 20 bis 30 Scalentheilen gebracht wurde, die aufgezeichnet wurden. Nachdem dann diese Schwingungen bis zu angemessener Kleinheit beruhigt waren, wurden beide Schirme gleichzeitig im Moment einer Nadelumkehr geöffnet, und von jetzt an alle Elongationen derselben aufgezeichnet, indem zugleich bei jeder Nadelumkehr der Stand des Commutators gewechselt wurde.

Auf diese Weise wurde die Nadel in wachsende Schwin-

gungen gesetzt, die jedoch nicht nach dem Gesetze sich änderten, wie wenn dasselbe Verfahren bei einem constanten Ströme angewandt wäre, vielmehr stieg die Größe der Bogen besonders im Anfange in einem weit stärkern Verhältnisse, und näherte sich gewöhnlich dann dem Gränzwerthe langsamer; in andern Fällen kamen auch Schwankungen vor, aber meist mit einer gewissen Regelmäßigkeit. Es stieg dann nämlich die Stromstärke während der ersten 10 bis 20 Schwingungen, blieb nun eine Zeitlang nahe constant, oder nahm ein wenig ab, um etwa von der 25. oder 30. Schwingung an wieder merklich zu steigen. Ein bestimmtes Gesetz aber für diese scheinbaren Unregelmäßigkeiten vermochte ich nicht aufzufinden, und mußte daher auf eine exacte Berechnung des Gränzwertthes der Schwingungen, welche im Falle constanten Ströme leicht ist, verzichten.

In allen Fällen habe ich die ersten 36 Schwingungsbogen nach Oeffnung der Schirme beobachtet; dann wurden diese wieder geschlossen, die Verbindungen der Kammern mit den Gasentwickelungsapparaten gewechselt, das in den Siedegefäßen verdampfte Wasser durch Nachfüllen ersetzt, und nach Verlauf von etwa 15 bis 20 Minuten eine zweite Beobachtungsreihe in der nämlichen Weise gemacht. Indem so unter steter Umtauschung der Gase nach jeder Reihe fortgefahren wurde, erhielt ich täglich etwa 8 bis 10 solcher Reihen. Von Tag zu Tag wurde dabei durch Drehen der Mikrometerschraube die Stellung der Skale zwischen den strahlenden Flächen geändert. Nachdem die Beobachtungen bei fünf verschiedenen Stellungen der Skale gemacht waren, wurden sie in umgekehrter Reihenfolge wiederholt, wobei die Vorsicht beobachtet wurde, daß wenn das erste Mal bei einer bestimmten Stellung mit der einen Combination, z. B. Kohlensäure in 1 und 3 Wasserstoff in 2 und 4, begonnen war, das zweite Mal bei derselben Stellung mit der andern Combination angefangen wurde. Nach Beendigung dieser Wiederholung wurde die erste Reihenfolge nochmals wiederholt, wobei

jedoch äußerer Hindernisse wegen die Beobachtungen für die fünfte Stellung ausfielen.

Aus sämmtlichen bei derselben Stellung der Säule und derselben Füllung der Kammern gemachten Beobachtungsreihen wurden schliesslich die Mittel der einzelnen 36 Schwingungsbogen genommen, und an diese eine zwiefache auf der Kenntniss der Dämpfungskraft des Galvanometers (das Verhältniss zweier auf einanderfolgender Schwingungsbogen war 0,879) beruhende Correction angebracht: 1) wegen der kleinen Schwingungsbewegung, in der in der Regel die Galvanometernadel beim Beginn der Versuchsreihe war, und 2) wegen des oben besprochenen ausserwesentlichen Stroms, der als constant für die Dauer einer Versuchsreihe angenommen wurde, und dessen Einfluss auf die Schwingungsbogen unter dieser Voraussetzung aus den jeder Reihe voraufgeschickten Beobachtungen bei geschlossenen Schirmen entnommen werden konnte.

Die folgende Tabelle enthält die auf diese Weise erhaltenen Mittelwerthe der Schwingungsbogen für die fünf verschiedenen Stellungen der Säule und die verschiedene Füllung der Kammern; α bezeichnet darin die Entfernung des Indexes der Schlitten von einem willkürlich angenommenen Nullpunkte der Theilung, I zeigt diejenige Combination der Gasleitungen an, bei welcher der Wasserstoff durch die Kammern 1 und 3, die Kohlensäure durch 2 und 4 strömte, II die entgegengesetzte; dabei ist noch zu bemerken, dass die Numerirung der Kammern in derselben Richtung wie die Bezifferung der Theilung für den Schlitten fortgeht, so dass beim grössten Werthe von α die Säule dem Gefässe C am nächsten stand. Den Schwingungsbogen sind schliesslich noch zugefügt: unter S die respectiven Summen derselben, unter A die Differenz und unter B die Summe der zu demselben Werthe von α gehörigen zwei Werthe von S. Da in sämmtlichen Reihen die Ausschläge der Galvanometernadel bei gleicher Stellung des Commutators nach derselben Seite hin gerichtet waren, so sind alle Schwingungsbogen als positiv gezählt.

α Comb.	5mm,78		4mm,34		2mm,89		1mm,45		0	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
Bogen 1	4,33	4,49	8,83	3,66	3,21	3,95	2,43	2,56	2,91	2,79
2	15,72	15,58	14,45	14,04	13,94	14,24	11,16	11,09	11,95	11,85
3	28,71	29,02	27,49	27,08	26,32	26,85	21,48	21,18	21,72	20,81
4	42,79	41,77	39,65	39,24	37,53	37,16	29,95	30,13	30,64	29,37
5	52,90	53,13	50,84	49,34	45,56	46,68	37,03	37,34	37,24	36,08
6	62,16	62,80	59,90	59,15	53,06	54,98	42,30	42,61	42,26	40,76
7	70,73	70,84	67,53	66,87	58,93	59,84	45,83	46,41	45,64	44,04
8	78,52	78,61	74,45	73,14	63,60	64,53	48,68	48,96	48,14	46,68
9	85,22	84,32	79,09	78,30	67,23	68,01	50,49	50,55	49,71	48,41
10	89,94	89,41	83,40	82,57	70,21	70,57	51,46	51,50	50,53	49,52
11	94,65	93,82	86,89	86,29	72,48	72,53	52,11	51,98	51,12	50,21
12	98,52	97,51	89,85	89,23	73,89	74,27	52,47	52,16	51,60	50,63
13	101,79	100,59	92,42	91,63	75,16	75,47	52,99	52,18	51,79	50,90
14	103,78	103,20	94,21	93,72	76,13	76,54	53,08	51,99	52,06	51,03
15	106,86	105,43	95,71	95,31	77,15	77,25	53,25	51,67	52,24	51,07
16	108,52	107,15	97,09	96,47	77,99	77,83	53,42	51,40	52,27	50,91
17	110,01	108,46	98,41	97,61	78,59	78,26	53,47	51,32	52,45	50,95
18	111,19	109,80	99,59	98,47	79,18	78,50	53,42	50,96	52,63	50,90
19	112,14	110,87	100,33	99,16	79,52	78,81	53,53	50,50	52,78	50,87
20	113,30	111,47	100,98	99,85	79,85	79,18	53,54	50,77	52,58	50,66
21	114,14	112,13	101,66	100,40	80,02	79,47	53,56	50,85	52,49	50,69
22	114,69	112,56	102,25	100,35	80,36	79,82	53,68	50,92	52,59	50,98
23	115,28	112,86	102,85	100,53	80,50	80,20	53,78	51,20	52,71	51,15
24	115,70	113,16	103,30	101,03	80,54	80,40	53,85	51,40	52,76	51,21

α Comb.	5 ^{mm} ,78		4 ^{mm} ,34		2 ^{mm} ,89		1 ^{mm} ,45		0	
	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.	I.	II.
Bogen 25	116,02	113,40	103,79	101,20	80,82	80,73	54,09	51,62	52,49	51,28
26	116,30	113,50	104,04	101,37	81,14	80,99	54,34	51,98	52,83	51,57
27	116,42	113,80	104,22	101,59	81,38	81,17	54,38	52,27	52,71	51,50
28	116,57	114,03	104,50	101,57	81,53	81,46	54,63	52,44	52,74	51,51
29	116,68	114,04	104,61	101,78	81,95	81,76	54,76	52,78	53,01	51,54
30	116,83	113,87	104,96	101,83	81,92	81,96	54,83	53,07	53,30	51,63
31	116,93	113,85	105,19	101,88	82,06	82,06	54,95	53,46	53,85	51,82
32	116,98	113,71	105,28	102,03	82,21	82,29	54,92	53,69	54,16	51,98
33	117,05	113,45	105,57	102,24	82,51	82,55	55,14	53,83	54,55	52,14
34	117,11	113,19	105,69	102,38	82,66	82,70	55,47	54,03	54,83	52,37
35	117,10	112,98	105,89	102,53	82,88	82,80	55,74	54,27	55,24	52,63
36	117,19	112,59	105,90	102,46	83,11	82,90	55,89	54,49	55,68	52,01
S.	3453,47	3391,88	3125,61	3066,39	2514,11	2517,61	1745,98	1690,56	1717,84	1665,25
A.	62,09		59,31		— 3,50 *)		46,42		52,59	
B.	6944,85		6191,91		5081,72		3445,54		3383,09	

*) Die zweite der oben erwähnten Correctionen, welche ihrer Voraussetzung wegen ziemlich unsicher ist, fiel für No. 1 dieser Doppelreihe ungewöhnlich groß aus, und kann daher möglicherweise die beträchtliche Abweichung dieses Werthes von den übrigen Werthen von A verursacht haben.

Mit Ausnahme der dritten Doppelreihe, welche für A einen kleinen negativen Werth ergeben hat, ist A immer positiv, und da mit Abnahme der Werthe von α die Bogen im Allgemeinen kleiner werden, so zeigt dieses an, daß, entsprechend dem Satze des Hrn. Prof. Clausius, die Strahlung der von Kohlensäure umgebenen Fläche etwas stärker als die derselben von Wasserstoff umgebenen Fläche ist.

In Bezug auf die fünfte Doppelreihe ist noch zu bemerken, daß wahrscheinlich in Folge eines nach und nach eingetretenen Anlaufes der Steinsalzplatten die Ausschläge im Allgemeinen mit der Zeit nicht unbeträchtlich abnahmen; zwischen den Versuchen die Platten abzuputzen, war nicht wohl thunlich, da dieses ein gänzliches Auseinandernehmen des Apparates erforderlich gemacht, und dadurch andere erheblichere Störungen verursacht haben würde. Ich habe daher auch für die übrigen Werthe von α die entsprechenden Summen nur aus den Beobachtungen an den ersten zehn Tagen gebildet, und nach dem durchschnittlichen Verhältnisse dieser zu den in der Tabelle angeführten die Summen der fünften Doppelreihe verkleinert, wodurch diese resp. 1585,36 und 1536,82 werden, woraus sich für diese Reihe $A = 48,54$ und $B = 3122,18$ ergeben.

In Ermangelung einer exacteren Reductionsmethode kann man die Summen sämmtlicher Schwingungsbogen einer Reihe als ein angenähertes Maass der zugehörigen Strahlung betrachten, da dieser die Bogen gleicher Ordnungszahl proportional gesetzt werden dürfen, und alle Beobachtungsreihen ganz gleichmäÙig ausgeführt sind.

Es bezeichne nun n das relative Brechungsverhältniß der Strahlen zwischen Kohlensäure und Wasserstoff, r die Entfernung der dem GefäÙe B zugewandten Endfläche der Thermosäule von der ihr gegenüberstehenden strahlenden Fläche, ρ die entsprechende Entfernung für die andere Endfläche, S_1 die Strahlung, wenn das GefäÙ B von Wasserstoff, und das GefäÙ C von Kohlensäure umgeben ist, S_2 dieselbe für die umgekehrte Combination, so muß unter Voraussetzung übrigen vollständiger Symmetrie zu beiden Sei-

ten der Thermosäule nach dem Satze des Hrn. Professor Clausius

$$S_1 = C \left(\frac{n n}{\varrho \varrho} - \frac{1}{r r} \right)$$

$$S_2 = C \left(\frac{1}{\varrho \varrho} - \frac{n n}{r r} \right)$$

seyn, wenn C eine Constante bezeichnet, und die vom Gefäße C ausgehende Strahlung, welche in allen Fällen die vom Gefäße B ausgehende übertroffen hat, als positiv genommen wird.

Die Voraussetzung vollständiger Symmetrie auf beiden Seiten der Thermosäule ist freilich nicht ganz erfüllt, da die Strahlen, bevor sie die Thermosäule erreichen, mehrere Verluste durch theilweise Reflexion erleiden, und diese auf den beiden Seiten ungleich sind. Die aus dem Gefäße unmittelbar in Kohlensäure tretenden Strahlen erleiden theilweise Reflexionen beim einmaligen Uebergange zwischen Kohlensäure und Steinsalz, beim zweimaligen Uebergange zwischen Steinsalz und Wasserstoff (das zweite Mal in entgegengesetzter Ordnung) und beim einmaligen Uebergange zwischen Steinsalz und atmosphärischer Luft; dagegen werden diese Verluste für die zuerst in den Wasserstoff gelangenden Strahlen durch einen einmaligen Uebergang zwischen Wasserstoff und Steinsalz, durch einen zweimaligen Uebergang zwischen Steinsalz und Kohlensäure und einen einmaligen zwischen Steinsalz und atmosphärischer Luft bedingt. Unter Weglassung der auf beiden Seiten gleichen Schwächungen muß also für die erstern Strahlen noch ein Verlust durch Reflexion für den Uebergang zwischen Wasserstoff und Steinsalz, für die letztern für den Uebergang zwischen Kohlensäure und Steinsalz berücksichtigt werden.

Nach den Fresnel'schen Intensitätsformeln ist aber bei normaler Incidenz die Intensität der durch eine Gränzfläche gehenden Strahlen, wenn die der einfallenden $= 1$, und das Brechungsverhältniß zwischen den beiden Mitteln $= \epsilon$ ist, durch $\frac{4\epsilon}{(\epsilon+1)^2}$ gegeben. Wenn daher n_1 und n_2 die re-

lativen Brechungsverhältnisse zwischen Wasserstoff, resp. Kohlensäure einerseits und Steinsalz andererseits bezeichnet, so wird man der besprochenen Unsymmetrie dadurch Rechnung tragen, daß man die Intensität der in der Kohlensäure die strahlenden Flächen verlassenden Strahlen mit $\frac{n_A}{n_c} \left(\frac{n_A + 1}{n_A + 1} \right)^2$, oder da $\frac{n_A}{n_c} = \frac{1}{n}$ ist, mit $\frac{1}{n} \left(\frac{n_A + 1}{n_A + 1} \right)^2$ multiplicirt. Bezeichnet nun m den absoluten Brechungscoefficienten des Steinsalzes, und setzt man die absoluten Brechungscoefficienten des Wasserstoffs und der Kohlensäure resp. $= 1 + h$ und $= 1 + c$, so ist

$$n_c = m(1 + c), \quad n_A = m(1 + h).$$

Der obige Factor wird also

$$\frac{1}{n} \left(\frac{m+1+mc}{m+1+mh} \right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{1 + \frac{mc}{m+1}}{1 + \frac{mh}{m+1}} \right)^2,$$

oder da h und c nur kleine Brüche sind

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{2m(c-h)}{m+1} \right).$$

Folglich erhält man

$$S_1 = C \left[\frac{n}{\rho \rho} \left(1 + \frac{2m(c-h)}{m+1} \right) - \frac{1}{rr} \right]$$

$$S_2 = C \left[\frac{1}{\rho \rho} - \frac{n}{rr} \left(1 + \frac{2m(c-h)}{m+1} \right) \right].$$

Setzt man noch $n = 1 + x$, so ist x ein kleiner Bruch und zugleich $x = c - h$; da ferner r und ρ einander nahe gleich sind, so kann man

$$r = l(1 + y; \quad \rho = l(1 - y)$$

setzen, worin $2l = r + \rho$ und y ein kleiner Bruch ist. Indem man alsdann die Potenzen und Producte der kleinen Brüche x und y vernachlässigt, erhält man:

$$S_1 = \frac{C}{ll} \left(4y + x \frac{2m+1}{m+1} \right) \text{ und}$$

$$S_2 = \frac{C}{ll} \left(4y - x \frac{2m+1}{m+1} \right)$$

oder

$$S_1 + S_2 = \frac{8C}{ll} \cdot y \text{ und } S_1 - S_2 = \frac{2C}{ll} \frac{2m+1}{m+1} x.$$

Da nun S_1 und S_2 den zusammengehörigen Werthen von S in der obigen Tabelle proportional gesetzt werden dürfen, und da y in den fünf verschiedenen Doppelreihen derselben den Werth $y + \frac{a}{l}$ erhält, so ergibt sich, wenn noch zur Abkürzung $\frac{2C}{ll} = z$ und für m sein Werth 1,498 gesetzt wird

$$A = zx \cdot 1,5997$$

$$B = 4z \left(y + \frac{a}{l} \right).$$

Dabei ist zu bemerken, daß selbst wenn noch ein kleiner Symmetriemangel in der Beschaffenheit der strahlenden Flächen oder Endflächen der Thermosäule stattfinden sollte, diese Formeln nicht weiter geändert zu werden brauchen, indem man nur die Bedeutung der Hüllgröße y ein wenig zu ändern brauchte, um einem derartigen Fehler Rechnung zu tragen.

Aus den fünf Werthen von A in der obigen Tabelle:

$$\begin{array}{r} 62,09 \\ 59,31 \\ - 3,50 \\ 46,42 \\ 48,54 \end{array}$$

erhält man zunächst $zx = 26,61$ mit dem mittleren Fehler $\pm 14,88$.

Da ferner die Entfernung der beiden strahlenden Flächen von einander $= 537,5^{\text{mm}}$ und die Länge der Thermosäule $= 31^{\text{mm}}$ ist, so ist $2l = r + \rho = 506,5$, oder $l = 253,25$. Damit und mit den zusammengehörigen Werthen von a und B der obigen Tabelle erhält man zur Bestimmung von z die Gleichungen:

$$\begin{array}{rcl} zy + z \cdot 0,0228 & = & 1711,2 \\ zy + z \cdot 0,0171 & = & 1548,0 \\ zy + z \cdot 0,0114 & = & 1257,9 \\ zy + z \cdot 0,0057 & = & 861,4 \\ zy & = & 780,5 \end{array}$$

Die Auflösung derselben ergibt $zy = 722,2$ mit dem

mittlern Fehler $\pm 66,6$, und $x = 44704$ mit dem mittleren Fehler ± 4760 .

Verbindet man hiermit endlich den oben gefundenen Werth von αx , so erhält man

$$\alpha = 0,000595 \text{ mit dem mittleren Fehler } \pm 0,000339.$$

Wenngleich der mittlere Fehler dieses Resultats wegen der großen Unsicherheit der Versuche verhältnißmäßig sehr bedeutend ausgefallen ist, so ist doch die Uebereinstimmung des hieraus sich ergebenden relativen Brechungsverhältnisses zwischen Kohlensäure und Wasserstoff, nämlich $1,000595 \pm 0,000339$ mit dem aus Dulong's Beobachtungen sich ergebenden Werthe $1,000310$ hinreichend um dasselbe als eine experimentelle Bestätigung des von Hrn. Prof. Clausius theoretisch gefundenen Gesetzes gelten zu lassen.

III. Ueber Wasserstoff-Entwicklung an der Anode; von W. Beetz.

(Der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen mitgetheilt am 20. November 1865.)

Wenn man die Lösung eines Alkali- oder alkalischen Erdsalzes zwischen Magnesiumelektroden zersetzt, so bleibt der negative Poldraht in seinem Ansehen und Gewicht unverändert, der positive wird aufgelöst und zwar unter Entwicklung von Wasserstoffgas. Eine solche Wasserstoffentwicklung an der Anode ist schon bei einem anderen Metalle, dem Aluminium, von Wöhler und Buff¹⁾ beobachtet worden; hier aber war der Vorgang durch die Anwesenheit beträchtlicher Siliciummengen und die Bildung von Siliciumwasserstoff verwickelter. Die einfacheren Vorgänge beim

1) Wöhler, Liebig und Kopp, Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. CIII, S. 218*.

Magnesium erlauben, diese ungewöhnliche Elektrolyse besser zu beobachten und auf Ursachen zurückzuführen, welche auch bei den, beim Aluminium auftretenden Erscheinungen wirksam seyn dürften.

Mein Magnesiumdraht war aus der Fabrik von Johnson, Matthey u. Co., London, durch H. Roesler in Frankfurt a. M. bezogen. Leider konnte ich den Draht in keiner anderen Dicke bekommen, als der einer mäßigen Stricknadel, so daß ein Draht von einem Meter Länge nur 0,44 Grm. wog. Deshalb wurde er unter der Wirkung des Stromes ungemein schnell aufgelöst, und ich mußte ein eignes Voltameter construiren, um die Wirkung des Stromes lange genug unterhalten zu können. In den dicken Boden eines Glasgefäßes (Fig. 11, Taf. I) waren bei *a* und *b* Löcher gebohrt und mit dichtschiessenden Korken wieder ausgefüllt. Auf jeden der Korken war mit Guttapercha eine runde Kautschukplatte fest aufgekittet und auf diese ein trichterförmiges Hütchen (*c* und *d*). Die Drähte *e* und *f* wurden durch die Korken und die Kautschukplatten eingeführt, so daß der Bodenverschluß wasserdicht blieb. Ueber beide Trichter wurden dann die auffangenden Röhren (Eudiometerröhren) gestürzt und mit Klemmen festgehalten. Eine poröse Thonwand *g* theilte das Gefäß in zwei Zellen. Der positive Draht wurde schnell gelöst, und mußte dadurch immer wieder ersetzt werden, daß neuer Draht von unten nachgeschoben wurde. War er dabei nicht von dem Hütchen *c* umgeben, so wurde er leicht unmittelbar an der aus dem Kautschuk herausragenden Stelle, an welcher die größte Stromstärke stattfindet, durchgefressen. Das losgerissene Stück wurde dann vom Gasstrom fortgeführt, und der Versuch war für quantitative Bestimmungen unbrauchbar. Sollte ein Versuch abgebrochen werden, ohne daß die Drähte länger der Einwirkung des Elektrolyten ausgesetzt blieben, so wurden dieselben herausgezogen, und die Ränder des Loches in der Kautschukplatte verschlossen die Oeffnung.

Das Gas an der Anode war niemals selbstentzündlich,

auch enthielt der Magnesiumdraht so geringe Spuren von Silicium, daß auf eine Bildung von Siliciumwasserstoff nicht zu rechnen war. Die eudiometrische Untersuchung ergab, daß das Gas nur aus Wasserstoff bestand. Die begleitenden Erscheinungen am positiven Drahte und das Verhältniß der an beiden Polen entwickelten Wasserstoffmengen zu einander waren je nach der Natur des angewandten Elektrolyten ganz verschieden; aber gerade in diesen begleitenden Umständen fand sich die Ursache der anomalen Wasserstoffentwicklung.

Die Mehrzahl meiner Versuche hatte ich mit schwefelsaurer Magnesialösung als mit derjenigen Flüssigkeit angestellt, bei der ich von secundären Einwirkungen am freiesten zu seyn hoffte. Der Vorgang war hier sehr ähnlich dem, welchen Wöhler und Buff beim Aluminium in Chlorldösungen beobachteten; es wurde nämlich der positive Draht einfach aufgelöst; jedoch bemerkte ich stets, daß der Draht, sobald er in die Lösung eintauchte, schwarz wurde, ferner, daß sich zuweilen kleine Stückchen von diesem Ueberzuge losstießen, und daß die Flüssigkeit im Eudiometerrohr über der Anode trübe wurde. Aber auch hier näherte sich das Verhältniß der Wasserstoffmengen an beiden Polen so sehr einer Constanten, daß kaum anzunehmen war, dies sey ein zufälliges Zusammentreffen. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse meiner Messungen in sieben Versuchsreihen. In derselben giebt die Spalte Cu das Gewicht des in einem eingeschalteten Kupfervoltameter niedergeschlagenen Kupfers in Grammen; H_- das Volumen des am negativen, H_+ das des am positiven Pole entwickelten Wasserstoffes in Cubiccentimetern, stets auf 0° und 760^{mm} Druck reducirt. Die mit Mg überschriebenen Spalten enthalten die Mengen von Magnesium, welche, wie die einzelnen Spaltenüberschriften sagen, dem Kupfer im Voltameter, dem Wasserstoff an der negativen, dem an der positiven Elektrode und beiden zusammen aequivalent sind; die Spalte »Verlust« endlich giebt den Gewichtsverlust des positiven Poldrahtes, während der Elektrolyse:

No.	Cu	H ₋		H ₊		Mg				Ver- lust
		aeq. Cu	gef.	gef.	$\frac{1}{2}$ H ₋	aeq. Cu	aeq. H ₋	aeq. H ₊	Summe	
1	0,0780	27,3	27,12	9,86	9,04	0,0292	0,0290	0,0100	0,0390	0,039
2	0725	25,4	25,7	8,07	8,56	0272	0275	0086	361	035
3	0780	27,3	26,9	11,06	8,97	0292	0288	0118	406	041
4	1180	41,4	42,3	16,8	14,1	0442	0451	0180	621	064
5	0800	28,7	29,4	13,2	9,8	0300	0314	0141	455	045
6	0700	24,5	24,7	9,62	8,23	0262	0264	0103	367	036
7	0730	25,6	24,8	8,8	8,26	0274	0265	0105	370	039

Was aus dieser Tabelle am Unzweideutigsten hervor-
geht, ist: daß der Gewichtsverlust des Magnesiums aequi-
valent ist der Summe des an beiden Polen entwickelten
Wasserstoffs, der Kupferniederschlag im Voltameter dage-
gen nur dem Wasserstoff an der Kathode.

Ferner zeigt ein Vergleich der H₊ und $\frac{1}{2}$ H₋ überschrie-
benen Spalten, daß die am positiven Pole abgeschiedene
Wasserstoffmenge etwas mehr als $\frac{1}{2}$ von der am negativen
Pole entwickelten beträgt. In den Reihen 3 und 5 ist
dieser Ueberschuß am größten, und da es mir aufgefallen
war, daß sich gerade in diesen beiden Reihen größere
Mengen des schwarzen Ueberzuges losgestoßen hatten, und
daß die Flüssigkeit im Eudiometerrohr besonders stark ge-
trübt wurde, so glaubte ich in der Anwesenheit des schwar-
zen Niederschlages überhaupt den Grund der anomalen
Wasserstoffentwicklung suchen zu müssen. Ich suchte
ihn deshalb zu isoliren, und das gelang mir bis zu einem
gewissen Grade sehr wohl. Zersetzt man nämlich durch
einen Strom Kochsalzlösung zwischen Magnesiumelektroden
(deren negative man auch durch eine Platinelektrode er-
setzen kann), so stößt sich sofort eine beträchtliche Menge
schwarzer Substanz vom positiven Poldraht ab. Dieselbe
wird theils vom Gasstrom fortgerissen, theils fällt sie zu
Boden. Aus ihr entwickelt sich fortdauernd ein Gas, auch
wenn sie nicht mehr mit dem Poldraht in Berührung ist.
Die eudiometrische Untersuchung zeigte, daß es Wasser-
stoffgas ist. Setzt man während der Elektrolyse das Eu-
diometer am positiven Pol fest auf die Kautschukplatte

auf, so daß Nichts von dem Niederschlage herausfallen kann, der Strom aber doch nicht unterbrochen wird, und wartet dann mit der Messung der Gasvolumina nach Unterbrechung des Stromes so lange, bis sich aus dem Niederschlage kein Gas mehr entwickelt, so ist wiederum die Summe des an beiden Polen abgeschiedenen Wasserstoffs der Menge des aufgelösten Magnesiums äquivalent; das Verhältniß der beiden Gasvolumina aber hängt von der Stromstärke ab.

In den folgenden beiden Versuchreihen wurde in der angegebenen Weise verdünnte Kochsalzlösung zersetzt, und zwar in Reihe 8 durch 6 Grove'sche Elemente in Reihe 9 dadurch, daß der Magnesiumdraht, der den positiven Pol bilden sollte, mit dem Platindraht als negativem Metall direct verbunden wurde.

No.	H ₋	H ₊	$\frac{1}{2}$ H ₋	Mg			
				aeq. H ₋	aeq. H ₊	Summe	Verlust
8	14,9	10,0	4,96	0,016	0,011	0,027	0,027
9	3,78	10,8	1,26	0,004	0,0116	0,0156	0,017

Ebenso war das Verhältniß H₋:H₊ keineswegs mehr das von 3:1, wenn als Elektrolyt Salmiaklösung angewandt wurde.

10 | 14,4 | 9,77 | 4,8 | 0,0154 | 0,0104 | 0,0258 | 0,026

In diesem Falle trat der schwarze Niederschlag gar nicht auf.

Läßt man den bei der Elektrolyse einer Kochsalzlösung erhaltenen schwarzen Körper in derselben liegen, so bedeckt er sich schnell mit weißen Flocken, und geht endlich ganz in einen weißen Schlamm über. Dieser besteht aus Magnesiahydrat. Verdünnt man, ehe diese Verwandlung vollendet ist, die Lösung stark, so kann man die schwarze Substanz durch Abschlemmen der weißen Flocken fast vollständig säubern. Sie verändert sich im Wasser sehr wenig. Auf keine Weise aber ist es mir geglückt,

sie unverändert zu trocknen; sobald sie unter der Glocke der Luftpumpe über Schwefelsäure der Trocknifs nahe kam, wurde sie grau, und unter der Loupe erkannte man dann deutlich ein Gemisch von schwarzen und weissen Theilchen. Wenn ich daher auf eine Analyse dieses Körpers verzichten mußte, so konnte doch aus anderen Umständen auf seine Natur schliessen. Wird der ausgewaschene Niederschlag in eine verdünnte Säure gebracht, so löst er sich unter Wasserstoffentwicklung auf. Die Lösung enthält kein Chlor, so daß also nicht etwa gerade die Elektrolyse einer Chlorverbindung zur Erzeugung des schwarzen Körpers Voraussetzung gewesen hätte: er ist vielmehr mit dem in Bittersalzlösung entstandenen Ueberzuge identisch. Ein Körper, welcher sich durch Zersetzung des Wassers unter Wasserstoffentwicklung zu Magnesia oxydirt, kann nur Magnesium, oder ein niederes Magnesiumoxyd *Magnesium-suboxyd* seyn. Da das Verhältniß zwischen der Menge aufgelöster Substanz und dem Volumen entwickelten Wasserstoffs nicht bestimmt werden konnte, so war die Entscheidung auf analytischem Wege nicht zu treffen. Aber abgesehen davon, daß gar kein Grund zu finden ist, weshalb gerade nur am positiven Pole ein Abstoßen von schwammigem Magnesium stattfinden sollte, zeigt sich der Niederschlag durch sein elektrisches Verhalten als ein Oxyd. Schliesst man nämlich den Strom einer Batterie durch stark verdünnte Schwefelsäure zwischen Magnesiumelektroden, so schwärzt sich sogleich der positive Draht. Verbindet man jetzt die Drähte durch eine Wippe mit einem Galvanometer, so zeigt sich der positive Poldraht zuerst positiv, wird aber sogleich stark negativ und bleibt das so lange, bis der schwarze Ueberzug verschwunden ist. Beispielsweise bewegte sich das Spiegelbild der Scale meines Spiegelgalvanometers um 10 Theilstriche im positiven Sinne, ging mit der nächsten Spiegelschwankung auf 50 Theilstriche im negativen Sinne, stellte sich in der Nähe von 50 ruhig ein, und ging dann sehr langsam auf 0, während der Draht erst weißfleckig und endlich weiß wurde. Als

ich diese Erscheinung zuerst beobachtete, glaubte ich es mit einem ähnlichen Vorgange zu thun zu haben, wie der ist, welchen ich früher beim Eisen aufgefunden hatte¹⁾, und den ich »anomale Polarisation« nannte, Wiedemann²⁾ »positive«. Ich sah aber bald, daß hier zwei verschiedene Dinge zu unterscheiden sind; eine Polarisation und das elektromotorische Verhalten der schwarzen Schicht. Der erste, positive, Ausschlag ist einer Polarisation zuzuschreiben. Dieselbe verschwindet schnell und entsteht durch Wasserstoffentwicklung, denn auch in verdünnten Säuren entwickelt sich an der Magnesiumanode, während der Elektrolyse, Wasserstoff. Daß dabei nicht die negative Platte stärker positiv polarisirt erscheint, sondern die positive, von einer negativen Oxydschicht bedeckte, ist nicht ohne Analogie, da oft der negative Körper mit Wasserstoff bedeckt, positiver wird, als der positive (z. B. Platin in der Gasbatterie mit Wasserstoff bekleidet, ist positiver als Kupfer³⁾). Jedenfalls aber zeigt der nun folgende Ausschlag, daß der schwarze Niederschlag negativ ist gegen Magnesium; die Negativität verschwindet mit dem Niederschlage. Der ganze Vorgang ist übrigens von der Schließung der secundären Batterie ganz unabhängig. Hat man den Batteriestrom geöffnet, und schlägt die Wippe erst nach einiger Zeit um, so ist der schwarze Draht sogleich negativ; wartet man mit dem Umschlagen der Wippe, bis der Ueberrug verschwunden ist, so findet man die beiden Drähte nahezu ohne elektrische Differenz. Man kann ähnliche Versuche auch mit anderen Leitungsflüssigkeiten anstellen; sie treten dann aber complicirter auf, und erlauben keine sicheren Schlüsse, weil sich an beiden Drähten Magnesiuhydrat bilden kann, was in verdünnten Säuren nicht möglich ist.

Der nächstliegende Gedanke über die Betheiligung des Suboxyds an der Wasserstoffentwicklung war nun der,

1) Diese Annalen Bd. LXIII, S. 445 *.

2) Wiedemann, Lehre vom Galvanismus, Bd. I, S. 508 *.

3) Nach meinen Versuchen in diesen Annalen Bd. LXXVII, S. 504 *.

dafs der Strom nur zum Theil in der normalen Weise die Salze der Lösungen zerlege, zum Theil aber deren Wasser. Werden z. B. aus einer Kochsalzlösung an der Kathode mH entwickelt, an der Anode pH , so ist nach den mitgetheilten Versuchen die Menge des aufgelösten Magnesiums $= (m + p) Mg$. Zertheilt sich der Strom so, dafs er x Aequivalente Wasser zersetzt, so werden xO und $(m - x)Cl$ ausgeschieden. Die Letzteren verbinden sich mit $(m - x)Mg$ und lassen $(p + x)Mg$ übrig, welche mit xO ein Oxyd bilden. Nachdem diese Verbindung ganz zu Magnesia oxydirt ist, enthält sie $(p + x)MgO$. Wenn man diese Menge experimentell bestimmen kann, so ist auch x , also der Bruchtheil des Stroms bestimmt, welcher Wasser zersetzt. Ich untersuchte deshalb zuerst, ob die Quantität Magnesia, welche sich im Entstehungsmomente in einer chlormagnesiumhaltigen Kochsalzlösung beträchtlich ist: 0,067 Grm. Magnesiumdraht, die aequivalent sind 62,6 Cubikcentim. Wasserstoff, wurden so lange unter einer graduirten Röhre in einer schon oft zur Elektrolyse zwischen Magnesiumdrähten gebrauchten Kochsalzlösung gelassen, bis der ganze Draht zu einem weissen Schlamm zerfallen war. Die Flüssigkeit wurde vom Niederschlag abfiltrirt, dieser auf dem Filtrum ausgewaschen und in verdünnter Schwefelsäure gelöst. Nach dem Eindampfen der Lösung blieben 0,328 Grm. schwefelsaure Magnesia zurück, welche aequivalent sind 0,0656 Grm. Magnesia und 61,1 Cubikcent. Wasserstoff. Es waren 62,5 Cubikcentim. Gas entwickelt worden. Demnach war keine beträchtliche Menge Magnesia gelöst.

Nun wurde Kochsalzlösung zwischen Magnesiumelektroden zersetzt, und gewartet, bis der schwarze Niederschlag ganz in weisses Pulver übergegangen war, das dann wie vorher behandelt wurde. In zwei Versuchen wurde erhalten:

Wasserstoff gefunden	Schwefels. Magnesia	Wasserstoff berechnet
39,9	0,209	39,96
25,9	0,132	24,7

Hiernach war die Menge der schwefelsauren Magnesia der des entwickelten Wasserstoffs äquivalent, d. h. $p+x = p$, also $x=0$. Es wird also der schwarze Niederschlag durch keinen Antheil des Stromes, sondern auf rein chemischem Wege erzeugt.

Trotzdem bedarf derselbe zu seiner Bildung der Beihülfe des Stromes. Ein reiner Magnesiumdraht in destillirtes Wasser gelegt, wird sehr schwach angegriffen, entwickelt aber etwas Wasserstoff und bedeckt sich mit einer sehr schwachen Haut von Magnesiahydrat, die dann den weiteren Angriff abhält. Es ist nicht zu bemerken, ob die Oxydation dabei durch die Stufe des Suboxyds hindurchgehe. Ebenso wird ein blanker Magnesiumdraht in verdünnten Säuren nicht geschwärzt, sondern bleibt, unter Wasserstoffentwicklung, blank. Berührt man ihn aber außerhalb der Flüssigkeit mit einem Platindraht, der gleichfalls in dieselbe eintaucht, so schwärzt er sich; wird die Platinmagnesiumkette geöffnet, so löst sich der Ueberzug wieder. In einer Kochsalzlösung bleibt ein Magnesiumdraht lange blank; durch Berührung mit Platin wird er sogleich schwarz. Aber auch ohne dieselbe bedeckt er sich mit einigen schwarzen Flecken, von denen aus dann bald der ganze Draht seinen schwarzen Ueberzug annimmt. Von jetzt an entwickelt sich reichlich Wasserstoff an ihm. Die ersten schwarzen Flecke verdanken ihren Ursprung Localströmen, welche durch kleine Ungleichartigkeiten der Oberfläche entstehen; ist der erste schwarze Niederschlag eingetreten, so entstehen sofort Localströme größerer Intensität. Aber diese zersetzen natürlich ebensowenig, wie die Ströme der Batterie das Wasser, sondern nur das Salz der Lösung, so daß die Rolle, welche der Strom überhaupt bei der Suboxydbildung spielt, keine andere seyn kann, als immer frische Metallflächen der Einwirkung des Wassers auszusetzen.

Die verschiedenen Erscheinungen, welche verschiedene Salzlösungen darbieten, sind nunmehr leicht verständlich. Das Suboxyd löst sich gleich bei seiner Entstehung unter

Wasserstoffentwicklung in Salmiaklösung, weil Magnesia in Ammoniaksalz überhaupt löslich ist. Es verwandelt sich in Kochsalzlösung, ohne sich zu lösen, in Magnesiahydrat, weil Chlormagnesium mit Magnesia kein basisches Salz bildet. Es löst sich dagegen bis zu einem gewissen Grade unter Wasserstoffentwicklung in Bittersalzlösung, weil sich hier ein basisches Salz bildet. Wie es scheint wird gerade auf dieses basische Salz gebildet, wenn sich $H_- : H_+$ verhält wie 3:1, woraus man einen Schluss auf die Zusammensetzung dieses Salzes würde ziehen können, wenn die des Suboxyds bekannt wäre.

Wöhler und Buff haben den Grund der Wasserstoffentwicklung am positiven Aluminiumdraht in der leichten Auflöslichkeit des basischen Chloraluminiums gefunden. Dieser Grund ist ganz gewiss ein richtiger, aber nicht der letzte. Von vorn herein ist zu vermuthen, daß die Wasserstoffentwicklungen am Aluminium und am Magnesium dieselbe Ursache haben; dazu kommt noch, daß der positive Aluminiumdraht sich während der Elektrolyse ebenfalls schwärzt, und nach Beendigung derselben fortfährt, Wasserstoff zu entwickeln, wie der geschwärzte Magnesiumdraht, nur nicht so lebhaft. Die von Wöhler und Buff betrachteten Fälle der Elektrolyse gaben alle eine Auflösung von basischem Chloraluminium, und es könnte den genannten Forschern auch nicht daran gelegen seyn, solche Fälle aufzusuchen, in denen es anders war, da für sie die Bildung des Siliciumwasserstoffs das Hauptinteresse hatte. Nimmt man aber statt einer concentrirten Kochsalzlösung eine verdünnte, so hört die vollkommene Löslichkeit der Thonerde auf, die Erscheinung bekommt mehr Aehnlichkeit mit der beim Magnesium beschriebenen. Der Draht schwärzt sich nicht nur, sondern die Flüssigkeit im ganzen Endvolummeterrohr färbt sich grau; vom Drahte löst sich ein grauer Schlamm, und wenn die Elektrolyse unterbrochen wird steigen immer noch Blasen aus dem Schlamm auf. Ich habe denselben nie ganz weiß werden sehen. Wird er

auf dem Filtrum gewaschen und mit verdünnter Salzsäure übergossen, so löst er sich vollkommen; er hatte kein Silicium enthalten, oder doch nur sehr geringe Mengen, wie mein Aluminiumdraht selbst, der aus derselben Quelle stammte, wie der Magnesiumdraht. Die Lösung enthielt aber Eisen, das wohl die graue Farbe veranlaßt hatte. Die von Wöhler und Buff beobachtete Elektrolyse von concentrirter Kochsalzlösung zwischen Aluminiumdrähten entspricht also ganz der von mir beobachteten von Bittersalzlösung zwischen Magnesiumdrähten, daher auch dort das nahezu constante Verhältniß von $H_- : H_+$. Die Elektrolyse verdünnter Kochsalzlösung giebt auch dieses Verhältniß nicht mehr, dagegen fand ich immer das aufgelöste Aluminium äquivalent $\frac{1}{2}$ der Summe des an beiden Polen entwickelten Wasserstoffs. Ich glaube deshalb, daß auch beim Aluminium die Bildung eines Suboxyds der Wasserstoffentwicklung vorangeht. Der Abscheidung dieses Suboxyds stellte sich ein eigenthümlicher Umstand in den Weg. Wegen der Löslichkeit des basischen Chlorids konnte weder aus verdünnter Kochsalzlösung, noch aus verdünnter Salzsäure eine große Ausbeute erhalten werden. In anderen Salzlösungen und in verdünnter Schwefelsäure aber findet gar keine Wasserstoffentwicklung statt, vielmehr ist dort der Vorgang der schon früher von Buff¹⁾ beschriebene. Der positive Aluminiumdraht überzieht sich mit einem dunklen Ueberzuge, der sowohl sehr elektronegat, als sehr schlecht leitend ist, und dabei entwickelt sich eine kleine Menge Sauerstoff, kein Wasserstoff; der Strom aber wird so geschwächt, daß er der Null nahe kommt. Diesen Ueberzug erklärt Buff für Silicium. Die Bildung einer Siliciumdecke ist ohne Zweifel sehr denkbar, da unser Aluminium immer noch Silicium enthält. Ich habe aber einen Grund diese Decke nicht für Silicium zu halten: Schüttet man Silicium in eine unten durch Pergamentpapier verschlossene Glasröhre, taucht diese mit dem unteren Ende in verdünnte Schwefelsäure, und führt dann einen

1) Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. CII, S. 269*.

Aluminiumdraht in die Säure, einen anderen in das Silicium, so verhält sich dieses jedesmal *positiv* gegen das Aluminium. Es kommt hierbei nicht darauf an, welcher von den Drähten früher eingetaucht wird, immer ist der in die Säure tauchende Aluminiumdraht der negative. Sollte der Strom wegen der geringen Leitungsfähigkeit des Siliciums sehr schwach erscheinen, so braucht man den Aluminiumdraht nur stark in das Silicium einzudrücken, um dessen Theile einander mehr zu nähern: ein Verfahren das ich schon früher bei pulverartigen Körpern benutzt habe ¹⁾). Das Silicium, das ich anwandte, war krystallinisches. Amorphes stand mir gerade nicht zu Gebote, wohl aber das, sich ganz analog verhaltende, amorphe Bor. Es zeigte sich beim Eindringen des Aluminiumdrahtes ebenfalls deutlich positiv. Der schlechtleitende Ueberzug kann demnach nicht wohl Silicium seyn, ich halte ihn vielmehr für Aluminiumsuboxyd. Dieses Suboxyd ist dann jedenfalls ein sehr schlechter Leiter, es giebt deshalb auch nicht zum Entstehen von Localströmen Veranlassung, und löst sich nicht in verdünnten Säuren. Wenn es dagegen durch die Möglichkeit der Bildung basischer Salze zur weiteren Oxydation praedisponirt wird, so giebt es zu ganz denselben Erscheinungen Veranlassung, wie das Magnesiumsuboxyd, und darum war die, für den hier allein in Betracht kommenden Fall die von Wöhler und Buff gegebene Erklärung der anomalen Wasserstoffbildung die richtige.

Buff ²⁾) hat von der Passivität der Metalle dieselbe Ansicht, die ich vertheidigt habe ³⁾). Er sieht als Grund der Passivität eine schwerlösliche Oxyddecke oder eine vor weiterem Angriff schützende Sauerstoffschicht an. Die Bildung eines Suboxyds auf der Oberfläche eines Metalles, das bekanntlich die Eigenschaft der Passivität in hohem Grade besitzt, scheint mir einen neuen Beweis für die Haltbarkeit jener Ansicht zu liefern.

1) Diese Annalen Bd. CXI, S. 619.

2) Annalen d. Chemie und Pharmacie Bd. CII, S. 265 *.

3) Diese Annalen Bd. LXVII, S. 186 *.

Henrici hat bei seinen Versuchen über die Wirkung der Bewegung von Metalldrähten in Flüssigkeiten gefunden, daß sich das Aluminium ganz anders verhält, wie die übrigen Metalle. Um dieses anomale Verhalten zu erklären, sagt er¹⁾: »Dürfte man annehmen, daß das Aluminium mit einem leichten, ungelöst bleibenden Oxydanfluge sich bekleidet, daneben aber von dem dabei frei gewordenen Wasserstoff eine negative Erregung erlitten habe, während der Oxydanflug auf die von ihm bedeckte metallische Oberfläche überwiegend positiv erregend wirkte, so müßte allerdings der beobachtete Erfolg eingetreten seyn«. Ich glaube, daß nach meinen Versuchen diese Annahme in der That gestattet ist.

Erlangen, im November 1865.

VI. *Experimental-Untersuchungen über die volta-elektrische Induction;* *von Dr. H. Buff.*

I. **O**gleich die Theorie der Induction längst und mit großer Vollständigkeit entwickelt und auf die Grundgesetze der Elektrodynamik zurückgeführt worden ist, so fehlt doch noch immer eine umfassende Vergleichung der Folgerungen aus dieser Theorie mit den Ergebnissen der Erfahrung. So sind meines Wissens die theoretisch abgeleiteten Inductions-Gesetze nur sehr unvollständig in dem Falle experimentell geprüft worden, wenn ein geschlossener Leiter einem elektrischen Strome von veränderlicher Stärke gegenübersteht.

In der That stößt eine derartige Untersuchung, wenn sie einigermaßen umfassend werden soll, sogleich auf sehr große, mit den üblichen Hilfsmitteln schwer zu lö-

1) Ann. Bd. 121, S. 496.

sende Hindernisse. Denn wüßte man Leiter von geringer linearer Erstrückung, welche eine Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung in der einfachsten und anschaulichsten Weise gestatten würden, so sind die einzelnen Inductionswellen, welche man erhält, nicht stark genug, um sich mittelst eines Galvanometers hinreichend sicher messen zu lassen; dagegen wird die Experimental-Untersuchung sehr umständlich und verwickelt, sobald man zum Zwecke genügend scharfer Messungen großer Durchmesser bedarf.

Vor Kurzem habe ich gelegentlich einer Untersuchung über die im Eisenstäben durch den elektrischen Strom erzeugten Töne auf einen kleinen Apparat aufmerksam gemacht¹⁾, der geeignet ist eine Reihe gleichgerichteter Inductionsströme, jeden mit seiner vollen Stärke, zu sammeln und dadurch ihre Einwirkung auf die Galvanometernadel in ziemlich großem Umfange zu vervielfachen. Dieser Apparat besteht im Wesentlichen aus zwei Rädern von Messing, die, sorgfältig von einander isolirt, auf derselben horizontalen Axe sitzen; ihre Umfänge sind gezackt und die dadurch entstandenen Vertiefungen mit Ebenholz ausgefüllt. Wird nun das eine dieser Räder als Unterbrecher des Hauptstroms benutzt, während das andere, ein Verbindungsmitglied der Nebenleitung bildend, so gestellt ist, daß die Uebergänge von Metall zu Ebenholz an seinem Umfange mit den ähnlichen Uebergängen am Umfange des anderen Rades nicht zusammentreffen, so können in Folge der gleichzeitigen Umdrehung beider Räder, je nach der Richtung der Drehung immer nur die Inductionsströme bei der Schließung des Hauptstroms oder nur die Öffnungsströme zu Stande kommen. Jedes Rad hat acht Zacken. Durch jede volle Umdrehung werden daher acht gleichgerichtete Inductionsströme gesondert und können in rascher Folge durch die Windungen eines Galvanometers geleitet werden.

Durch Benutzung dieser Geräthschaft, die mit Berüh-

1) *Annalen der Chemie und Pharmacie*; Supplementband III, St. 149.

lung auf ihren besonderen Zweck den Namen „Analysator“ führen mag, gelingt es leicht die inducirende Wirkung elektrischer Ströme von weniger als 1 Meter Länge mit derjenigen Genauigkeit zu messen, welche astatische Nadeln überhaupt erlauben; d. h. mit einer Genauigkeit, die wenn auch nicht ausreichend, um den Werth einer Fundamental-Constante mit ganzer Schärfe festzustellen, doch genügend ist, das Gesetzliche in eintretenden Veränderungen zur Erkenntniß zu bringen.

Auf diese Weise ist ein Hilfsmittel gegeben, um eine Reihe interessanter Fragen, welche sich auf die Abhängigkeit inducirter Ströme von der Beschaffenheit des Hauptstromes und seiner Leitung, auf die Beschaffenheit der Nebenleitung, sowie auf den Abstand beider Leitungen und ihrer gegenseitigen Lage beziehen, auf experimentellem Wege zu beantworten.

Der zur Erreichung dieses Zweckes von mir angeordnete Inductionapparat bestand aus zweien durch Drähte gebildeten Vierecken $ABCD$ und $abcd$ (Fig. 1 Tsf. H), deren Ebenen rechtwinklich zu einander standen. In der Figur soll $abcd$ die inducirende, $ABCD$ die inducirte Leitung vorstellen. Der geradlinigte Stromleiter ab aus Kupferdraht, von veränderlicher Länge und 2,8 Millimeter Dicke war bei a und b rechtwinklich umgebogen und führte durch die geradlinigten Zu- und Abtheilungsdrähte ad und bc von 158 Centim. Länge zu einem bei e aufgestellten Commutator und durch diesen zu einer galvanischen Kette. Bei v befand sich eine Unterbrechungsstelle, von welcher aus zwei verflochtene, aber von einander isolirte Drähte die Verbindung mit dem einen Rade des Analysators herstellten.

Der Inductionsdraht hatte die Gestalt eines großen, rechtwinklichen, senkrecht stehenden Vierecks, dessen Höhe AD 2,50 Meter und dessen Länge AB 4 Meter betrug. Die Seite CD desselben war an der Decke des Zimmers, die Seite AB auf einem wagerechten Brette befestigt. Auf einem in dieses Brett eingelassenen Schieber war der Strom-

leiter $abcd$ so festgeklemt, daß die beiden Drähte AB und ab , ohne im Geringsten vom Parallelismus abzuweichen, leicht und sicher in verschiedene Abstände gebracht werden konnten. Die Drahtlinie AB hatte zwei Unterbrechungstellen bei B und E . Von der einen bei E führten zwei verflochtene, aber von einander isolirte Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators, während die andere bei B die Verbindung mit dem Multiplicatorgewinde des Galvanometers vermittelte.

Das Galvanometer, in 2 Meter kürzestem Abstand von dem Vierecke $abcd$ aufgestellt, trug eine astatische Doppelnadel, welche sich von den gewöhnlich angewendeten astatischen Systemen durch größere Dicke und magnetische Kraft der einzelnen Nadeln unterschied.

Bei dieser Anordnung liefs sich eine ziemlich große Empfindlichkeit erzielen, ohne daß man genöthigt war, die Doppelnadel gegen den Einfluß des Erdmagnetismus auf Aeußerste abzustumpfen. Denn die Empfindlichkeit eines Galvanometers mit Doppelnadel hängt in gleichem Maasse von dem magnetischen Momente der inneren Nadel, wie von der Feinheit ihres astatischen Systems ab. Kann aber von dem letzteren, unbeschadet der nothwendigen Empfindlichkeit etwas geopfert werden, so wird die Nadel unabhängiger von zufälligen äußern Einwirkungen, z. B. den durch Temperaturwechsel herbeigeführten Luftbewegungen; ihre Schwingungen werden gleichmäßiger und sicherer und der Zeicher wird, nach Unterbrechung der Stromwirkung, regelmäßig auf denselben Punkt zurückkehren; so lange wenigstens als die äußeren magnetischen Einflüsse keine sehr merklichen Aenderungen erfahren. Als Zeicher diente ein auf der oberen Nadel befestigter Glasfaden von 15 Centimeter Länge, welchem ein Theilkreis von entsprechendem Durchmesser angehörte. Letzterer lag in bekannter Weise auf einer Spiegelfläche. Ungefähr zwei Centimeter darüber befand sich eine Glasplatte zum Schutz gegen Staub und Luftzug. Dieselbe hatte in der Mitte eine Oeffnung über der sich ein Glasrohr von

2 Centim. Weite und 15 Centim. Länge senkrecht erhob. In der Mitte dieses Rohrs, in bekannter Weise auf und nieder verschiebbar, hing ein Bündel von fünf Coconfäden, an dessen unterem Ende ein Haken befestigt war, so gestaltet, daß er sich in einen am oberen Ende des Rahmens, in welchen die Nadeln eingefügt waren, angebrachten kleinen Ring sehr leicht ein- und ausrücken liefs. Durch diese Vorkehrung hatte man es ganz in der Gewalt die nach der einen oder andern Seite etwa überwiegende Torsion des Fadens zu vermeiden.

Das Nadelpaar bedurfte 25 Sekunden zu einer Schwingung. Gleichwohl kam dasselbe bald wieder zur Ruhe, weil die Spule, welche das Multiplicatorgewinde trug, aus dicken Kupferplatten gebildet war. Der Multiplicator bestand aus 432 Windungen eines 2^{mm} dicken Drahts von reinem Kupfer. Wenn dieses Gewinde mit dem Inductionsdrahte zu einem leitenden Kreise geschlossen wurde, so zeigte die Nadel fast immer eine kleine, bleibende Ablenkung; zuweilen im Betrage bis zu einem Grade und selbst darüber. Es war diels die Folge thermoelektrischer Erregungen, die bei der großen Ausdehnung und ungleichen Erhebung des Inductionsdrahtes und seiner Verbindungsstücke, zumal in geheiztem Zimmerraum nicht ganz vermieden werden konnten. Ein Einfluß derselben auf das Maafs der Inductionsströme wurde dadurch ausgeschlossen, daß man Messungen abwechselnd rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises aufeinander folgen liefs und von beiden das Mittel nahm. Es konnte diels entweder dadurch bewirkt werden, daß man den Analysator bei dem einen Versuche vorwärts bei dem andern eben so oft rückwärts drehte, oder auch mit Hülfe des Commutators, der zu diesem Zwecke in den Schließungsbogen der galvanischen Kette eingeschaltet war. Meistens wurden beide Verfahrensweisen angewendet, wodurch je vier zusammengehörige Ablesungen entstanden, aus welchen man das Mittel nahm.

Um vergleichbare Ausdrücke für die Stärke verschiede-

ner Inductionsströme zu gewinnen, wählte ich die zuerst von Lenz ¹⁾ empfohlene Methode. Der jedesmalige erste Ausschlag der Nadel wurde notirt, dann der Sinus des halben Ablenkungsbogens als Maass für die Grösse der in Bewegung gesetzten elektrischen Masse genommen. Der letzteren wurde die *inducirte elektromotorische Kraft* proportional gesetzt.

Diese Methode stützt sich allerdings auf die Voraussetzung, nicht nur dafs der Leitungswiderstand der Drahtverbindung, in welcher die Induction stattfand, durch eine ganze Reihe zusammengehöriger Versuche unverändert blieb, sondern auch dafs der Stoß oder die Stöße, welche die Nadel ablenken sollten, bereits aufgehört hatten einzuwirken, wenn die Nadel ihre Bewegung begann. Nun konnte zwar der einen dieser Bedingungen leicht und in aller Strenge genügt werden; aber nicht in gleichem Grade war es für die andere der Fall. Da jedoch die Nadel, wie bemerkt, sich sehr langsam bewegte, dagegen eine volle Umdrehung des Analysators, d. h. die Erzeugung von acht aufeinander folgenden Stößen kaum mehr als eine Sekunde in Anspruch nahm, so war ein Fehler von Bedeutung, herbeigeführt durch die unvollkommene Erfüllung der zweiten Bedingung, nicht sehr zu befürchten.

Gleichwohl schien es nützlich, diese Voraussetzung einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, zu welcher der bekannte Erfahrungssatz, dafs die durch Induction erzeugte elektromotorische Kraft der Stärke des inducirenden Stroms proportional ist, ein sehr gutes Hülfsmittel bot. In den Schließungsbogen einer galvanischen Kette, welche nur aus einem Bunsen'schen Paare bestand, wurde zu diesem Behufe neben dem Commutator ein Stromregulator und eine Tangentenbusssole eingeschaltet. Diese war im Wesentlichen nach der von W. Weber bereits im Jahre 1842 ²⁾ empfohlenen Einrichtung ausgeführt, bestand also aus einem einzigen, starken, einen vollständigen Kreis bildenden Kup-

1) Pogg. Annalen Bd. 34, S. 385.

2) Pogg. Annalen Bd. 45, S. 27.

ferrierte, in dessen Mittelpunkt die kleine Magnetonadel auf einer Stahlspitze schwebte. Der Ring hatte 40 Centimeter Durchmesser. Die Nadel war ein Stab aus glashartem Stahl 2,5 Centimeter lang, 5^{mm} breit und 2^{mm} hoch. Bei diesen Dimensionen würde sie wegen ihres nicht unbeträchtlichen Gewichtes eine bedeutende Reibung auf ihrer Unterlage bewirken haben. Dies zu verhindern war sie an einen Coconfaden aufgehängt, den man so weit spannte, daß er das Gewicht von der Spitze ganz oder beinahe ganz wegnahm, so daß letztere eigentlich nur die Axenstellung der schwebenden Nadel zu sichern. Bei dieser Aufhängungsweise und vermöge ihres großen Momentes zeigte die Nadel kräftige, von einem Einflusse der Reibung nicht merklich gestörte Schwingungen, deren Fortdauer nur durch eine von der Bodenplatte der Bussola ausgehende starke Dämpfung gemäßigt wurde. Ein Glasfaden, der die Nadel in der Mitte winkelmäßig mit ihrer Längsrichtung durchkreuzte, hatte die Bestimmung an einem Theilkreise von 15 Centimeter Durchmesser die Ablenkungen zu messen. Da der Theilkreis über einem Spiegel lag und in halbe Grade getheilt war, so ließen sich die Zehntel eines Grades mit Sicherheit messen.

Um bei der geringen Stärke des angewendeten Elektromotors dennoch hinlänglich kräftige Inductionströme erzeugen zu können, wurden noch in den Inductionsapparat zwei flache Spiralen eingeschaltet, die eine in den Hauptdraht, die andere in die Nebenleitung, die eine in möglichem Abstände senkrecht über der anderen angebracht.

In der folgenden Tabelle bedeutet α den an der Tangentenbussola gemessenen Ablenkungsbogen und zwar das arithmetische Mittel der Ablenkungen rechts und links. Dieser Mittelwerth wurde jedesmal vor und wieder nach den Ablesungen an dem astatischen Galvanometer bestimmt. Nur solche Versuche wurden als brauchbar anerkannt, bei welchen beide Mittelwerthe übereinstimmten. Es bedeutet ferner β das Mittel der Ablenkungen rechts und links von

der Ruhelage der astatischen Nadel, jede dieser Ablenkungen bewirkt durch eine Umdrehung des Analysators.

Tafel I.

α°	β°	$\frac{\tan \alpha}{\sin \beta/2}$	β berechnet	dd
7,40	7,10	2,0975	7° 12'	+ 6'
9,45	9,30	2,0532	9 14	— 4
14,95	15,00	2,0466	14 59	— 10
19,875	20,05	2,0720	20 8	+ 5
24,95	25,70	2,0920	26 0	+ 18
30,50	33,50	2,0440	33 6	— 24
		<hr/> 2,0674.		

Den berechneten Ablenkungsbögen (β) liegt, wie bemerkt, die Annahme zu Grunde, daß die inducirte elektromotorische Kraft der Stromstärke proportional sey.

Die Vergleichung der beobachteten und berechneten Werthe von β läßt erkennen, daß die Unterschiede beider Zahlenreihen nur auf Beobachtungsfehlern beruhen. Letztere überstiegen übrigens kaum die Gränze von 1 Proc. der gemessenen Ablenkungsbögen.

In der folgenden Versuchsreihe waren die Räder des Analysators je dreimal herumgedreht worden. Es hatten also in rascher Folge 24 gleichgerichtete Inductionsstöße auf das astatische Nadelpaar eingewirkt. Um die Stärke der dadurch bewirkten Ablenkungen zu mäßigen, mußte der Abstand der beiden flachen Spiralen von einander vergrößert werden.

Tafel II.

α°	β°	$\frac{\tan \alpha}{\sin \beta/2}$	β berechnet	dd
5°,40	9,67	1,1220	9° 41'	+ 1'
9,95	17,85	1,1307	18 2	+ 11
15,03	28,05	1,1080	27 46	— 17
18,10	34,10	1,1147	33 58	— 8
		<hr/> 1,1188.		

Auch bei diesen Versuchen übersteigen die Differenzen die Höhe von 1 Proc. der beobachteten Ablenkungsbögen

selbst im äussersten Falle nur wenig. Aehnliche vergleichende Versuche sind in grosser Zahl wiederholt worden. Sie führten, wie die beispielsweise hier aufgezeichneten zu dem Resultate, dass bis zu drei Umdrehungen des Analysators die aus den Ablenkungen der astatischen Nadel abgeleiteten Inductionswirkungen den Stromkräften proportional blieben. Eine gewisse Gleichförmigkeit in der Bewegung des Analysators, nicht rascher als etwa eine Drehung auf die Sekunde zeigte sich allerdings als nothwendige Bedingung.

Die beiden flachen Spiralen wurden nunmehr wieder aus dem Inductionsapparate entfernt; ebenso der Stromregulator und die Tangentenbussole aus dem Schliessungsbogen der galvanischen Kette; denn bei allen folgenden Versuchsreihen wurden die Stärken des während der Dauer einer Versuchsreihe als constant betrachteten Hauptstroms nicht weiter direct bestimmt. Die Beständigkeit während der Dauer der Versuche wurde dadurch möglichst gesichert, dass man die Kette jedesmal mit frischer Salpetersäure und Schwefelsäure ansetzte und die endgültigen Versuche erst einige Zeit nach der Zusammenstellung und Prüfung des Apparates beginnen liess. Die Kette bestand bald aus einem bald aus zwei Bunsen'schen Paaren, meistens jedoch zwei bis vier Becher gewöhnlicher Grösse, neben einander zu einem Paare verbunden.

2. Einfluss der veränderlichen Länge eines geradlinigten elektrischen Stroms auf eine geradlinigte Nebenleitung von unbegrenzter Länge.

Bei den folgenden Versuchen standen die Drähte *AB* und *ab* (Fig. 1 Taf. II) gleichlaufend, von Mitte zu Mitte in 1 Centimeter Abstand (dem geringsten, welchen der Apparat zulieft) einander gegenüber. Der Draht *ab* hatte abwechselnd 60 und 30 Centimeter Länge, während die von *AB* 400 Centimeter betrug. Mit Rücksicht auf den geringen Abstand beider Drähte konnte demnach *AB* im Vergleiche zu *ab* als von unbegrenzter Länge betrachtet werden. Die inducirende Einwirkung des anschwellenden oder

verschwindenden Stroms in ab auf die Seiten AD und BC sowie auf CD konnte mit Rücksicht auf die (vergleichungsweise) sehr weite Entfernung dieser Drähte unbeachtet bleiben. Aus demselben Grunde durfte die Wirkung von dc auf das ganze Viereck $ABCD$ unbeachtet gelassen werden.

Die Wirkungen der Stromänderungen in bc und ad auf die Nebenleitung, weil sie einander entgegengesetzt waren und wegen der Symmetrie der Stellung, hoben einander vollständig auf. Als wesentlich in Betracht kam also nur die Induction der Stromlinie ab auf den nahe liegenden, gleichlaufenden Leiter AB .

Für je drei Umdrehungen des Analysators wurden die in der folgenden Tafel zusammengestellten Resultate erhalten.

Tafel III.

l	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	Mittelwerthe
60	32,75	0,28192	0,28109
30	16,15	0,14047	0,14112
30	16,30	0,14177	
60	32,55	0,28025	

Die Inductionswirkung eines zunehmenden oder abnehmenden galvanischen Stroms auf einen benachbarten Stromleiter verhält sich wie die Stromänderung und wie die Summe der aus gleicher relativer Lage wirkenden Stromelemente.

3. *Einfluß der Dicke und natürlichen Beschaffenheit einer geradlinigten Nebenleitung von unbegrenzter Länge auf die GröÙe der in derselben inducirten elektromotorischen Kraft.*

Obgleich man annimmt, dafs die in einem Leiter inducirte elektromotorische Kraft von dessen Dicke und sonstiger Beschaffenheit unabhängig sey, so ist doch die unbedingte Richtigkeit dieses Satzes, so weit mir bekannt, bisher auf experimentellem Wege nicht dargethan worden.

Um seine Geltung zunächst für gleichartige Drähte von ungleicher Dicke zu prüfen, wurden zwei gerade Kupfer-

drähte je von 180 Centimeter Länge, der eine von 2,8, der andere von 1,5 Millimeter Dicke, hintereinander in die Nebenleitung eingeschlossen, dann abwechselnd der eine und andere dem inducirenden Einfluß einer Stromlinie von 60 Centimeter Länge, bei 5 Centimeter Abstand beider gleichlaufender Leitungen unterworfen. Der Leitungswiderstand der Nebenleitung blieb bei dieser Anordnung in beiden Fällen unverändert. Ein etwaiger Einfluß der Drahtdicke auf die erzeugte elektromotorische Kraft mußte also unmittelbar durch die Wirkung auf das Galvanometer hervortreten. Drei Umdrehungen des Analysators lieferten im ersten Falle eine Ablenkung von $19^{\circ},90$, im zweiten Falle von $19^{\circ},95$.

In ähnlicher Weise wurde hierauf der Kupferdraht von $2^{\text{mm}},8$ Dicke mit einem Neusilberdraht von 2^{mm} Dicke in die Nebenleitung eingeschaltet, dann der eine nach dem andern der inducirenden Einwirkung ausgesetzt. In der folgenden Zusammenstellung bedeutet r in Centimetern den Abstand des inducirenden von dem inducirten Drahte.

	r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$
Kupferdraht	1	28,95	0,24991
	6	18,35	0,15945
Neusilberdraht	1	29,05	0,25080
	6	18,20	0,15816

Die Unterschiede übersteigen nicht 7 bis 9 Bogenminuten und fallen also zwischen die Gränzen der Beobachtungsfehler.

Die GröÙe der in einem Körper durch Induction erzeugten elektrischen Ausscheidungskraft scheint demnach ganz unabhängig von der chemischen Natur und sonstigen Beschaffenheit desselben zu seyn; sie scheint unter übrigens gleicher Einwirkung von Außen in dem schlechtesten Leiter mit gleicher Stärke auftreten zu müssen wie in einem Silber- oder Kupferdraht. Die Stärke des dadurch erfolgenden Inductionsstroms ist natürlich abhängig von dem in der Nebenleitung vorhandenen Widerstande und läßt sich

gleich wie bei den beständigen elektrischen Strömen nach dem Ohm'schen Gesetze bestimmen.

4. An der Unterbrechungsstelle *B* des Vierecks *ABCD* (Fig. 1 Taf. II) konnte ein Gewinde von Neusilberdraht so eingeschaltet werden, daß der Widerstand der Nebenleitung bedeutend verändert wurde, ohne daß doch gleichzeitig die GröÙe der inducirenden Kraft eine merkliche Aenderung erfuhr. Der benutzte Neusilberdraht hatte 1,5 Millimeter Dicke und war in zwei Abtheilungen, je zu 8 Windungen (jede von 75 Centimeter Länge) aufgewickelt, so daß die Nebenleitung für sich oder auch mit Einschluss von 8 oder auch von 16 Windungen, immer durch denselben galvanischen Strom inducirt werden konnte. Dabei befanden sich die Drähte *AB* (Fig. 1 Taf. II) der Nebenleitung und *ab* der Hauptleitung, abwechselnd in 1 und in 10 Centimeter Abstand von einander. Fünf Bunsen'sche Becher zu einem Paare geordnet, erzeugten den Strom.

In der folgenden Zusammenstellung bezeichnet *r* den winkelrechten Abstand der beiden parallelen Drähte *AB* und *ab*; *w* die Anzahl der in die Nebenleitung eingeschalteten Windungen Neusilberdraht. Jede Ablenkung entsprach drei Umdrehungen des Analysators. Die Werthe β sind allemal die Mittel von 4 Ablesungen.

Tafel IV.

<i>r</i>	<i>w</i>	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	$d\beta$
1	0	24°,45	0,21175	24° 20'	— 7'
1	8	12,25	0,10669	12 14,5	— 0,5
1	16	8,1	0,07063	8 11	+ 5
10	0	12,575	0,10951	12 36	+ 1,5
10	8	6,45	0,05625	6 22	— 5
10	16	4,225	0,03685	4 16	+ 3

Den berechneten Ablenkungsbögen liegt die Formel $\sin \frac{\beta}{2} = \frac{K}{l+w}$ zu Grunde, in welcher *l* den Leitungswiderstand der Nebenleitung nach Ausschluss der Windungen

von Nensilberdraht bedeutet. Die drei ersten Versuche führten zu dem Werthe $l = 8,13$, die drei letzten zu dem Werthe $l = 8,27$. Aus dem Mittel beider Zahlen, $l = 8,20$ wurde dann für $r = 1$ die inducirte elektromotorische Kraft $K = 1,728$, und für $r = 10$ die Kraft $K = 0,900$ abgeleitet.

Im Hinblick auf die Art der Abhängigkeit, in welcher die Wechselwirkung elektrischer Ströme von der Entfernung steht, könnte man zu der Vermuthung hinneigen, daß die von einem geradlinigten Strome von geringer Länge in einem damit gleichlaufenden sehr langen Leiter inducirte Kraft, dem Abstände beider Leiter umgekehrt proportional seyn müsse. Die Abnahme bei zunehmender Entfernung muß jedoch, wie man aus den vorstehenden Versuchen erkennt, eine viel langsamere seyn, indem sie bei dem 10fachen Abstände nur ungefähr die Hälfte beträgt.

5. *Einfluß des winkelrechten Abstandes zweier geraden, gleichlaufenden Drähte, deren einer eine begränzte Länge, der andere eine unbegränzte Länge hat, auf die Größe der elektromotorischen Kraft, welche ein den ersteren durchfließender veränderlicher Strom in dem zweiten inducirt.*

Mittelt der beschriebenen Schieber-Vorrichtung konnten die beiden Drähte AB und ab (Fig. 1 Taf. II), ohne vom Parallelismus abzuweichen, auf verschiedene genau meßbare Abstände gebracht werden, deren Werthe jedesmal von Mitte zu Mitte der Drähte in Rechnung kamen. Bei der ersten der fünf folgenden Versuchsreihen wurde nur eine Umdrehung des Analysators angewendet. Acht Bunsen'sche Elemente zu zwei Paaren geordnet, lieferten den Strom. Um dann auch den Einfluß größerer Abstände beurtheilen zu können, benutzt man bei der zweiten Versuchsreihe drei Umdrehungen. Fünf Elemente zu einem Paare geordnet, genügten in diesem Falle zur Hervorbringung einer hinlänglich starken Induction.

Die mit r überschriebene erste Spalte der Tafeln bezeichnet wieder den winkelrechten Abstand der Drähte AB und ab . Die zweite Spalte giebt unter β° die beobachteten ersten Ablenkungsbögen der Galvanometernadel.

Dieselben sind stets die Mittelzahlen aus den Ablesungen rechts und links vom Nullpunkte des Theilkreises. Ein Paar solcher Ablesungen wurde durch Vorwärts- und Rückwärtsdrehen des Analysators gewonnen; ein zweites Paar ebenso, jedoch nach Umkehrung des Stroms.

Tafel V.

r	β°	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	11,85	0,10322	12°	+ 9'
2	10,50	0,09150	10 18'	— 12
3	9,45	0,08237	9 15	— 12
4	8,50	0,07411	8 32	+ 2
5	7,95	0,06932	7 58	+ 1
6	7,50	0,06540	7 31	+ 1
8	6,95	0,06061	6 48	— 9
10	5,95	0,05190	6 14	+ 17
1	11,95	0,10409	12 0	+ 3

Tafel VI.

r	β°	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
24	11,8	0,10279	11° 47'	— 1'
16	14,575	0,12706	14 35	+ 0,5
12	16,500	0,14349	16 35	+ 5
8	19,500	0,16935	19 24	— 5
6	21,328	0,18500	21 24	+ 4,5
4	24,400	0,21132	24 14	— 10
2	28,900	0,24954	29 7	+ 13

Die Zahlen der dritten Spalte in beiden Reihen zeigen das Verhältniß der Abnahme der inducirten Kraft bei zunehmendem Abstände. Diese Zahlen bilden eine sehr langsam fallende Reihe, deren Gesetz durch eine Gleichung von der Gestalt:

$$q = Q - A \log r$$

befriedigend ausgedrückt werden kann. Es bedeutet in dieser Gleichung Q den Werth von $\sin \frac{\beta}{2}$ für den Abstand

$r = 1$ Centimeter; ferner A eine aus den Versuchen abzuleitende Constante und r denjenigen Abstand, welchem der Werth q oder $\sin \frac{\beta}{2}$ angehört.

Die berechneten Ablenkungsbögen (β) sind für die eine Versuchsreihe aus der Gleichung:

$$q = 0,10460 - 0,05021 \log r$$

und für die andere aus der Gleichung:

$$q = 0,29289 - 0,13780 \log r$$

abgeleitet worden.

Die Unterschiede der direct gemessenen und der berechneten Ablenkungen halten sich innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Die GröÙe der inducirten Kraft, welche ein gerader Strom ab (Fig. 1 Taf. II) von begränzter Länge in dem Leiter AB von unbegränzter Länge bei unverändertem Abstände r entfalten kann, steht bekanntlich im zusammengesetzten Verhältnisse der Länge ab und der veränderten Stärke i des Stromes. Da dieses Gesetz für jeden Abstand r mit gleichem Rechte Geltung hat, so folgt, dafs in der Formel $q = Q - A \log r$ das Verhältnifs $\frac{A}{Q}$ ein constantes seyn mufs; d. h. beide Constanten sind in gleicher Weise von der Länge ab und von der veränderten Stromstärke abhängig.

Aus der ersten Versuchsreihe findet man $\frac{A}{Q} = 0,480$, aus der zweiten $\frac{A}{Q} = 0,472$.

Um dem wahren Werthe dieses Quotienten so nahe wie möglich zu kommen, sind noch die folgenden drei Versuchsreihen unter der Einwirkung sehr ungleicher inducirender Kräfte ausgeführt worden.

Tafel VII.

Ein Bunsen'sches Element; drei Umdrehungen des Analysators.

r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	10,75	0,09367	10° 51'	+ 6'
2	9,225	0,08041	9 16,5	+ 3
3	8,35	0,07280	8 21,5	+ 0,5
4	7,65	0,06670	7 42,5	+ 3,5
5	7,10	0,06192	7 11	+ 5
6	6,65	0,05799	6 47,5	+ 8,5
1	10,85	0,09454	10 51,5	0

$$\text{Gleichung } q = 0,09454 - 0,04538 \log r$$

$$\text{Verhältniss } \frac{A}{Q} = 0,480.$$

Tafel VIII.

Drei Bunsen'sche Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen des Analysators.

r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β berechnet	dd
1	22,4	0,19423	22° 21'	— 3'
2	19,2	0,16677	19 1	— 11
3	17,0	0,14781	17 4,5	+ 4,5
4	15,75	0,13701	15 42	— 3
5	14,5	0,12629	14 39	+ 9
6	13,75	0,11970	13 46	+ 1
8	12,2	0,10626	12 24	+ 12
9	11,875	0,10344	11 50,5	— 2

$$\text{Gleichung } q = 0,19380 - 0,09496 \log r$$

$$\text{Verhältniss } \frac{A}{Q} = 0,490.$$

Tafel IX.

Fünf Elemente zu einem Paare geordnet. Drei Umdrehungen des Analyzers.

r	β°	$\frac{\sin \beta}{2}$	β berechnet	dd
1	28,890	0,24945	29° 6',5	+ 13'
2	25,175	0,21793	24 52,5	— 18
4	20,75	0,18009	20 40,5	— 4,5
8	16,30	0,14177	16 30	+ 12
16	12,30	0,10713	12 21	+ 3
20	11,25	0,09801	11 1	— 14
24	10,00	0,08716	9 56	— 4

$$\text{Gleichung } q = 0,25132 - 0,11938 \log r$$

$$\text{Verhältniß } \frac{A}{Q} = 0,475.$$

Als Mittelwerth, aus den fünf Versuchsreihen abgeleitet, findet man $\frac{A}{Q} = 0,479$. Es ist folglich:

$$q = Q (1 - 0,479 \log r);$$

Gleichung, in welcher r den Abstand beider Drähte in Centimetern ausdrückt, und Q die relative Größe der inducirten elektromotorischen Kraft für den Abstand von 1 Centimeter bezeichnet.

Wird diese Gleichung Beispielsweise auf die in Tafel VIII enthaltenen Beobachtungs-Resultate angewendet, und werden dabei Alle in gleicher Weise berücksichtigt, so findet man als Mittelwerth $Q = 0,19140$, und den entsprechenden Ablenkungsbogen $\beta^\circ = 22^\circ 4'$; eine Zahl die von der unmittelbar beobachteten um 20 Bogen-Minuten abweicht, d. h. keine Verschiedenheit zeigt, welche die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitet.

6. Die Gleichung $q = Q (1 - \alpha \log r)$, welche aus den mitgetheilten Versuchen als ein Ergebniß der Erfahrung hervorging, läßt sich nun in der That auf die Ampère'sche elektrodynamische Theorie zurückführen. Freilich nicht unmittelbar, denn diese Theorie giebt nur dem Gesetze Ausdruck über Größe und Richtung der wechselseitigen

Einwirkung zweier bereits vorhandener und dauernder elektrischer Ströme. Die Zurückführung gelingt aber mittelst eines Zusatzes, der die Bedeutung der Zunahme oder Abnahme der Stromstärke während des Vorgangs der Induction in Rechnung zieht. Ich habe hierbei den folgenden Weg eingeschlagen.

Das Ampère'sche Gesetz bezieht sich, wie man weiß, auf die wechselseitige Einwirkung zweier Stromelemente, deren Stärke und Lage gegeben und bleibend ist. Den aus ihrer gegenseitigen Anziehung und Abstossung hervorgehenden Druck setzt es dem Producte ihrer Gröfsen oder Stromstärken direct und dem Quadrate ihrer Entfernung von einander umgekehrt proportional; jedoch für gleiche Gröfsen und Stromstärken, und für gleiche Entfernung verschieden, je nach ihrer gegenseitigen Lage. Diese Beziehungen der Lage sind vollständig in den folgenden drei Sätzen enthalten.

Zwei parallele Stromelemente, welche auf ihrer geraden Verbindungslinie winkelrecht stehen, ziehen einander an oder stoßen sich ab, je nachdem sie nach gleicher oder entgegengesetzter Richtung fließen.

Zwei Stromelemente, deren Richtung mit der ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, stoßen sich ab oder ziehen einander an, je nachdem sie in gleichem Sinne oder einander entgegen laufen. Beides, Abstossung wie Anziehung ist aber in diesem Falle nur halb so groß, als im vorhergehenden Falle.

Zwei Stromelemente endlich, welche sowohl auf ihrer geraden Verbindungslinie wie gegen einander winkelrecht stehen, oder von welchen das eine in die Verbindungslinie fällt, das andere winkelrecht darauf steht, sind wirkungslos gegen einander.

Diese Sätze, mit Berücksichtigung bekannter Thatfachen auf die Inductionerscheinungen ausgedehnt, bedürfen einer in mehreren Punkten veränderten Ausdrucksweise; etwa in folgender Art.

Die inducirende oder elektromotorische Ausscheidungs-

Kraft (das thatsächlich vorhandene Streben die beiden im Gleichgewichte befindlichen Fluida eines Leiters nach entgegengesetzten Richtungen zu treiben), welche ein Strom-element gegen ein Massenelement eines benachbarten Leiters ausübt, verhält sich direct wie die Zunahme oder wie die Abnahme der Stromstärke, ferner direct wie das Product der Gröfsen (Längen) beider Elemente und umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung von einander.

Wenn beide Elemente in derselben Ebene liegen und ihre gerade Verbindungslinie winkelrecht durchschneiden, so wird in dem Elemente des Leiters ein Strom erregt, der entgegengesetzte oder gleiche Richtung mit dem Hauptstrome hat, je nachdem die Veränderung des letzteren einer Zunahme oder einer Abnahme entsprach.

Wenn die Längenrichtung beider Elemente mit derjenigen ihrer geraden Verbindungslinie zusammenfällt, so wird in dem Element des Leiters ein Strom erregt, der in entgegengesetztem oder in gleichem Sinne mit dem inducirenden Strome fließt, je nachdem die den letzteren betreffende Veränderung eine Zunahme oder eine Abnahme der Stromstärke war. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist in diesem Falle nur halb so groß als im vorübergehenden.

Was endlich den dritten Fall der gegenseitigen Lage der Elemente betrifft, wenn nämlich deren Richtungen winkelrecht aufeinander stehen, so gilt derselbe auch für die Induction, unverändert in dem Sinne, wie er von Ampère ausgesprochen worden ist.

Ein inducirter Strom kann sich nur nach der Längsrichtung seines Leiters verlaufen. Die vorstehenden Sätze erfordern deshalb noch den Zusatz: daß wenn die inducirte Kraft nicht in die Längenrichtung der Nebenleitung fällt, nur der in diese Richtung reducirte Theil derselben in Betracht kommen kann.

Dies vorausgesetzt sey s ein geradliniger Strom von begrenzter Länge, dessen Intensitäts-Veränderung i eine Zunahme vorstellen mag: $st = ds$ (Fig. 2 Taf. II) sey ein Element dieses Stroms; ferner $op = dl$ ein Element der

mit st gleichlaufenden Nebenleitung; $os = x$ die geradlinigte Entfernung des einen Elementes vom andern und $sl = r$ der winkelrechte Abstand ihrer Richtungen.

Die Elemente st und op mit Beziehung auf ihre Verbindungslinie zerfallen in die Componenten su und or , welche winkelrecht auf der Verbindungslinie stehen, ferner sv und oq , deren Richtungen in der Verbindungslinie liegen.

Mit Beziehung auf den Winkel $poq = tsv = \varphi$ ist $su = ds \cdot \sin \varphi$ und $sv = ds \cdot \cos \varphi$; $or = dl \cdot \sin \varphi$ und $dq = dl \cdot \cos \varphi$.

Die von st auf op ausgeübte Kraft zerfällt hiernach in die beiden Theile:

$$\frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^3} \sin^3 \varphi \text{ und}$$

$$\frac{a \cdot b \cdot i \cdot ds \cdot ds}{x^2} \cos^3 \varphi:$$

Ausdrücke, in welchen a eine näher zu bestimmende Constante und b nach Ampère die Zahl $\frac{1}{2}$ bedeutet.

Von diesen Kräften kommen jedoch nur ihre Componenten nach ol in Betracht, die erhalten werden, indem man die erste mit $\sin \varphi$, die andere mit $\cos \varphi$ multiplicirt.

Beide Componenten haben dieselbe Richtung von l nach o . Ihre Summe bildet daher die ganze vom Stromelement ds gegen dl gerichtete inducirende Kraft.

$$dK = - \frac{a \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^3 \varphi + b \cos^3 \varphi).$$

Der so bestimmten Kraft ist das negative Zeichen vorgesetzt, weil die Richtung des Schließungs-Inductionstroms derjenigen des Hauptstroms entgegengesetzt ist. Für die Induction beim Oeffnen der Volta'schen Kette wird dK zwar denselben absoluten Werth haben, jedoch mit positiven Zeichen behaftet werden müssen.

Setzt man $x = \frac{r}{\sin \varphi}$; $l = r \cot \varphi$ und $dl = - \frac{r \cdot d\varphi}{\sin^2 \varphi}$; und nimmt man, unter der Voraussetzung, daß die Linie ol vom Punkte l aus, nach beiden Seiten hin sich ins Unbegrenzte erstreckt, das Integral zwischen den Grenzen $\varphi = 0$ bis $\varphi = 180^\circ$, so wird erhalten:

$$K = -\frac{4}{3}(1+b)a \cdot i \frac{ds}{r},$$

oder auch für die ganze, von der Stromlänge s gegen den damit gleichlaufenden Leiter von unbegrenzter Länge ausgeübte Kraft:

$$K = -\frac{4}{3}(1+b)a \cdot i \frac{s}{r} = -2a \cdot i \frac{s}{r},$$

wenn für b dessen Werth: $b = \frac{1}{2}$ eingeführt wird.

Dieser Ausdruck darf nicht mit der durch die Induction in dem gegebenen Falle erzeugten elektromotorischen Thätigkeit verwechselt werden; er bezeichnet nur den einen der Factoren derselben. K bedeutet eine Kraft, welche, während sie sich in einem bestimmten, jedenfalls sehr kurzen Zeitraume t von dem Werthe Null bis zur Grösse $2a \cdot i \frac{s}{r}$ erhebt, in der Nebenleitung thatsächlich irgend eine Aenderung, also eine Arbeit hervorbringt.

Da die Wirksamkeit von K während dieses Vorgangs sich direct wie die Intensitäts-Veränderung i und umgekehrt wie der Abstand r verhält, so folgt dafs zur Bestimmung der Arbeitsgrösse durch Rechnung, es ganz dasselbe ist, ob der Stromleiter s während der Zeit t , bei unverändertem Abstände r , mit strömender Elektrizität, allmählich bis zur Intensität i erfüllt werde, oder ob derselbe Draht s einen Strom von unveränderlicher Stärke i leitend, aus unbegrenzter Ferne, jedoch immer sich selbst parallel in demselben Zeitraume t der Nebenleitung bis zum Abstände r , oder allgemeiner, bis zu einem beliebigen Abstände x genähert werde.

Angenommen für die kleine Wegesstrecke $-dx$ sey das Arbeitsmoment:

$$dQ = -K \cdot dx = 2a \cdot i \cdot s \frac{dx}{x};$$

so findet man nunmehr die ganze Arbeit, d. h. die Grösse der inducirten elektromotorischen Kraft, oder die derselben entsprechende Stärke des inducirten Stroms:

$$Q = 2a \cdot i \cdot s \log x + C.$$

Die Bestimmung der Constanten setzt die Kenntniß der Inductionswirkung für die Einheit des Abstandes, der Länge und Intensität des inducirenden Stromes voraus. Gesetzt, es sey diese Bestimmung auf experimentellem Wege gemacht worden, und man habe hiernach für $x=r$, und mit Beziehung auf den Schließungs-Inductionstrom, $Q = -q.i.s$ gefunden; so ist $C = -q.i.s - 2a.i.s \log r$, folglich

$$(\alpha) \quad Q = -q.i.s + 2a.i.s \log \frac{x}{r}.$$

Nimmt man in dieser Gleichung r , i und s als relative Maafseinheiten, und führt man statt des natürlichen Logarithmen den Briggschen ein, so wird

$$Q = -q + 2.2,3.a \log x = -q \left(1 - \frac{2.2,3.a}{q} \log x\right).$$

Diese Formel ist nun übereinstimmend mit der für Tafel V bis IX empirisch gefundenen.

Allerdings darf nicht übersehen werden, daß bei der vorhergehenden theoretischen Entwicklung die Länge s und der Abstand x als verhältnißmäßig sehr klein gegen die übrigen Abmessungen des Inductionsapparates angenommen worden sind, daß folglich obiger Ausdruck nur unter dieser Bedingung seine volle Geltung haben kann. Für den besonderen Inductionsapparat der zu den beschriebenen Versuchen diente, ist, wie wir gesehen haben,

$$\frac{2.2,3.a}{q} = \frac{A}{Q} = 0,479,$$

also die Constante

$$2a = \frac{0,479}{2,2} \cdot q$$

7. Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegrenzter Länge, auf welchem ihre Richtung senkrecht steht.

Es ist im Voraus zu erwarten, daß eine Induction unter den hier ausgesprochenen Bedingungen überhaupt nicht stattfinden könne, und dem entsprechen auch die aus der Ampère'schen Theorie gezogenen Folgerungen.

Es sey (Fig. 3 Taf. II) $as = s$ die Länge der Strom-

linie, $st = ds$ ein Element derselben, $al = r$; ferner $ol = l$, $op = dl$ und Winkel $poq = 90^\circ - tsv = \varphi$, so findet man, nach denselben Grundsätzen wie früher verfahrend, und indem man bedenkt, daß die in die Linie ol reducirten Componenten der inducirenden Kraft, jetzt einander entgegengesetzt sind:

$$dK = \frac{\alpha \cdot i \cdot ds \cdot dl}{x^2} (\sin^2 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi);$$

oder, indem für $x = os$ dessen Werth $\frac{r+s}{\sin \varphi}$, und, da $l = (r+s) \cot \varphi$ das Differential $dl = -\frac{(r+s)d\varphi}{\sin^2 \varphi}$ gesetzt wird,

$$dK = -\frac{\alpha \cdot i \cdot ds}{r+s} d\varphi (\sin^2 \varphi \cos \varphi - b \cos^2 \varphi \sin \varphi).$$

Das Integral zwischen den Gränzen $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 0$ genommen, ist:

$$K = \frac{\alpha \cdot i (1-b) ds}{3(r+s)}.$$

Diese Kraft bezieht sich auf eine gerade Drahtleitung, die sich in der Richtung von l nach o ins Unbegrenzte fortsetzt. Erstreckt sich dieselbe in gleicher Weise und im Einklange mit der Aufgabe auch nach der andern Seite hin, so muß sich natürlich für diese zweite Abtheilung des Drahtes eine gleiche inducirende Kraft, jedoch, wie leicht zu sehen, mit dem entgegengesetzten Zeichen ergeben. Die ganze von der Stromlinie as gegen eine, deren Richtung senkrecht durchschneidende, geradlinigte Nebenleitung von unbegrenzter Länge ausgeübte inducirende Kraft ist daher gleich Null.

8. *Inducirende Wirkung einer geraden, kurzen Stromlinie auf einen benachbarten geradlinigten Leiter von unbegrenzter Länge, dessen Richtung mit derjenigen der ersten einen beliebigen Winkel bildet.*

Es sey ab (Fig. 4 Taf. II) ein Stück des Drahts von unbegrenzter Länge, $cs = s$ die Stromlinie, deren Verlängerung mit ab den Winkel $bts = e$ bildet. Ein beliebiges Element $ts = ds$ der Stromlinie zerfällt in die Componen-

ten $su = ds \sin e$ und $so = ds \cos e$, von welchen die erste auf ab wirkungslos ist, die zweite eine inducirende Kraft

$$K = \frac{4}{3}(1+b) a.i. \cos e \frac{ds}{x}$$

hervorbringt. Der Werth $x = sx$ bedeutet hier den senkrechten Abstand des Elementes ds von der Linie ab .

Denkt man sich dieses Stromelement aus weiter Ferne bis zum Abstände x genähert, so ist für den folgenden sehr kleinen Weg $-dx$ das Moment seiner gegen ab ausgeübten inducirenden Kraft:

$$-K dx = -\frac{4}{3}(1+b) a.i. \cos e . ds \frac{dx}{x},$$

also die Gesamtwirkung des Elementes, und indem zur Abkürzung $b = \frac{1}{3}$ gesetzt wird:

$$dQ = -2 a.i. \cos e . ds \log x + C.$$

Es sey $cr = r$ und der Winkel e habe seine Geltung zwischen $e = 0$ (in welchem Falle die Stromlinie im Abstand r mit ab parallel läuft) bis zu $e = 90^\circ$ (in welchem Falle das Integral Null wird). Der Werth von $a = r$ bezeichnet dann den geringsten Abstand, bis zu welchem ds der Linie ab genähert werden kann.

Angenommen es sey bei dieser Gränze der Annäherung als Resultat der Beobachtung:

$$dQ = q.i \cos e ds,$$

daher

$$C = q.i. \cos e ds + 2 a.i. \cos e . ds . \log r.$$

Indem dieser Werth von C in die Gleichung eingeführt und zugleich $x = r + s \sin e$ gesetzt wird, erhält man:

$$dQ = i \cos e . ds \left(q - 2a \log \frac{r+s \sin e}{r} \right).$$

Das Integral dieses Ausdrucks, zwischen den Gränzen $cs = 0$, bis $cs = s$ genommen, also die ganze von der Stromlinie cs gegen die Leiter ab ausgeübte Induction ist:

$$(\beta) Q = i.s. \cos e \left[q + 2a + 4,6 a \frac{r+s \sin e}{s \sin e} \log \text{brigg} \frac{r}{r+s \sin e} \right].$$

Die Constante q hat hier dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (α). Es ist die Stärke der Induction ausgeübt

Tafel X.

e°	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β° berechnet	dd
0	22°,5	0,19509	22° 30'	
10°	14,15	0,12316	14 31	+ 22'
20	11,35	0,09888	11 28	+ 7
30	9,30	0,08107	9 15	— 3
40	7,60	0,06627	7 23	— 13
50	5,90	0,05146	5 43	— 11

In der Formel (β) bedeutet $q = 0,19509$ die inducirte Kraft für den Fall des Parallelismus der beiden Drähte AB und cd (Fig. 4 Taf. II), und für $r = 1$. Der Werth der Constanten $2a$ aus den Versuchen selbst abgeleitet, wurde $= 0,0401$ gefunden. Indem man ferner den gemeinschaftlichen Factor $i.s$ als Einheit nahm und im dritten Theilsatze $s = 60$ und $r = 1$ setzte, erhielt man die Gleichung:

$$Q = \cos e \left\{ 0,19509 \right.$$

$$\left. + 0,0401 \left[1 - \frac{1 + 60 \sin e}{60 \sin e} 2,3 \log (1 + 60 \sin e) \right] \right\}$$

welche zur Berechnung der in der 4. Spalte der Tafel enthaltenen Zahlen gedient hat.

Zur Bestimmung der Constanten $2a$ ist aus früheren Versuchen (6) die Gleichung

$$2a = \frac{0,479}{2,8} q$$

abgeleitet worden. Setzt man in dieser $q = 0,19509$, so ergibt sich $2a = 0,0406$. Nach den Daten der Tafel X berechnet, ist wie bemerkt, $2a = 0,0401$. Diese nahe Uebereinstimmung beweist aufs Deutlichste, daß bei den gewählten Dimensionen des Apparates andere Einflüsse, außer den bei der Berechnung der Versuche berücksichtigten, in einer die Grenzen der Beobachtungsfehler überschreitenden Bedeutung nicht stattgefunden haben können.

9. Die inducirende Kraft, welche ein gerader, veränderlicher Strom bc (Fig. 5 Taf. II) auf einen geradlinigten Leiter AB ausübt, der nach B hin von unbegrenzter Länge

ist und dessen Richtung mit derjenigen der Stromlinie bei A einen rechten Winkel einschließt ist vorher (7) bestimmt worden:

$$\int K = \int \frac{a \cdot i (1 - b) ds}{3 (r + s)}.$$

Bei allen vorübergehenden Versuchen blieb diese Kraft ohne Wirkung, weil sich dieselbe auf beide Hälften einer von A aus nach beiden Seiten sich erstreckenden geraden Linie in entgegengesetztem Sinne äußerte. Für jede Hälfte der Nebenleitung, besonders genommen, z. B. für die Linie AB (Fig. 5 Taf. II) hat $\int K$ einen reellen Werth, wenn, sowie das Ampère'sche Gesetz verlangt, $b = \frac{1}{2}$. Dafs dem auch bezüglich der Inductionerscheinungen so sey, dafür spricht zwar die innere Wahrscheinlichkeit, ein experimenteller Beweis ist jedoch bis jetzt nicht gegeben worden. Es dürfte deshalb von Interesse seyn, dafs schon aus einem älteren Versuche Nobili's¹⁾ hervorgeht, dafs b jedenfalls kleiner als die Einheit seyn mufs.

Wenn an einem geraden Drahte ab (Fig. 6) von unbegrenzter Länge, durch welchen ein elektrischer Strom in der Richtung von a nach b sich bewegt; ein geradlinigter auf der Stromrichtung senkrecht stehender Leiter rs , mit sich selbst parallel von a nach b , also in der Richtung des Stroms fortgeschoben wird, so entsteht in rs ein Inductionsstrom, von s nach r fließend. Bewegt sich rs im entgegengesetzter Richtung, so verkehrt sich auch die Richtung des Inductionsstroms.

Da rs , indem es sich z. B. in der Richtung nach b bewegt, sich von a entfernen mufs, so leuchtet ein, dafs die inducirenden Kräfte der jeweiligen vorderen und hinteren Seite der Stromlinie ab einander unterstützen müssen. Dafs aber überhaupt eine Induction stattfindet und dafs sie insbesondere die beobachtete Richtung nimmt, ist nur aus dem Umstande erklärbar, dafs der Coëfficient $b > 1$. Ein Blick auf Fig. 7 und die Richtung der Pfeile, welche dazu

1) Pogg. Ann. Bd. 27, S. 407.

dienen, die Richtung der inducirenden, so wie der inducirten Stromelemente zu versinnlichen, macht dieß alsbald verständlich. Man erkennt, daß die Summe der Componenten nach sr der im Sinne po inducirten, d. h. von der Constante b unabhängigen Stromelemente das Uebergewicht haben müsse über die Summe der Componenten nach rs der im Sinne og inducirten, von b abhängigen Stromelemente. Indem man in der Gleichung:

$$K = \frac{a \cdot i \cdot (1-b) ds}{3(r+s)},$$

an die Stelle der Constanten b deren Zahlenwerth einsetzt wird erhalten:

$$K = \frac{a \cdot i \cdot ds}{6(r+s)}.$$

Diese Kraft trachtet einen Strom von B nach A (Fig. 5) zu erregen, wenn der inducirende Strom von c gegen b sich bewegt. Um das entsprechende Bewegungsmoment, oder die vom Stromelemente ds ausgeübte Induction zu bestimmen, kann man auch in diesem Falle von der Vorstellung ausgehen, daß ds gleichsam aus weiter Ferne bis zu einem Abstände $r+s$ genähert werde. Es ist dann für den folgenden sehr kleinen Weg $-ds$,

$$-K \cdot ds = -\frac{a \cdot i \cdot ds}{6} \frac{ds}{r+s}.$$

Das Integral dieser Gleichung genommen zwischen den Grenzen $bc=0$ bis $bc=s$, giebt die Stärke der vom Stromelemente ds bewirkten Induction,

$$dQ = -\frac{a \cdot i}{6} ds \log(r+s) + C.$$

Angenommen nun, durch Erfahrung sey bereits bekannt, daß für $s=0$, d. h. für den Abstand r , die Einheit der Stromlänge und Stromstärke die elektromotorische Kraft q' zu erzeugen vermöge, so ist für diesen Fall: $dQ = q' \cdot i \cdot ds$, folglich die Constante $C = q' \cdot i \cdot ds + \frac{a \cdot i}{6} ds \log r$, also

$$dQ = q' \cdot i \cdot ds - \frac{a \cdot i}{6} ds \log \frac{r+s}{r},$$

und die ganze Induction,

$$(\gamma) \quad Q = q' \cdot is + \frac{a \cdot i \cdot s}{6} \left\{ 1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \text{brigg} \frac{r+s}{r} \right\}.$$

Gleichung in welcher r den Abstand Ab (Fig. 5 Taf. II) bedeutet, und s vom Punkte b beginnend, jeden beliebigen Werth zwischen den Gränzen $bc=0$ bis $bc=s$ annehmen kann.

10. *Inducirende Wirkung einer geraden Stromlinie von begränzter Länge auf einen benachbarten Leiter, dessen Richtung in die Verlängerung der ersteren fällt und der sich in gerader Linie nach einer Seite ins Unbegränzte erstreckt.*

Es mag (Fig. 8) $as=s$ die Stromlinie und $ts=ds$ ein Element derselben, bc den in Betracht kommenden Theil der Nebenleitung und $ox=x$ ein Element derselben vorstellen; es sey ferner $cx=x$ und $ca=r$.

Die von ds gegen dx in Wirksamkeit gesetzte inducirende Kraft ist:

$$dK = a \cdot b \cdot i \frac{ds \cdot dx}{(s+r+x)^2},$$

wovon das Integral:

$$K = -a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r+x} + C,$$

zwischen den Gränzen $x=0$ bis $x=\infty$ Geltung hat. Für $x=0$ wird auch $K=0$; daher

$$C = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{s+r},$$

und

$$K = a \cdot b \cdot i \left(\frac{ds}{s+r} - \frac{ds}{s+r+x} \right).$$

Für x von unbegrenzter Länge verschwindet der Werth $\frac{ds}{s+r+x}$. Es ist daher die von ds gegen die Linie bc ausgeübte inducirende Kraft vollständig genommen:

$$K = a \cdot b \cdot i \frac{ds}{r+s}.$$

Aus dieser Gleichung läßt sich durch dieselbe Folge von Schlüssen wie im vorhergehenden Falle die durch die Strom-

linie s in dem von c aus ins Unbegrenzte sich fortsetzenden Leiter x erzeugte elektromotorische Kraft ableiten:

$$(\delta) \quad Q'' = q'' \cdot i \cdot s + \frac{1}{2} a \cdot i \cdot s \left(1 - \frac{r+s}{s} \cdot 2,3 \log br \frac{r+s}{r} \right).$$

Die hier auftretende Constante q'' bedeutet, ähnlich wie in früheren Fällen, die Induction, welche durch die Einheit der Stromlänge und Stromstärke im Abstände r in dem Leiter hervorgebracht wird.

Es muß übrigens bemerkt werden, daß nachdem q bekannt ist, die Bestimmung von q' und von q'' keine besondere experimentelle Untersuchung erfordert.

Die Werthe q , q' und q'' haben das mit einander gemein, daß sie Wirkungen einer gleichen Stromlänge, bei gleicher Aenderung der Stromstärke und für gleichen Abstand von der Nebenleitung ausdrücken. Diese Analogie gilt also auch im strengsten Sinne für $q \cdot ds$, $q' \cdot ds$ und $q'' \cdot ds$; denn diese Ausdrücke bezeichnen die Wirkungen eines und desselben Stromelementes unter den obigen Bedingungen, oder auch die entsprechenden Arbeitsmomente von ds . Da die (nach Hypothese) zurückgelegten Wegestrecken des Elementes ds in den drei Fällen als gleich vorausgesetzt sind, so folgt, daß sich die Momente wie ihre inducirenden Kräfte verhalten müssen. Diese Kräfte sind:

$$K = 2 a \cdot i \cdot \frac{ds}{x} \quad (6),$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (9),$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r+s} \quad (10);$$

oder, indem man erwägt, daß bei vorausgesetzter Annäherung bis zum Abstände r , $x = r$ und $s = 0$ wird:

$$K = 2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K' = \frac{a \cdot i}{6} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2 a \cdot i}{12} \cdot \frac{ds}{r}$$

$$K'' = \frac{a \cdot i}{2} \cdot \frac{ds}{r} = \frac{2 a \cdot i}{4} \cdot \frac{ds}{r}.$$

Es ist demnach

$$q' = \frac{1}{12}q \text{ und } q'' = \frac{1}{4}q.$$

11. Die vorhergehenden theoretischen Erörterungen können benutzt werden die folgende Aufgabe zu lösen. Durch die Drahtleitung $psrq$ (Fig. 9 Taf. II), deren Aeste ps und qr mit sr rechte Winkel bilden, geht ein elektrischer Strom von der Intensität i , z. B. in der durch die Pfeile angedeuteten Richtung. Es ist die Induction in einer Nebenableitung acb zu bestimmen, deren beide Aeste bc und ac sich ins Unbegrenzte erstrecken und bei c einen rechten Winkel bilden, so daß der Punkt c in die Verlängerung von ps fällt. Die Ebene beider Drahtleitungen durchschneiden sich rechtwinklich, ca und sr sind gleichlaufend und der Abstand sc ist sehr gering.

Unter der Voraussetzung daß die Drähte cb und ca zwei Seiten eines sehr großen Vierecks bilden, ähnlich dem in Fig. 1 Taf. II beschriebenen, und daß auch sp und rq sehr lang sind, daß ferner die Länge sr 6 Decimeter beträgt, kann unter den übrigen in der Aufgabe gestellten Bedingungen eine merkliche Induction nur durch die Stromlinie rs bewirkt werden. Denn die Wirkung, welche qr gegen die Basis und die aufsteigenden Seiten der Nebenableitung ausübt, ist Null oder fast Null. Von ps werden in den Drähten cb und ca gleiche und entgegengesetzte Kräfte erregt; die beiden andern Seiten der Nebenableitung sind aber von pc zu weit entfernt. Dasselbe gilt für die vierte mit rs gleichlaufende Seite des wirksamen Vierecks. Bleibt also wie gesagt nur der Einfluß von rs . Durch diesen werden in den Aesten ca und cb der Nebenableitung Inductionen bewirkt, die der Richtung nach einander entgegengesetzt sind, von welchen aber die von c nach a gerichtete inducirte Kraft das Uebergewicht hat. Die entsprechende Stromwelle würde durch die Gleichung

$$Q = q - 2.2,3.a \log \frac{x}{r}$$

bestimmt seyn, wenn die Leitung ca sich von c aus rechts wie links in die Ferne erstreckte. Nun fehlt aber ein

zweiter Ast in diesem Sinne, oder vielmehr derselbe ist rechtwinklich aufgebogen. Die gegen die fehlende geradlinigte Verlängerung wirksame Kraft muß also in Abzug gebracht werden. Dieselbe ist unter der Bedingung eines sehr kleinen Abstandes sc durch die Gleichung (δ)

$$Q = q' + \frac{1}{2}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right),$$

ausgedrückt.

Ferner kommt in Abzug die von rs in cb inducirte Kraft. Der Werth derselben ist

$$Q' = q' + \frac{1}{2}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right).$$

Für den Abstand $x = sc = r$ ist daher die ganze zur Wirksamkeit kommende Induction:

$$(\epsilon) \quad Q'' = q - (q' + q'') = q - (q' + q'') \\ + \frac{2}{3}a \left(1 - \frac{r+s}{s} 2,3 \log \frac{r+s}{r}\right).$$

Da q' , q'' und a wie wir gesehen haben, aus q abgeleitet werden können, so bedarf es nur, wenn letzteres bekannt ist, für r und s die entsprechenden Werthe einzusetzen, um Q'' zu bestimmen.

Ein dem Sinne dieser Aufgabe entsprechender Versuchapparat konnte dadurch angeordnet werden, daß man bei c ein Gelenk anbrachte, wodurch es möglich wurde ohne Aenderung des Widerstandes der Nebenleitung den Draht cb horizontal zu richten oder winkelrecht aufzubiegen. Die im ersten und im zweiten Falle bei gleichem Abstände r und bei gleicher Stromstärke durch die Induction bewirkten Ausschläge der Nadel sind dann unter einander verglichen worden. Die Stromlinie rs hatte 6 Decimeter Länge und wurde; wie in der ersten, so nachher in der zweiten Versuchsreihe, abwechselnd auf 1, 2 und 3 Centimeter Abstand vom Drahte ca geschoben. Bei den drei ersten Versuchen standen beide Aeste ca und cb der Nebenleitung horizontal, d. h. beide fielen in ein und dieselbe Gerade.

Tafel XL.

r	β°	$\sin \frac{\beta}{2}$	β°	dd
		berechnet.		
1	23,0	0,19937	23° 0	0
2	19,8	0,17060	19 39'	— 9'
3	17,9	0,15366	17 41	— 13
1	20,10	0,17685	20° 22'	+ 16'
2	17,35	0,14940	17 11'	— 10
3	15,40	0,13280	15 16	— 8

Unter den Zahlen der dritten Spalte sind die drei obersten mit Hülfe der Gleichung

$$\sin \frac{\beta}{2} = 0,19937 (1 - 0,479 \log x)$$

berechnet worden. Die so bestimmten Werthe in die Gleichung (8) eingesetzt, dienten dann zur Berechnung der drei untersten Zahlen der dritten Spalte.

12. Obgleich das Verfahren nach welchem ich in der vorliegenden Abhandlung versucht habe die Gesetze der Volta-Induction aus der Ampère'schen Theorie abzuleiten nur auf einige wenige und zwar sehr einfach gewählte Fälle der Induction in Anwendung gebracht worden ist, so sind doch diese Beispiele so ausgesucht worden, daß alle Formen der Induction, ausgeübt von einem Stromelemente von veränderlicher Stärke auf einen benachbarten Leiter von unveränderter Lage darin vorkommen.

Ich glaube deshalb nicht zu irren, wenn ich annehme, daß der Zusatz, durch welchen es gelang das Ampère'sche Grundgesetz in den gewählten Beispielen als Grundlage der Rechnung anwendbar zu machen, (der Zusatz nämlich, daß die Induction als eine von dem inducirenden Strome ausgeübte Arbeit betrachtet werden kann), dieselbe Kraft in allen Fällen besitzt.

Wenn man von der Ampère'schen Theorie ausgehend ganz allgemein die inducirende Kraft bestimmt, welche ein beliebiges Stromelement $st = ds$ (Fig. 10 Taf. II), dessen

Stärke die Veränderung i erfährt, auf das Element $op = dl$ eines geschlossenen Leiters äußert, so gelangt man zu dem Ausdrucke

$$\frac{a i ds dl}{x^3} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta);$$

wenn $ol = l$, der Abstand $os = x$, und die Beziehung zwischen den Winkeln α und β durch $\alpha = e + \beta$ gegeben ist. Für den Fall, daß die wahre Richtung des Stroms außerhalb der Ebene sop liegt, bedeutet ds eine in diese Ebene reducirte Componente, während die andere auf derselben Ebene winkelrecht stehende Componente wirkungslos bleibt.

Es ist mit Beziehung auf die Veränderlichkeit der Winkel α und β , wenn e constant bleibt, $dl = -\frac{x d\beta}{\sin \beta}$. Wird dieser Werth von dl in den Ausdruck der inducirenden Kraft eingesetzt, so wird dieser

$$= -\frac{a i ds}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Hieraus ist ersichtlich, daß die inducirende Kraft, welche ein Stromelement gegen irgend ein Element eines geschlossenen Leiters ausübt, sich ganz allgemein, direct wie die Veränderung der Stromstärke i und umgekehrt wie die Entfernung x verhält.

Läßt man die Neigung beider Elemente gegeneinander ungeändert, so ist es folglich hinsichtlich der Stärke der Einwirkung des einen auf das andere, ganz dasselbe, ob die Stromstärke i sich vergrößert, oder ob die Entfernung x verhältnißmäßig abgenommen hat.

Die elektromotorische Kraft, welche das Element ds in dem Elemente dl , und zwar nach dessen Richtung erzeugt, ist also ganz allgemein

$$= + \frac{a i ds dl}{x} \frac{d\beta}{\sin \beta} (\sin \alpha \sin^2 \beta + b \cos \alpha \cos^2 \beta).$$

Dem Scharfsinne W. Webers ist es bekanntlich gelungen ein allgemeines elektrisches Grundgesetz zu ent-

decken ¹⁾, d. h. ein Princip, welches die Elektrostatik und Elektrodynamik zugleich umfaßt. Er hat gezeigt, daß man von diesem Principe ausgehend folgerichtig zu der elektrodynamischen Theorie von Ampère gelangen kann, und er hat in gleicher Weise die Erscheinungen der Volta-Induction daraus erklärt.

Für den Fall, der in der vorliegenden Abhandlung insbesondere betrachtet worden ist, nämlich den der Induction in einem Leiter durch Aenderung der Stromintensität in einem andern Leiter, folgerte er aus jenem allgemeinen Grundgesetze als Werth der elektromotorischen Kraft den Ausdruck ²⁾

$$- \frac{\alpha}{2} \frac{\alpha \alpha'}{r} \cos \theta \cos \theta' \frac{di}{dt}.$$

in welchem α eine Constante, α ein Stromelement, α' ein Element des Leiters, θ und θ' die Winkel, welche ihre Richtungen mit ihrer geraden Entfernung r von einander bilden, di ein Differential der Stromstärke und endlich dt das Zeitelement, in welchem die Stromstärke um di zugenommen hat, vorstellen.

Vor einiger Zeit fand ich Gelegenheit W. Weber meine vorher beschriebenen Versuche vorzulegen. Er wurde dadurch veranlaßt die Resultate derselben mit seiner Theorie zu vergleichen, und überzeugte sich, daß obiger Ausdruck, angewendet auf den besondern Fall meiner Versuche, unmittelbar zu einer Gleichung von derselben Gestalt führt, wie diejenige, welche ich zuerst auf dem Erfahrungswege gefunden und dann mit Zugrundelegung der Ampère'schen Theorie und eines Zusatzes zu derselben abgeleitet hatte.

Die Art seiner Beweisführung ist die folgende.

Mit Beziehung auf den oben beschriebenen Inductionsapparat, welchen die Fig. 11 Taf. II schematisch wiedergibt, sey $ABCD$ ein geschlossener Leiter in einer verticalen Ebene, $abcd$ eine geschlossene Kette mit AB in einer horizontalen Ebene, in welcher die Stromintensität während

1) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 219.

2) Pogg. Ann. Bd. 73 S. 239.

der Zeit dt um di zunimmt. Die Linie ab sehr klein im Vergleich zu AB , und ihre Endpunkte a und b von den entsprechenden Punkten A und B gleich weit entfernt. Unter dieser Voraussetzung übt der wachsende Strom in bc auf die beiden Seiten BC und DA zusammen eine entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kraft aus, wie der wachsende Strom in da auf dieselben beiden Seiten. Ferner üben die wachsenden Ströme in bc und in da entgegengesetzt gleiche elektromotorische Kräfte auch auf AB und ebenso auf CD aus.

Hiernach bleiben nur noch die auf die vier Seiten AB , BC , CD und DA von dem wachsenden Strome in ab und cd ausgeübten elektromotorischen Kräfte übrig.

Jede dieser 8 Kräfte ergibt sich leicht durch Integration aus dem Grundgesetze der Volta-Induction:

$$-\frac{\alpha\alpha'}{r} \cos \theta \cos \theta' \frac{di}{dt}.$$

wenn man in dem allgemeinen Ausdrucke desselben die Constante $\frac{a}{2}$, weil hier ohne Bedeutung, um abzukürzen, wegläßt.

Man setze $AD = CB = a$, $AB = DC = b$, $ad = ob = c$, $ab = cd = d$; die Entfernung der Linie ab von der ihr gleichlaufenden $AB = x$; ferner $\alpha' = dz$ und mit Rücksicht auf die Kürze der Linie ab , $\alpha = d$.

Ist nun $i = \int \frac{di}{dt} dt$ der Integralwerth der Stromzunahme, so erhält man die zugehörigen Integralwerthe der 8 Kräfte, wie folgt.

Kraft	α	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwerth der Kraft
1) (ab) auf (AB)	$+d$	$\sqrt{x^2 + z^2}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$+\frac{1}{2}b \int \frac{zx dz}{(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{2}b$
2) (ab) auf (CD)	$+d$	$\sqrt{a^2 + x^2 + z^2}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$-\frac{1}{2}b \int \frac{zx dz}{(a^2 + x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{2}b$
3) (cd) auf (AB)	$-d$	$\sqrt{(c+x)^2 + z^2}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$+\frac{1}{2}b \int \frac{zx dz}{[(c+x)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{2}b$
4) (cd) auf (CD)	$-d$	$\sqrt{a^2 + (c+x)^2 + z^2}$	$\frac{z}{r}$	$\frac{z}{r}$	$+\frac{1}{2}b \int \frac{zx dz}{[a^2 + (c+x)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{2}b$

Kraft	α	r	$\cos \theta$	$\cos \theta'$	Integralwerth der Kraft
5) (ab) auf (BC)	$+\alpha$	$\frac{1}{2} \sqrt{[b^2 + 4(x^2 + s^2)]}$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{x+s}{r}$	$-\frac{d}{a} \int_a^a \frac{4b(x+s)dx}{[b^2 + 4(x^2 + s^2)]^{\frac{3}{2}}}$
6) (ab) auf (DA)	$+\alpha$	$\frac{1}{2} \sqrt{[b^2 + 4x^2 + 4(a-s)^2]}$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+x-s}{r}$	$-\frac{d}{a} \int_a^a \frac{4b(a+x-s)dx}{[b^2 + 4x^2 + 4(a-s)^2]^{\frac{3}{2}}}$
7) (cd) auf (BC)	$-\alpha$	$\frac{1}{2} \sqrt{[b^2 + 4(x+c)^2 + 4x^2]}$	$+\frac{b}{2r}$	$+\frac{c+x+s}{r}$	$-\frac{d}{a} \int_a^a \frac{4b(c+x+s)dx}{[b^2 + 4(x+c)^2 + 4x^2]^{\frac{3}{2}}}$
8) (cd) auf (DA)	$-\alpha$	$\frac{1}{2} \sqrt{[b^2 + 4(x+c)^2 + 4(a-s)^2]}$	$-\frac{b}{2r}$	$-\frac{a+c+x-s}{r}$	$-\frac{d}{a} \int_a^a \frac{4b(a+c+x-s)dx}{[b^2 + 4(x+c)^2 + 4(a-s)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Die ausgeführten Integrationen ergeben, mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors d .i:

$$(1) + \frac{2b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} - \log \frac{\sqrt{(b^2+4x^2)}+b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}-b}$$

$$(2) - \frac{2b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}} - \log \frac{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}-b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}+b}$$

$$(3) - \frac{2b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} + \log \frac{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}+b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}-b}$$

$$(4) + \frac{2b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}} + \log \frac{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}-b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}+b}$$

$$(5) - \frac{b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} + \frac{b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}}$$

$$(6) - \frac{b}{\sqrt{(b^2+4x^2)}} + \frac{b}{\sqrt{(b^2+4a^2+4x^2)}}$$

$$(7) + \frac{b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} - \frac{b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}}$$

$$(8) + \frac{b}{\sqrt{[b^2+4(c+x)^2]}} - \frac{b}{\sqrt{[b^2+4a^2+4(c+x)^2]}}$$

Also die Summe aller acht Kräfte, wenn man um abzukürzen setzt:

$$m^2 = 1 + 4 \left(\frac{x}{b} \right)^2$$

$$n^2 = 1 + 4 \frac{a^2+x^2}{b^2}$$

$$p^2 = 1 + 4 \left(\frac{c+x}{b} \right)^2$$

$$q^2 = 1 + 4 \frac{a^2+(c+x)^2}{b^2}$$

$$= -d \cdot \log \left(\frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right).$$

Für kleine Werthe von x kann dieses gegen a und c vernachlässigt werden. Es wird dann

$$n^2 = 1 + 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2$$

$$p^2 = 1 + 4 \left(\frac{c}{b} \right)^2$$

$$q^2 = 1 + 4 \frac{a^2+c^2}{b^2}$$

und die Summe der Kräfte

$$= -d i \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) - d i \log \frac{m+1}{m-1},$$

oder indem man für m wieder seinen Werth einführt,

$$= -d i \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2 d i \log \frac{x}{b},$$

$$= -d i \left\{ \log \left(\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{p-1}{p+1} \cdot \frac{q+1}{q-1} \right) + 2 \log b \right\} b + 2 d i \log x.$$

In diesem Ausdrucke ist der erste Theilsatz unabhängig von x , und bildet für eine gegebene Länge d und Stärke i des anwachsenden Stroms eine nur von den Dimensionen des Apparates abhängige GröÙe, während der Einfluss des Abstandes x nur in dem zweiten Theilsatze als $\log x$ zur Geltung kommt, ganz so, wie zu beweisen war.

Da die Dimensionen des bei den Versuchen benutzten Inductions-Apparates bekannt sind, nämlich: $a = 232$ Centimeter, $b = 400$ Centim. und $c = 158$ Centim., so konnten die Werthe n , p und q durch Rechnung bestimmt werden. Es ergab sich:

$$n = 1,5315$$

$$p = 1,2745$$

$$q = 1,7232$$

Diese Werthe in die Gleichung eingesetzt, findet man

$$Q = -d i (4,1837 - 2 \log x).$$

Es ist aber $\frac{2}{4,1837} = 0,478$, ein Zahlenwerth der dem Mittel der Versuche vorhergegangenen sehr nahe kommt.

Gießen, am 26. November 1865.

V. *Ueber einige sonderbare Wirkungen der Molecularkräfte bei Flüssigkeiten;*
von G. van der Mensbrugghe,

Repetent an der »Ecole du Génie civil« zu Gent.

(Aus d. *Bull. de l'acad. de Belg. Sér. II, T. XVIII;*
 vom Hrn. Verf. übersandt.)

1. *Bildung flüssiger Blasen unter einer besonderen Bedingung.*

In der Meteorologie ist die Frage über den Zustand des Dampfes keineswegs endgültig entschieden; die Bläschentheorie, obwohl stark bekämpft, ist noch nicht umgestossen. Einer der Hauptgründe, den man gegen sie geltend gemacht hat, besteht bekanntlich darin, daß man die Bildungsweise dieser Bläschen voller Luft nicht begreifen kann. Nun kennen wir gegenwärtig eine interessante Thatsache, welche zeigt, wie eine Flüssigkeit, die eine offene irgendwie gekrümmte Lamelle darstellt, die Form einer hohlen Kugel annehmen kann. Dieser Versuch wurde von Hrn. Felix Plateau, Sohn des berühmten Physikers, beschrieben¹⁾, nur hat derselbe bloß mit Seifenwasser gearbeitet, so daß man, streng genommen, die Thatsache nicht als anwendbar auf reines Wasser betrachten kann. Durch besondere Umstände begünstigt, habe ich bestätigen können, daß reines Wasser sich beinahe wie Seifenwasser verhält. Meine Beobachtung war folgende.

Zu einem 12 Meter über dem Boden gelegenen Fenster hinaus schüttete ich reines Wasser aus einer Tasse und sah die flüssige Schale sich in Hohlkugeln von etwa 4 Centimeter im Maximo umwandeln, Nach einer Bahn von 8 bis 10 Meter platzten diese Blasen und zerstieβen in eine Unzahl von Tröpfchen.

Dasselbe Phänomen erhielt ich sehr oft unter Anwendung verschiedenartig geformter Gefäße und abgeänderter

1) Ann. Bd. CXXI, S. 653.

Ausschüttungsweise; es gelang fast beständig, nur waren die Blasen an Zahl und Größe verschieden, die größten hielten nicht mehr als 5 bis 6 Centimeter. Die Auflösung der flüssigen Schale in hohle Kugeln geschah desto schneller, je kleiner und je gekrümmter diese Schale war. Diese Besonderheit ist leicht zu erklären, wenn man erwägt, daß der immer gegen den concaven Theil der Schale gerichtete Moleculardruck zunimmt mit der Krümmung der flüssigen Oberfläche.

Die besten Resultate lassen sich folgendermaßen erhalten. Man füllt eine Tasse von etwa 10 Centim. Breite zu drei Vierteln mit Wasser und schüttet dasselbe mit mäßiger Geschwindigkeit aus, dabei die Hand z. B. von der Linken zur Rechten bewegend, damit die Blasen sich bilden können, ohne ihre Wahrnehmbarkeit gegenseitig zu hindern. Es ist gut sich wenigstens 6 Meter über dem Boden zu stellen, weil sonst die Schale nicht Zeit hat in hohle Kugeln zu zerfallen, oder, wenn diese Kugeln sich bildeten, es unmöglich wäre, sie zu beobachten und ihrer Bildung beizuwohnen.

Dieser Versuch bestätigt den Schluß des Hrn. F. Plateau vollkommen, und verwirft, als nothwendige Bedingung zur Bildung der Bläschen, die gleichzeitige Agglomeration der flüssigen Theilchen zu allseitig geschlossenen Hüllen; es genügt, die Bildung offener, irgendwie gekrümmter Lamellen anzunehmen, was sicher nichts Unmögliches hat. Ohne Zweifel bleibt noch die Frage nach der Dauer der Blasen zu lösen: freilich zerspringen die größten in weniger als einer Secunde, allein gilt dasselbe auch von den kleinsten? Dieß konnte ich nicht ausmachen, weil es schwierig ist zu entscheiden, ob diese Kügelchen hohl oder voll sind, um so schwieriger, weil die Hülle viel dicker als die der Seifenblasen ist.

Abgesehen von der meteorologischen Frage, schien es mir interessant, das oben beschriebene Verfahren auf verschiedene Flüssigkeiten anzuwenden. Zunächst versuchte ich Seifenwasser und fand bestätigt, daß die Blasen sich

sehr gut bilden, aber auch, daß ihr Durchmesser nicht beträchtlich und daß sie überdies ebenso rasch platzen, als bei reinem Wasser. Wenn diese Resultate von denen des Hrn. Plateau abweichen, so rührt es davon her, daß ich, statt mich beim Ausgießen der Flüssigkeit rasch um mich selbst zu drehen, dieselbe bloß mit relativ mäßiger Geschwindigkeit fortschleuderte, so daß die Schale viel kleiner und dicker war. Deshalb versuchte ich auch eine große Geschwindigkeit, damit die Schale sehr dünn werde. Alsdann erhielt ich eine sehr große Anzahl kleiner Kugeln, begleitet von einigen sehr leichten, mehr oder weniger dicken und ziemlich dauerhaften Blasen. Durch eine sehr rasche Fortschleuderung ist es mir gelungen mit einer Seifenlösung, die eine Gallerte bildete, drei Blasen zu erhalten, von denen die größte wenigstens 25 Centimeter im Durchmesser hielt, und die beiden anderen 8 bis 10 Centim. Sie hielten sich etwa eine halbe Minute.

Mit Alkohol gelang mein Verfahren auch sehr gut, nur platzten die Blasen sehr bald. Unter den flüchtigen Oelen operirte ich erfolgreich mit Terpentinöl und besonders mit Petroleum; mit fetten Oelen (ich nahm nur Olivenöl) gelingt es schwerer; die gebildeten Blasen sind nur sehr klein, weil die Flüssigkeit durch ihre Zähigkeit verhindert wird, sich zu einer großen Schale auszubreiten. Endlich habe ich auch mit mehreren Salzlösungen gute Resultate erhalten.

Quecksilber habe ich nicht versucht; dies schien mir auch um so weniger nothwendig, als man seit langer Zeit den niedlichen Versuch kennt, mittelst dessen Hr. Melsens Quecksilberblasen dargestellt hat¹⁾, freilich durch Anwendung einer ganz anderen Methode.

1) *L'Institut*, 1845, p. 207. [Vollständiger findet sich die Notiz des Hrn. Melsens in den *Compt. rend. T. XX, p. 1658*, aus welcher Quelle wir sie hier nachträglich mittheilen. P.]

Wenn man auf den wenigst tiefen Rand einer geneigten Quecksilberschicht, die mit 4 bis 5 Centm. Wasser bedeckt ist, einen Wasserfaden leitet und zwar solchergestalt, daß dieser von einer gewissen Höhe herabkommende Faden, wenn er sich auf der Quecksilberfläche ausbrei-

Wenn man mit einer Flüssigkeit in großer Masse operirt, kann man sie leicht zwingen, die Form einer Schale

zu nehmen, eine angemessene Luftmenge einschließt, so sieht man Quecksilberkugeln auf dem Wasser schwimmen, ganz so wie wenn sie aus einem dünnen Blättchen eines starren Metalls beständen.

Gewöhnlich erheben sich diese Kugeln bis zur Oberfläche des Wassers, Beweis, daß sie Luft enthalten. Manchmal bleiben sie vollständig untergetaucht, und rollen auf der Quecksilberfläche umher; im Moment, da sie platzen, entweicht Luft aus ihnen. Ich habe sie auch unter Wasser auf dem Quecksilber herumrollen gesehen, ohne daß sie beim Platzen Gas entwickelten.

Mit dem Wasserfaden, der mir zu Gebote stand und unregelmäßig floß, können die Quecksilberkugeln einen Durchmesser von etwa 1,5 Centimeter erreichen.

Sie halten sich ziemlich lange, so daß man sie mit einer Untertasse aus dem Wasser heben und während einiger Sekunden beobachten kann.

Ich wogte das Quecksilber, welches Kugeln von 1½ Centm. Durchmesser beim Zerfallen hinterließ; das Gewicht schwankte von 200 bis 400 und 500 Milligramm. Dieses Phänomen hat viele Aehnlichkeit mit dem der Seifenblasen.

Ich will noch einiger Versuche erwähnen, die bis zu einem gewissen Punkt die Bildungsweise derselben erklären.

Wenn man Luft, Kohlensäure, Wasserstoff oder sehr wahrscheinlich irgend ein anderes Gas durch Quecksilber leitet und dazu eine Entwicklungsröhre von nur sehr enger Oeffnung anwendet, so geht das Gas erst nach einer Weile aus der Quecksilberfläche in die Luft über d. h. es bildet sich auf der Quecksilberfläche eine Warze, die größer wird und endlich platzt. Diese Erscheinung, welche allen mit Quecksilber arbeitenden Chemikern bekannt ist, scheint nicht von ihnen beachtet worden zu seyn.

Das allmähliche Anwachsen und endliche Platzen der Warze sieht man auch deutlich, wenn man, statt das Gas direct in die Luft gehen zu lassen, das Quecksilber mit einer Flüssigkeit übergießt; z. B. mit Wasser, Kalilösung von 45° B, concentrirter Schwefelsäure usw. Man kann alsdann sehr deutlich sehen, daß die von der Flüssigkeit bedeckte Quecksilberwarze eine sphäroidale oder wenigstens an der Basis eingeschnürte Form annimmt. Zuweilen glaubt man eine wirkliche Kugel zu sehen, die sich bis zu einem Abstand von der Quecksilberfläche erhebt und erst platzt, wenn sie sich von derselben abgelöst hat und allseitig von der Flüssigkeit umgeben ist.

Man braucht übrigens nur eine Schale voll Quecksilber, das mit Wasser übergossen ist, mit der Hand zu bewegen und einen luftfreien

von bestimmter Krümmung anzunehmen; man braucht sie nur mittelst einer Druckpumpe durch Röhren zu treiben, die mit zweckmäßigen Ansätzen versehen sind. Um dieß Verfahren anzuwenden, ließ ich zwei solcher Ansätze verfertigen, den einen in Form eines kleinen halbcylindrischen Kanals, den andern in halbkegelförmiger Form. Die Länge dieses Kanals betrug etwa 50 Millimeter, und die Ausflußöffnung war der Flächenraum zwischen zwei concentrischen Halbkreisen, von denen der größere 20 und der kleinere 17 Millim. im Radius hielt. Ich gebrauchte Brunnenwasser und Seifenwasser. Die halbcylindrische Ansatzröhre gab mit Brunnenwasser eine Menge Blasen von 3 bis 4 Centim. Durchmesser, die nach einer Bahn von einigen Metern platzten, und mit Seifenwasser eine große Menge hohler Blasen, die in der Luft schwammen. Was die halbkegelförmige Ansatzröhre betrifft, so lieferte sie mit gemeinem Wasser ein Schale, die immer größer und dünner ward und sich in einem Regen hohler Bläschen auflöste, welche nach einigen Augenblicken platzten; mit Seifenwasser bildete sich eine Unzahl von Kügelchen, der Mehrzahl nach von sehr dünnen Hüllen.

Ich wandte auch Ansatzröhren von weniger als 3 Millimeter Durchmesser an, allein sie gaben mir viel weniger entwickelte Resultate als die vorherigen.

Kurz alle diese Versuche scheinen mir zu beweisen, daß die meisten, wenn nicht alle Flüssigkeiten, sobald sie zu Schalen von gehöriger Größe und Dicke ausgeschüttet würden sind, die Form von Hohlkugeln annehmen können.

2. Schwimmende Quecksilberkügelchen. — Annäherungen und Abtönnungen zwischen diesen Kügelchen.

Seit einiger Zeit haben sich die Physiker viel mit der Kugelform beschäftigt, welche eine Flüssigkeit, selbst in

Wasserfaden in das Quecksilber zu leiten, um die anfangs glatte Oberfläche desselben sich mit wasserhaltigen Warzen bedecken zu sehen. Bei Ruhe verschwinden diese Warzen und die Oberfläche wird nach einigen Sekunden wieder eben.

gewöhnlichen Temperaturen, auf der Oberfläche der nämlichen oder einer anderen Flüssigkeit annehmen kann. Es wird wohl nicht ungehörig seyn, hier einen, meines Wissens neuen Versuch kennen zu lehren, der die Effecte der Molecular-Actionen der Flüssigkeiten zeigt und überdies auch das Mittel zum Erweise der capillaren Attractionen und Repulsionen darbietet. Er betrifft die Darstellung von Quecksilberkügelchen, die auf Wasser schwimmen. Ich verfare wie folgt.

Ich fülle eine große Schale mit destillirtem Wasser, nehme dann mit dem Ende einer Messerklinge (*lame d'un couteau ou d'un canif*) ein Quecksilberkügelchen von etwa 0^m,5 Durchmesser und bringe es an die Oberfläche des Wassers, dabei die Klinge so wenig wie möglich neigend. Dann drehe ich diese sehr sanft um die Schneide, damit das, der Schneide sehr nahe Kügelchen mit dem Wasser in Berührung komme. Wenn diese Berührung bewerkstelligt ist, hebe ich vorsichtig das Messer und das Quecksilberkügelchen schwimmt. So hat man das sonderbare Schauspiel, eine flüssige Kugel auf der Oberfläche einer anderen Flüssigkeit schwimmen zu sehen, die 13¹/₂ Mal weniger dicht als die erste ist.

Diese Erscheinung giebt zu mehreren Bemerkungen Anlaß. Zunächst: warum wird das Kügelchen nicht von der Flüssigkeit benetzt? Ich glaube: wegen der an der Oberfläche dieses Kügelchens verdichteten Luftschicht. Dieß scheint mir um so wahrscheinlicher als ich es länger als eine Viertelstunde im Wasser verweilen lassen und dennoch gleich darauf zum Schwimmen bringen konnte; wenn dagegen das Kügelchen eine Stunde lang im Wasser gelegen hatte, war die Luftschicht wenigstens zum Theil vertrieben und es gelang dann nicht mehr, es auf der Oberfläche der Flüssigkeit in Gleichgewicht zu bringen.

Zweitens, reicht es zur Erklärung der vorliegenden Erscheinung hin, zu sagen, daß das Gewicht des Quecksilberkügelchen gleich sey dem des verdrängten Wassers, wohl verstanden, darin mit begriffen die ringsum das Queck-

silber gebildete Vertiefung. Hat man nicht auch in Rechnung zu ziehen, daß, da das Wasser unmittelbar unter dem Kügelchen concav ist, der capillare Druck daselbst geringer seyn muß als rundherum? Oder wird in diesem Fall ein specieller Cohäsions-Effect ausgeübt, z. B. ein Widerstand von der umgebenden Flüssigkeit gegen die Entstaltung ihrer Oberfläche? Ich habe eine gute Anzahl von Versuchen und Berechnungen gemacht, um diese Fragen entscheidend zu beantworten, bisher aber ohne Erfolg.

Wie schon gesagt, liefert der oben beschriebene Versuch ein sehr bequemes Mittel, die capillaren Attractionen und Repulsionen deutlich zu zeigen. In der That, sowie man die Messerklinge fortzieht, beobachtet man, daß das Kügelchen eine lebhafte Repulsion erfährt. Es ist offenbar eine Capillarwirkung, herrührend von dem Steigen des Wassers längs der Klinge und dem Sinken desselben ringsum das Quecksilber; die Ränder der Schale üben ebenfalls eine kräftige Abstofsung aus. Um die Anziehung zu erweisen, liefs ich zwei Quecksilberkügelchen schwimmen und versuchte, sie in einem gegenseitigen Abstände von etwa 20 Millimeter in Ruhe zu halten. Nach einigen Momenten setzten sie sich in Bewegung gegen einander, desto rascher, je näher sie einander kamen¹⁾. Gleich nach der Berührung vereinigten sich beide Kügelchen zu einem einzigen, deßhalb, weil die an jedem von ihnen haftende Luftschicht durch den Stofs lebhaft fortgetrieben und somit immer dünner wurde, bis sie der Cohäsion erlaubte,

1) Schon in der Mitte des 17ten Jahrhunderts beobachtete der Florentiner Akademiker Borelli ähnliche Erscheinungen. Er liefs Plättchen von Holz und Plättchen von dünnem Messingblech auf Wasser schwimmen; an den Rändern der ersteren hebt sich das Wasser, an denen der letzteren vertieft es sich. Als er sie nun mittelst dünner Stiele, die lothrecht daran befestigt waren, einander näherte, sah er zwischen den Platten gleicher Art eine Attraction, und zwischen denen ungleicher Art eine Repulsion eintreten. — Auch Montanari kannte diese Erscheinungen. — Daß Nähnadeln auf Wasser schwimmen können, hatte bereits vor ihm der Erfinder der Inclinationsnadel, der Engländer Norman, beobachtet.

ihre Wirkung auszuüben. Diese Vereinigung der Kügelchen geschieht nur leicht, wenn das Quecksilber hinreichend rein ist, und das Wasser keine Fädchen oder andere Körperchen enthält; denn die letzteren stören die Capillarkwirkungen bedeutend und machen den Abstand zwischen den gegenüberstehenden Quecksilberflächen so groß, daß die Aeußerung der Molecular-Attraction verhindert wird.

Was mir diesen Versuchen Interesse zu geben scheint, ist der Umstand, daß sich hier die Capillarkwirkungen in viel größeren Abständen (20 bis 25 Millim.) merklich machen als bei den Körpern, die man gewöhnlich in physikalischen Vorlesungen anwendet. Ich füge noch hinzu, daß man ungeachtet der Kleinheit der aufeinander reagirenden Massen, alle ihre Bewegungen mit großer Leichtigkeit verfolgen kann, weil die nicht untergetauchten Zonen sehr viel Licht reflectiren.

Vermöge der Cohäsionswirkung zweier benachbarten Kügelchen habe ich das Volum des anfänglichen Kügelchens allmählich vergrößern können. Es reicht dazu hin, successive sehr kleine Kugeln schwimmen zu lassen, die sich dann alle mit dem ersten Kügelchen vereinen. Ich konnte somit den Durchmesser des größten Kügelchens experimentell bestimmen, das sich noch auf der Oberfläche von destillirtem Wasser erhielt, und fand ihn beinahe gleich 0^{mm},87. Mit Brunnenwasser erhielt ich eins von ungefähr einem Millimeter im Durchmesser.

Ich versuchte auch Quecksilberkügelchen auf Olivenöl schwimmen zu lassen, und zwar mit vollem Erfolg. Nur hatten die Kügelchen höchstens ein Drittel-Millimeter im Durchmesser ¹⁾.

Endlich unterwarf ich auch mehrere Salzlösungen dem Versuch, unter anderen, Lösungen von Chlornatrium, salpetersaurem Baryt und kohlensaurem Natron. Es schien

1) Diese Versuche brachten mich auf die Idee, starre Kügelchen von großer Dichtigkeit schwimmen zu lassen. Ich will nur einen Fall anführen. Ein Platinkügelchen von 0,3 bis 0,4 Millim. Durchmesser schwamm sehr gut auf Wasser.

mir, daß der Maximum-Durchmesser anfangs mit dem Concentrationsgrade zunahm, doch nur bis zu einer gewissen Gränze und darauf wieder abnahm. Ich habe mir vorgenommen, dieß näher zu untersuchen.

VI. Die Statik der Netzhaut und die pseudoskopischen Erscheinungen; von Dr. Hermann Scheffler.

In der »*physiologischen Optik*«, welche ich vor Kurzem veröffentlicht habe, sind auch die Grundlagen nachgewiesen, auf welchen die optischen *Täuschungen* in Beziehung auf die Größe, Form, Lichtstärke, Farbe und die sonstigen optischen Eigenschaften der Objecte beruhen. Eine interessante Klasse hieher gehöriger Erscheinungen sind die zuerst von Zöllner beobachteten und später von Hering und Kundt vervollständigten *pseudoskopischen Erscheinungen*, welche sich im Jahrgange 1860 und 1861 dieser Annalen beschreiben finden. Die Erklärung dieser Erscheinungen ist sehr verschiedenartig versucht worden. Zöllner glaubt, die Täuschung sey *psychischen* Ursprungs; Hering und Kundt haben eine besondere Theorie (die Sehnentheorie) auf die Hypothese gegründet, daß das Auge die Größe eines Winkels nicht nach dem Bogen, sondern nach der Sehens schätze; Baccaloglo (Pogg. Ann. Jahrgang 1861) schreibt den Vergleichung der Sehnwinkel für die verschiedenen Theile einer Figur eine besondere Wirkung zu; Aubert bekennt in dem neuesten Werke über die Physiologie der Netzhaut, S. 272, indem er alle diese Erklärungen verwirft, daß er keine Erklärung von dem Phänomen zu geben wisse. Aus diesen Umständen kann man schließen, daß eine befriedigende Erklärung der fraglichen Erscheinungen noch nicht vorliegt, und daß eine Zurück-

führung derselben auf positive physiologische Vorgänge erwünscht sey.

Die Empfindung, welche mit der Erschütterung eines *Stäbchens* durch einen einfallenden Lichtstrahl verbunden ist, also die Empfindung der *Stellung des afficirten Stäbchens*, ist die Grundlage für unser Urtheil über die *Richtung des Lichtstrahles* oder der nach dem leuchtenden Objecte führenden Visirlinie (§. 18 und 22 der physiologischen Optik): Für die *scheinbare Richtung* ist also zunächst die *Richtung der Axe* des getroffenen Stäbchens maassgebend.

Hieraus folgt, daß Alles, was die *Richtung* eines Stäbchens um einen bestimmten *Winkel* ändert, die *scheinbare Richtung* des auf dieses Stäbchen fallenden Lichtstrahles *um denselben Winkel* ändert. Eine solche Aenderung der Richtung eines Stäbchens tritt ein, wenn die *Netzhaut* an der Stelle dieses Stäbchens ihre *Krümmung* ändert, während das Stäbchen *normal* darauf stehen bleibt; sie kann aber auch durch selbständige *Ueberneigung* des Stäbchens oder durch *Abweichung von der Normalen* der Netzhaut hervorbracht werden.

Außerdem wird die Richtung eines Stäbchens durch *Verschiebung* in der Netzhaut verändert (§. 21 der physiologischen Optik).

Erwägt man, daß durch Verschiebung der Netzhaut ein Stäbchen, dessen *natürliche* Lage einem von dem Netzhautbilde des Objectes abweichenden Ort einnimmt, in dieses Bild eintritt, so folgt, daß das Object dem *verrückten* Stäbchen in derjenigen Richtung erscheint, welche der *natürlichen* Stellung dieses Stäbchens in der Netzhaut entspricht. Hiernach knüpft sich also bei gegebener Convergenz der Augenaxen eine bestimmte scheinbare Richtung an die Affection eines bestimmten *individuellen Stäbchens*, mag dieses Stäbchen sich in *normaler Stellung* auf der Netzhaut nach innen oder nach außen verschieben.

Eine Hauptveranlassung zur Verschiebung der Stäbchen ist das Streben nach *Einfachsehen*. Aus diesem Streben entspringt im Allgemeinen nur eine Verschiebung der Stäbchen *nach innen* oder *nach außen*. Wenngleich hiernach

Verschiebungen *nach oben, nach unten* oder in einer *beliebigen Richtung* nicht so häufig inducirt werden und die Netzhaut auch in Folge dieser Ungewohnheit keine so *große Beweglichkeit* in den von der horizontalen Richtung abweichenden Richtungen besitzt; so kommen doch auch solche Verschiebungen vor. Wir müssen annehmen, daß Verschiebungen in *verticaler Richtung* auch Abweichungen der scheinbaren Richtung in *verticaler Ebene* nach sich ziehen, daß überhaupt irgend eine Bewegung eines Stäbchens um den Mittelpunkt des Auges eine Drehung der scheinbaren Richtung des auf dieses Stäbchen fallenden Strahles gegen die ohne Verschiebung der Stäbchen stattfindende Richtung nach *entgegengesetzter Seite* nach sich zieht; so daß ein Strahl immer in derjenigen Richtung zu liegen scheint, welche das getroffene Stäbchen anzeigt, wenn man sich dasselbe in seine Ruhelage versetzt und dort affloirt denkt.

Außer dieser aus dem Streben nach Vereinigung der Doppelbilder entstehenden und einem Principe des Sehens dienenden Verschiebung der Stäbchen kann eine solche auch aus anderen Affectionen hervorgehen. Wenn diese Affectionen nicht dem normalen Verlaufe der Sehtätigkeiten entsprechen, bilden sie *Störungen* desselben und die daraus entspringenden Abweichungen der scheinbaren Richtung verleihen den Objecten eine *falsche Form*, führen also *optische Täuschungen* herbei, welche man unter dem Namen der *pseudoskopischen* Erscheinungen begreift.

In §. 48 der physiologischen Optik habe ich bereits den Einfluß untersucht, welchen die Affection der Netzhaut in einzelnen *Punkten* und *Linien* auf deren *Krümmung* und demzufolge auf die *Richtung* der Stäbchen übt, und die daraus sich ergebenden Täuschungen über die Form der Objecte abgeleitet. Gegenwärtig wollen wir uns damit beschäftigen, die aus solchen Affectionen entspringenden *Verschiebungen der Stäbchen* und die hiermit zusammenhängenden Täuschungen zu ermitteln.

Bei diesen Untersuchungen gehe ich von dem Satze

aus (welchen ich in einem nächstens erscheinenden Supplemente zur physiologischen Optik näher begründen werde), daß sich bei dem Bestreben, *mehrere Punkte oder eine Reihe von Punkten zu fixiren oder in ihren gegenseitigen räumlichen Verhältnissen aufzufassen, eine Tendenz zu gegenseitiger Annäherung und in Folge dessen auch wirklich eine gegenseitige Annäherung mit entsprechender Spannung in der Stäbchenmasse erzeugt.*

Die Annäherung zwischen den fixirenden Stäbchen wird um so erheblicher, je mehr derselben in einer Linie afficirt werden; sie wird also am stärksten, wenn sich die Lichtpunkte zu einem zusammenhängenden Linienszuge aneinander reihen.

Sehen wir den vorstehenden Satz als die Grundlage für die *Statik der Netzhaut* an, so ergeben sich daraus zuvörderst folgende Verschiebungen der Stäbchenschicht und pseudoskopischen Erscheinungen.

Wenn die beiden Objectpunkte *a, b* die Stäbchen *c, d*, afficiren (Fig. 12 Taf. II), so drängen sich die Stäbchen in der Linie *cd* zusammen und es treten die entfernteren Stäbchen *e, f* in die Lichtstrahlen *ac, bd* ein. In Folge dessen erscheinen die Objecte bei *a', b'* also weiter auseinander, als sie sind.

Je mehr Punkte zwischen a und b das Auge afficiren, desto länger erscheint die Strecke ab. Hiermit ist die Beobachtung erklärt, welche Hering in Poggendorff's Annalen beschrieben hat. Außerdem geht daraus hervor, daß *eine gerade Linie ab verlängert erscheint.*

Wenn die leuchtenden Punkte im Kreise liegen, wird die Zusammendrängung der Stäbchen nicht ohne Verkleinerung des Radius des afficirten Netzhautkreises möglich seyn. Es werden also Stäbchen, welche einem größern Netzhautkreise angehören, in die Lichtstrahlen eintreten und die Täuschung eines *vergrößerten Kreises* hervorbringen.

Wenn die beiden sich durchschneidenden leuchtenden Linien *ab, de* (Fig. 13 Taf. II) das Netzhautbild *gh, ik* ha-

ben, so werden die Stäbchen in der Linie gh und ik für sich auf einander drängen. Wird nun die Stäbchenlinie gh in Folge besonderer Anstrengung möglichst steif gehalten; so wird der Theil if der Linie ik , indem er gegen den Theil kf derselben Linie drängt, etwas längs der Linie fh hingleiten, und ebenso wird das Linienstück kf längs der Linie fg gleiten. In die Stelle der geraden Linie ik der Stäbchenschicht werden also Stäbchen rücken, welche im Ruhezustande die punktirt gezeichnete gebrochene Linie einnehmen. Diefs hat zur Folge, daß die Linie de nicht gerade, sondern gebrochen in der Form $d'e'$, $e''e'$ erscheint, indem die beiden Stücke dc und ec gegen den spitzen Winkel, welchen sie mit ab bilden, zurücksrücken.

Wenn sich die Linie ab nicht durch besondere Kräftigkeit auszeichnet, wird die ihr entsprechende Stäbchenreihe gh sich gegen die Reihe ik in ähnlicher Weise verrücken. Das Resultat hiervon ist, daß die sich kreuzenden Linien ab , cd (Fig. 14 Taf. II) in der Gestalt der beiden Winkel $a'c'd'$, $b'c''e'$ mit der Verbindungslinie $c'e'$ ihrer Scheitel erscheinen.

Da die Verrückung der einen Stäbchenreihe längs der anderen in der Nähe dieser zweiten Reihe stärker seyn wird, als in weiterem Abstände davon; so wird jenes Linienstück wie $a'e'$ bei c' am meisten von der wahren Richtung ao abweichen, nach a' hin aber sich mehr und mehr der Linie co nähern. Die Linien acb und dce werden mithin als Curven $a'd'c''b'$ und $d'o'c''e'$ erscheinen, deren Winkel bei e' und c'' größer ist als der Neigungswinkel der Linien ab , de und welche die gegebenen beiden geraden Linien zu Asymptoten haben.

Hiernach wird eine gerade Linie ab (Fig. 15), welche mehrere Parallellinien durchschneidet, in der Form der Linie $a'b'$ erscheinen.

Wenn die Stäbchenreihe gh , sey es in Folge subjectiver Anstrengung oder starken objectiven Reizes möglichst steif gehalten und vor der Zerreißung geschützt ist, werden die Stäbchenreihen if und kf (Fig. 16), welche im Ruhezustande in der geraden Linie ik liegen, indem sie

vermöge des Zusammenstickens der Stäbchen längs der starren Reihe gh gleiten und sich trennen, auf die Reihe gh noch eine besondere Wirkung ausüben. Der Druck nämlich, welcher zwischen den Stäbchen der Reihe if' und $f''k$ herrscht, wird bei der Trennung jener beiden Stücke eine Pressung gegen die Reihe gh in den Punkten f' und f'' hervorbringen, also ein Kräftepaar erzeugen, welches die Reihe gh in die Richtung der Pfeile zu drehen strebt. In Folge dessen werden die Stäbchen aus der Linie $g'h'$ in die Linie gh eintreten, welche das Netzhautbild der Linie ab (Fig. 13, Taf. II) ist und die Linie ab wird ihre Richtung in die Linie $a'b'$ also so umzuändern scheinen, als wenn sie den Neigungswinkel gegen die Linie de vergrößern wollte.

Die Ablenkung der Linie $a'b'$ von ab wird durch das Moment des in den Punkten f' und f'' (Fig. 16) wirkenden Kräftepaares bedingt seyn. Bezeichnet p die Spannung zwischen den Stäbchen der Reihe ik , und α den Neigungswinkel der sich kreuzenden Linien ab und ed ; so wird man den normalen Druck der Reihe if' und kf'' gegen die Reihe gh nahezu gleich $p \sin \alpha$, und die Entfernung $f'f''$, um welchen die beiden Stücke der Reihe ik auseinander rücken, nahezu der Componente $p \cos \alpha$ proportional setzen können. Hiernach wird das gesuchte Moment nahezu dem Producte $p \sin \alpha \cdot p \cos \alpha$ oder der Größe $p^2 \sin \alpha \cos \alpha$ oder $p^2 \sin 2\alpha$ proportional seyn. Da diese Größe für $\alpha = 45^\circ$ ein Maximum erreicht; so folgt, daß die pseudoskopische Ablenkung der Linie ab durch die Linie de ein von dem Neigungswinkel der letzteren abhängiges Maximum besitzt und daß der diesem Maximum entsprechende Winkel ungefähr den Werth von 45° hat.

Nimmt man die Sachen genau und erwägt, daß, wenn man sich eine elastische Linie längs des Zuges $if''k$ denkt, welche sich bei f' und f'' allmählich umbiegt, die Wirkung der Stäbchen dieser Reihe gegen die Reihe gh in einem Winkel erfolgen wird, welcher größer ist als d. Angenommen, dieser Winkel sey $= n\alpha$, worin $n > 1$ ist. Ab-

dann wird das Moment des fraglichen Kräftepaars proportional $p^2 \sin n\alpha \cos n\alpha$ oder proportional $p^2 \sin 2n\alpha$ seyn; das Maximum wird also für $2n\alpha = 90^\circ$ oder für $\alpha = \frac{45^\circ}{n}$ eintreten. Setzt man $n = 1,5$, so wird $\alpha = 30^\circ$, wie es nach den sogleich anzuführenden Beobachtungen der Wirklichkeit entspricht.

Wenngleich die pseudoskopische Ablenkung der Linie ab , welche im *Zusammenhange* bleibt, ein Maximum hat für einen bestimmten Neigungswinkel der durchkreuzenden Linie de , welche *zerissen* wird; so hat doch die Verschiebung $c'c''$ der beiden Theile der letzteren Linie, welche proportional zu $p \cos n\alpha$ ist, kein Maximum für jenen Winkel, sondern wird um so gröfser, je kleiner der Neigungswinkel α wird. Von der Gröfse dieser Verschiebung und zugleich von dem Neigungswinkel α selbst hängt der Winkel φ ab, um welchen in Fig. 11 Taf. II die Stücke der Linie ab zwischen den Parallelen von ihrer wahren Richtung abgelenkt erscheinen. Diese Ablenkung wird für einen gewissen Werth des Winkels α , welchen wir jedoch hier auf sich beruhen lassen, ein Maximum haben, d. h. weder eine die Parallelen ganz *steil*, noch eine dieselben ganz *flach*, sondern eine die Parallelen unter einem *bestimmten* Winkel durchschneidende Linie ab wird in den *Zwischenstücken* am meisten abgelenkt erscheinen.

Hieraus folgt, daß eine gerade Linie ab (Fig. 17), welche concentrische Kreise durchschneidet, in der Form $a'b'$ gekrümmt erscheint. Denn indem sich die Kreislinien bei der Durchneidung der geraden Linie ab auf dieser nach Fig. 16 verschieben, erzeugen sie zugleich durch die entstehenden Kräftepaare eine Drehung der zwischen ihnen liegenden Stücke dieser geraden Linie und zwar an einer bestimmten Stelle am stärksten. Betrachtet man nun ab wie eine elastische materielle Linie; so muß sich dieselbe unter der Wirkung der gedachten Kräftepaare in der Form $a'b'$ krümmen. Dieser Einfluß macht sich sogar geltend, wenn die Gerade nur einen einzigen Kreis schneidet, ja sogar, wenn

sie den Kreis nur *berührt*, weil *sichtbare Linien* doch immer eine gewisse *Dicke* haben und die Berührung solcher *Objecte* nach Fig. 18 Taf. II den Charakter einer Durchschneidung an sich trägt, außerdem aber die durch Verschiebung erzeugte Spannung zwischen den Stäbchen wegen des Zusammenhanges der Netzhaut selbst auf einige Entfernung von den gespannten Reihen hin wirkt.

Was die Ablenkung der von einer Geraden durchschnittenen Kreislinien betrifft; so leuchtet ein, daß dieselben, indem sie sich an der Durchschnittsstelle steiler gegen die Gerade stellen, *stärker gekrümmt* erscheinen werden.

Wir gehen jetzt zur Erklärung der von Zöllner beobachteten und in Poggendorff's Annalen 1860 beschriebenen pseudoskopischen Erscheinungen über.

Werden in Fig. 19 mehrere starke Parallellinien, welche wir *Streifen* nennen wollen, von feineren und ziemlich nahe liegenden kurzen Parallelen, welche wir *Striche* nennen wollen, schräg und zwar der erste, dritte, fünfte Streifen von links nach rechts, der zweite, vierte, sechste Streifen dagegen von rechts nach links durchschnitten, so müssen nach Vorstehendem folgende optische Täuschungen entstehen.

Die *Querstriche* erscheinen nach Fig. 20 längs der *Streifen verschoben*. Die *Längestreifen*, deren correspondirende Netzhautlinien von ebenso vielen gleich starken Kräftepaaren angegriffen werden, als Querstriche vorhanden sind, erscheinen nicht mehr parallel, sondern so gegeneinander *geneigt*, daß sie die Querstriche *steiler* durchdringen. Die pseudoskopische Ablenkung der *Streifen* muß für eine gewisse Neigung der *Striche* ein Maximum werden: dasselbe entspricht der Neigung von 30° . Die Täuschung findet so gut beim monocularen, wie beim binocularen Blicke statt.

Ich füge jetzt den früheren Betrachtungen über die Verschiebung der Stäbchen hinzu, daß die *Beweglichkeit* der Stäbchenschicht nicht in allen *Richtungen* der Netzhaut gleich groß ist, daß dieselbe von dem *Accommodationszustande* des Auges und von dem *Wettstreite* der correspon-

stehenden Stäbchen des anderen Auges mit abhängt (Ueber das Wesen des *Wettstreites* vergl. §. 13 der physiologischen Optik).

Am wenigsten beweglich scheint die Netzhaut in *verticaler* und in *horizontaler* Richtung zu seyn; in ersterer jedoch noch etwas weniger als in letzterer: am größten ist ihre Beweglichkeit in *schrägen* Richtungen und es muß eine der Neigung von 45° naheliegende Richtung geben, in welcher die Beweglichkeit ein *Maximum* erreicht. Demzufolge erscheint die pseudoskopische Ablenkung der Streifen am schwächsten, wenn sie vertical stehen, etwas stärker, wenn sie horizontal laufen; am stärksten jedoch, wenn sie sich etwa unter einen Winkel von 45° neigen.

Interessant ist die Wirkung des *Wettstreites*. Wenn man beim binocularen Anblicke der Fig. 19 Taf. II die Augen auf einen näheren Punkt convergiren läßt, so daß das rechte Doppelbild des ersten Streifens auf das linke Doppelbild des zweiten Streifens fällt, so werden *correspondirende* Stäbchen der beiden Augen durch die Querstriche nach *entgegengesetzten* Seiten abgelenkt. Diefs hat zur Folge, daß sie *gar nicht* abgelenkt werden, sondern *parallel* erscheinen. An der Stelle der Querstriche sieht man keine vollständigen Kreuze, sondern theils Striche, welche von rechts nach links, theils solche, welche von links nach rechts laufen, theils abgebrochene Stücke der einen, theils abgebrochene Stücke der anderen Art, wie es dem Effecte des *Wettstreites* vollkommen entspricht.

Nimmt man den Convergenzpunkt der Augen so nahe, daß sich die Doppelbilder des ersten und dritten Streifens, welche einander gleich sind, decken, so entsteht wieder die pseudoskopische Ablenkung.

Wenn man das Auge auf einen hinreichend *nahen* Punkt *accommodirt*, hört die pseudoskopische Ablenkung der Streifen auf: ich nehme daher an, daß durch Accommodation auf die *Nähe* die Beweglichkeit der Stäbchen *vermindert* wird. Berücksichtigt man hierbei noch, daß sich bei jeder falschen Accommodation die Aufmerksamkeit auf das Object

vermindert und daß die Details denselben undeutlicher und demzufolge *weniger effectvoll* werden; so leuchtet ein, daß mit der Naheaccommodation eine erhebliche Verminderung der pseudoskopischen Ablenkung verbunden seyn muß. Wenn man das Auge auf einen hinreichend *entfernten* Punkt accommodirt, z. B. indem man in die Figur ein Loch macht und durch dieses Loch auf ein entfernteres Object blickt, wird die pseudoskopische Ablenkung *ebenfalls, schwächer*, jedoch nicht in dem Maasse, wie bei der Accommodation auf die Nähe: ich nehme daher an, daß zwar die Beweglichkeit der Stäbchenschicht mit der Accommodation auf die Ferne zunimmt, daß jedoch der entgegengesetzte Effect der verminderten Aufmerksamkeit und Deutlichkeit überwiegt, so daß trotz der größeren Beweglichkeit der Stäbchenschicht, eine schwächere Ablenkung zu Stande kommt, welche indessen immer größer bleiben wird, als die durch Naheaccommodation erzeugte.

Wenn man die Fig. 11 Taf. II dem Auge hinreichend *nähert* oder von dem Auge hinreichend *entfernt*; so verliert sich die pseudoskopische Ablenkung allmählich bis zum endlichen Verschwinden, weil die Querstriche sowohl bei der genügenden Annäherung in Folge ungenauer Accommodation, als auch bei der genügenden Entfernung in Folge der Abnahme ihrer Intensität und ihres Netzhautbildes immer mehr und mehr ihre ablenkende Wirkung einbüßen.

Die mit der Veränderung der Accommodation verbundene Variabilität der Beweglichkeit der Stäbchenschicht erzeugt gewisse pseudoskopische *Bewegungen*, auf welche noch nicht aufmerksam gemacht worden ist. Indem man beim monocularen Ausblicke der Fig. 12 mit *vertical* stehenden Streifen mittelst des *rechten* Auges dieses Auge *entfernter* accommodirt, rücken die Querstriche am ersten und dritten Streifen *abwärts* und am zweiten und vierten Streifen *aufwärts*; indem man das rechte Auge *näher* accommodirt, rücken die Querstriche am ersten und dritten Streifen *aufwärts* und am zweiten und vierten Streifen *abwärts*. Beim monocularen Blicke mit dem *linken* Auge ergeben sich die entgegengesetzten Bewegungen.

Hält man die Figur so, daß die Streifen *horizontal* liegen, so erzeugt eine Veränderung der Accommodation diese Bewegung der Querstriche nicht. Wohl aber ergibt sich jetzt ein sehr lebendiges *Laufen der Querstriche*, wenn man die Figur mit sehr *hochgehobenem* oder mit sehr *tief gesenktem Kopfe* monocular oder binocular anblickt. Betrachtet man mit sehr gehobenem Kopfe, also von oben herab, indem man die Figur so vor sich hält, daß der Streifen *ab* oben und *gh* unten liegt; so laufen die Querstriche, indem man den Kopf höher hebt, so, wie wenn ihre *unteren* Stücke an den Streifen ausglitten, also wie die Pfeile bei *b, d, f, h* anzeigen. Betrachtet man dagegen mit sehr tief gesenktem Kopfe, also von unten herauf; so laufen die Querstriche, indem man den Kopf tiefer senkt, so, wie wenn ihre *oberen* Stücke an den Streifen ausglitten, also wie die Pfeile bei *a, c, e, g* andeuten.

Um die Querstriche bei *verticaler* Lage der Längsstreifen ohne Accommodationsveränderung in Bewegung zu bringen, muß man den Blick stark *seithwärts* wenden. Betrachtet man die Fig. 19 Taf. II. mit einem oder mit beiden Augen, so verrücken sich die Querstriche nach den Pfeilen *a, c, e, g*, wenn man die Nase weit nach rechts dreht; und sie verrücken sich nach den Pfeilen *b, d, f, h*, wenn man die Nase weit nach links dreht.

Auch *mechanischer Druck* oder vielmehr *mechanische Drehung* des Auges durch äußeren Druck erzeugt ein Gleiten der Querstriche. Drückt man das Auge so, daß es in einer auf den Längsstreifen normal stehenden Ebene rollt, so laufen die Querstriche längs den Längsstreifen, also normal zur Drehungsebene des Auges, und zwar nach den Pfeilen *a, c, e, g*, wenn sich die Augenaxe in der Richtung des Pfeiles *A* dreht, und nach den Pfeilen *b, d, f, h*, wenn sich die Augenaxe in der Richtung des Pfeiles *B* dreht.

Zur Erklärung dieser pseudoskopischen Bewegungen sey *ab, cd* (Fig. 21 Taf. II) das *Netzhautbild* zweier Längsstreifen und in diesem Streifen seyen zwei Stäbchenreihen

starr an ihren Ort gefesselt. Wird jetzt die gesamte Stäbchenmasse der Netzhaut in der Richtung des Pfeiles *B* gedrängt; so werden Stäbchen, welche in einer schrägen Linie wie *ik* zusammenhaften, längs *ab* in der Richtung des Pfeiles *b* gleiten, während Stäbchen, welche in der Linie *lm* zusammenhaften, längs *dc* in der Richtung des Pfeiles *d*, also in entgegengesetzter Richtung gleiten. In Folge dieser Bewegungen treten die Stäbchen *i'k'* und *l'm'* an die Stelle von *ik* und *lm*. Wird die Stäbchenmasse in der Richtung des Pfeiles *A* gedrängt; so kehren sich Bewegungen nach den Pfeilen *a, c* um.

Diese Bewegungen der Stäbchenreihen *ik*, *lm* haben entsprechende scheinbare Gleitbewegungen der Querstriche an den Zöllner'schen Streifen zur Folge. Der Eintritt der Stäbchen *i'k'* in das Lichtbild *ik* hat die Wirkung, wie wenn sich das dem Bilde *ik* entsprechende Object an dem Ort des dem Bilde *i'k'* entsprechenden Objectes bewege. Diese Bewegung ist der Richtung *ii'* entgegengesetzt, also der Richtung *ii'* oder der Gleitbewegung der Stäbchen *ik* längs *ab*, wie sie der Pfeil *b* anzeigt, gleich. Den Bewegungen in der Netzhaut, welche durch die Pfeile *a, b, c, d* ... angegeben sind und welche durch die Schubkräfte *A* oder *B* erzeugt werden, entsprechen daher *scheinbare Bewegungen*, welche in Fig. 19 Taf. II mit den gleichnamigen Pfeilen *a, b, c, d* ... angedeutet sind. Da nun die letzteren scheinbaren Bewegungen bei der Drehung der Augenaxe nach den Pfeilen *A, B* erzeugt werden, so müssen mit diesen Drehungen der *Augenaxe* die durch die gleichnamigen Buchstaben *A, B* in Fig. 21 Taf. II angedeuteten Tendenzen zur *Verschiebung der Stäbchen* verbunden seyn.

Das ganze Bewegungsphänomen erklärt sich hiernach durch die Annahme; daß wenn sich das Auge nach irgend einer Seite, also in der beliebigen Richtung des Pfeiles *O* in Fig. 22 vermöge der Wirkung der *Augenmuskeln* dreht und zwar bis an die Gränze, welche diese Muskeln zulassen, die *Netzhaut etwas zurückbleibt*, sich also nach dem Pfeile *O'* in der Kugelschale verschiebt. Diese Annahme

ist deshalb sehr plausibel, weil bei starken Drehungen der *starke Sehner*, in welchem die Fasern der Netzhaut zusammenfließen, einen Widerstand erzeugen wird, welcher die Netzhaut etwas zurückhält.

Würde nun das Auge, indem es eine feste Stellung zu behaupten sucht; durch einen äußeren mechanischen Druck aus dieser Lage getrieben, so daß seine Axe sich in der Richtung des Pfeiles *A* in Fig. 23 und 19 dreht; so muß, weil jetzt die *Augenmuskeln* entgegengesetzt wirken, eine Verschiebung der Netzhaut nach der Richtung des Pfeiles *A* erfolgen.

Hierdurch sind alle diejenigen vorstehenden Bewegungen erklärt, welche auf einer starken Drehung des Auges durch die *Augenmuskeln* oder durch *äußeren Druck* beruhen. Hinsichtlich der mit *Nah-* und *Fernaccommodation* verbundenen Bewegungen brauchen wir dann nur noch die mit der letzteren Annahme harmonisirende Hypothese hinzuzufügen, daß bei der *Nahaccommodation*, wo sich das Auge nach innen dreht, eine Verschiebung der Netzhaut nach innen (Fig. 22) und daß bei der *Fernaccommodation*, wo sich das Auge nach außen dreht, eine Verschiebung der Netzhaut nach außen stattfindet.

Ich erlaube mir jetzt, einige auf der Verschiebung der Stäbchen beruhenden *stereoskopischen Täuschungen* zu besprechen. In Fig. 24 Taf. II ist eine *Zickzacklinie abada* parallel mit sich selbst mehrmals übereinander gezeichnet. Wenn man diese Figur vertical hält, so erscheint sie eben.

Sowie man dieselbe aber nach hinten überneigt, erscheint *oh* als vorspringender, *bg* und *di* als zurückspringender Rücken, und die Täuschung verstärkt sich, je flacher die Ebene der Figur gehalten wird, wiewohl sich die scheinbare Erhöhung und Vertiefung der Rücken verändert. Neigt man die Figur nach vorn über, so erscheint *oh* als zurückspringender, *bg* und *di* als vorspringender Rücken. Allgemein; wenn man der Ebene der Figur irgend eine beliebige Richtung und Stellung im Raume giebt, so erscheinen die Linie *bg*, *di* als erhobene Rücken

und die Linien *ch* als vertiefte Rinnen, sobald die Linie *fgkh* weiter vom Auge entfernt ist, als die Linie *abede*, und umgekehrt erscheinen die Linien *bg*, *di* als vertiefte Rinnen und die Linien *ch* als erhabene Rücken, sobald die Linie *fgkh* dem Auge näher liegt, als die Linie *abede*.

Zieht man durch die parallelen Querlinien *ab*, *fg* und *bc*, *gh* usw. parallel zu *af* Länglinien nach Figur 25, so verlieren dieselben bei der Ueberneigung der Fläche ihre pseudoskopische Ablenkung und erscheinen nun so besser parallel, je mehr die Querlinien geneigte Ebenen zu bilden scheinen.

Wir sehen, pseudoskopische Ablenkung in der Ebene der Figur und pseudostereoskopische Abweichung von der Ebene dieser Figur stehen einander entgegen. Die Erklärung beider Effekte liegt im Folgenden.

Wenn *abede* in Fig. 26 das Netzhautbild einer Zickzacklinie ist, so werden die darin liegenden Stäbchen nach Obigem längs der Linie *ab*, *bc*, *cd*, *de* zusammenrücken. Eine solche Zusammenrückung wird, da die jenseits *a* und *e* liegende Stäbchenmasse, besonders bei *paralleler Wiederholung der Zickzacklinie* einen gewissen Widerstand leistet, eine Abweichung der Stäbchenreihe *abede* in die Lage *a'b'c'd'e'* zur Folge haben, wobei sich die einzelnen Streifen verkürzen, ohne die Endpunkte *a* und *e* so wesentlich zu verrücken, wie es ohne den Widerstand bei *a* und *e* geschehen würde. Die Stäbchen verschieben sich also in der Richtung der Pfeile, d. h. *gegen die Spitzen des Zickzacks im Netzhautbilde*. Die Figur *a'b'c'd'e'* hat *stumpfer* Winkel, als die Figur *abede*; da aber in Folge dieser Verrückung Stäbchen, welche auf der entgegengesetzten Seite des Netzhautbildes *abede* liegen, in dasselbe hineinrücken, so wird das Zickzack mit *spitzeren* Winkeln erscheinen, als es wirklich hat. Letzteres gilt jedoch nur für den Fall, daß die Sehnerv normal auf der Ebene der Figur steht; sobald sich diese Ebene gegen die Sehnerv *neigt*, combinirt sich mit der oben bezeichneten Verschiebung der Stäb-

chen ein zweiter Effect, welcher folgendes Gesetz zur Grundlage hat.

Die Beweglichkeit der Stäbchen ist um so größer, je schlaffer die Accommodation ist, sie ist daher größer bei der Fernaccommodation, als bei der Naheaccommodation. Wenn das Auge von Lichtstrahlen getroffen wird, welche aus verschiedenen Entfernungen stammen, so ist, weil sich jede Nervenfaser für sich zu accommodiren strebt, die Beweglichkeit an denjenigen Stellen größer, wo die Lichtbilder der entfernteren Objecte liegen, als in den Stellen der Lichtbilder der näheren Objecte.

Halten wir nun die Ebene der Figur 21 normal zur Sehlinie, so sind von einem Zickzack wie *fg h i k* alle Punkte gleichweit vom Auge entfernt; es findet also in allen Ecken *g, h, i* eine gleiche Beweglichkeit der entsprechenden Stäbchen statt und es liegt kein Grund zu stereoskopischer Täuschung vor. Neigen wir aber die Ebene der Figur gegen die Sehlinie so, daß sich das Zickzack *fg h i k* weiter entfernt, als das Zickzack *abode*; so liegt jede Ecke wie *g, i* vom Auge entfernter, als jede Ecke wie *h*; es findet also in den Ecken *g* eine größere Beweglichkeit der Stäbchen statt, als in den Ecken *h*. Da sich im Netzhautbilde die Stäbchen gegen die Spitzen der Zickzacke bewegen, so tritt für die Ecke *g* ein weiter über dieselbe hinaus liegendes Stäbchen in das Netzhautbild ein, als für die Ecke *h*. Dieses weiter über die Ecke *g* des Netzhautbildes hinaus liegende Stäbchen entspricht aber einer Visirlinie, welche die Ebene der Figur jenseits *g*, etwa in *g'* trifft. Da nun das Auge in diesem Stäbchen auf die Entfernung des Punktes *g*, nicht auf die Entfernung des weiter entfernt liegenden Punktes *g'* accommodirt ist, so erscheint der Punkt *g* zwar in der Richtung, in welcher der Punkt *g'* liegt, aber in der Entfernung des Punktes *g*, mithin vor der Ebene der Figur, wie es durch Fig. 27 Taf. II erläutert ist. Hieraus folgt, daß *bg* einen erhobenen Rücken zu bilden scheint. Die Punkte *h* erscheinen aus dem nämlichen Grunde hinter der Ebene der Figur; die Linie *oh*

erscheint also als *vertiefte Rinne*. Neigt man dagegen die Ebene der Figur so, daß sich das Zickzack *fg* *h* dem Auge nähert, so tritt das Umgekehrte ein, die Linien *bg* erscheinen als Rinnen und die Linien *ch* als Rücken.

Was nun den Widerstreit zwischen diesen pseudostereoskopischen Erscheinungen und der pseudoskopischen Ablenkung der Zöllner'schen Linien bei geneigter Lage der Ebene der Figur betrifft, so verschieben sich, wenn Fig. 28 Taf. II das Netzhautbild unserer Zickzackfigur mit Zöllner'schen Linien darstellt, die Stäbchen gegen die Längestreifen parallel zu den Pfeilen und trennen sich dabei an den Längestreifen, so daß also *abc* die Lage *a'b'c'* annimmt. Diese Bewegung waltet um so mehr vor, je mehr die geraden Längestreifen dominieren und demzufolge *steife Stäbchenreihen* bilden. Wenn die Zickzackfigur dominiert, findet keine Parallelverschiebung der kurzen Querreihen zwischen den Längestreifen, sondern eine *Drehung* derselben dergestalt statt, daß an den Längestreifen *keine Trennung* stattfindet, folglich *abc* in die Lage *ab''c'* übergeht. Durch jene Trennung der Querreihen an den Längestreifen sind aber allein die Kräftepaare bedingt, welche die Längestreifen drehen und deren pseudoskopische Ablenkung erzeugen. Je mehr also die Zickzacke zur Geltung kommen, desto mehr wird die Ablenkung der Längestreifen erschwert, desto mehr tritt dieselbe mithin gegen den stereoskopischen Effect zurück. Zur größeren Geltung gelangen die Zickzacke aber durch die *Neigung* ihrer Ebene gegen die Sehlinie in solchen Richtungen, wo die Zickzacke an einem Ende sich nähern und die am anderen Ende sich entfernen, weil sich hierdurch das Netzhautbild der Längestreifen *verkürzt*, während das der Zickzacke nahezu dieselbe *Ausdehnung* behält.

Neigt man die Ebene der Figur so, daß alle Zickzacke *gleiche Entfernung* vom Auge behalten, indem man also die Linien *af* (Fig. 24) *normal zur Sehlinie* erhält, so behalten die Längestreifen ihre natürliche Ausdehnung im

Netzhautbilde; außerdem findet auf die einzelnen Theile eines Zickzackes nicht mehr die frühere Argumentation Anwendung, indem sich alsdann die von einer Ecke wie *g* ausgehenden Theile *gf* und *gh* nicht in gleicher Weise vom Auge entfernen, sondern *gf* sich nähert, während *gh* sich entfernt. Demzufolge erscheint die Zickzackfigur in diesem Falle nicht *stereoskopisch* und die Längsstreifen behalten ihre *pseudoskopische Ablenkung*.

Indem sich die Stäbchen aus irgend einer Ursache *verschieben*, ändert sich auch mehr oder weniger ihre *Neigung* gegen die Netzhaut und die *Krümmung* der letzteren Haut. Hierin liegt eine Unterstützung der pseudoskopischen Erscheinungen, welche ich in §. 48 der physiologischen Optik betrachtet habe.

Außerdem ist mit dieser Verschiebung eine Veränderung der Wirkung der Stäbchen auf den *Accommodationszustand der Linse*, insbesondere auf die *Aberration* und die *allgemeine Zerstreung* des Lichtes in den Durchgangsrichtungen, welche von den betreffenden Stäbchen beherrscht werden, verbunden. Hieraus entspringen die in §. 56 der physiologischen Optik beschriebenen *Irradiationserscheinungen* und *Lichtsäume* in gemusterten Flächen, deren stärkere und schwächere Entwicklung mit der fraglichen Affection der Stäbchen im innigsten Zusammenhange stehen.

Die stärkere und schwächere Zerstreung des Lichtes ruft außerdem eine Täuschung über die *Helligkeit* des Objectes in gewissen Linien hervor oder erzeugt *pseudoskopische Lichter* und *Schatten*. Solche Zustände bieten zuweilen kein sehr stabiles Gleichgewicht dar, indem sich die Stäbchen unter mancherlei Einflüssen hin und her bewegen. Hieraus entspringt das *Wallen und Strahlen* gemusterter Flächen, wie es z. B. eine mit engen concentrischen Kreisen bezogene Fläche zeigt.

Schließlich sind neben den schon vorhin bezeichneten pseudoskopischen *Bewegungen* noch diejenigen zu erwähnen, welche daraus entstehen, daß Stäbchen, welche längere Zeit in einem abnormen Spannungs- oder Bewegungszu-

stände erhalten sind, in diesem Zustande noch eine Zeit lang nach dem Erlöschen der objectiven Ursache verharren, während sie gleichzeitig von anderen Objecten bestrahlt werden. Hieraus entspringen *Nachwirkungen*, welche den *Nachbildern* in Folge starker Intensitätswirkung analog sind. Wenn man z. B. lange und angestrengt auf eine bewegte Fläche, etwa auf einen Fluß gesehen hat, und alsdann den Blick auf eine feste Fläche wendet, ohne dieselbe jedoch scharf zu fixiren; so scheint diese Fläche in eine der früheren entgegengesetzte Bewegung zu gerathen. Mit der Bewegung des Lichtstrahles auf der Netzhaut ist nämlich die Neigung jedes berührten Stäbchens zum *Nachfolgen* verbunden. Vermöge der Fixation wird das wirkliche Nachfolgen verhütet, indem beim Fortrücken des Strahles das benachbarte Stäbchen die Fixation aufnimmt und in dem früher getroffenen Stäbchen nur die *Tendenz* zum Nachfolgen zurückläßt. Hört nun die Bewegung des Lichtstrahles auf, so dauert doch die Neigung der Stäbchen zur Fortrückung in der früheren Bewegungsrichtung des Netzhautbildes fort und gelangt jetzt auch zur Ausführung; wenn diese Stäbchen in Folge einer gewissen Ermüdung des Auges nicht durch scharfe Fixation an das neue Object gekesselt werden können. So wie sich aber die Stäbchen in dieser Richtung verschieben, tritt in einem späteren Momente ein rückwärts liegendes Stäbchen in einen vorderen Platz oder in das Netzhautbild des neuen Objectes, dieses Object scheint also in entgegengesetzter Richtung des früheren Objectes zu wandern.

Wenn irgend Etwas geeignet ist, die viel verbreitete Absicht, daß das räumliche Sehen wesentlich auf *Überlegung* und auf *Erfahrung* beruhe, zu widerlegen, so sind es die im Vorstehenden betrachteten pseudoskopischen Erscheinungen. Wir kennen die *Unwahrheit* der Erscheinung; unser *Verstand* sagt uns, daß das Object eine ganz andere Gestalt habe, aber das Auge klammert sich um keine Reflexion und keine Abstraction; es *steht* nicht auf Grund *intellectueller*, sondern auf Grund *sensueller* Prozesse und zeigt uns demzufolge das Object genau nach Maßgabe

der *physiologischen Affectionen*. Dieselbe pseudoskopische Erscheinung in Beziehung auf *Form, Entfernung und Bewegung* stellt sich jedem Auge, sowohl dem Auge des klügsten Denkers, als dem Auge des dümmsten Idioten dar; sie entsteht auch *sofort* und ganz *bestimmt* beim Anblicke der Figur, bedarf also keiner *Erfahrung* und keiner *Uebung* zu ihrer Verwirklichung.

Wie das *Denken*, so ist auch das *Sehen* eine selbstständige, unabhängige organische Thätigkeit: der *Verstand* mit seinem materiellen Prozesse im großen *Gehirne* und das *Gesicht* mit seinem materiellen Prozesse im *Auge* und im *Sensorium* sind die selbstständigen *Vermögen* und *Organe* für jene Thätigkeiten. Sie *bedingen principiell einander nicht*; aber sie stehen als Eigenschaften eines und desselben einheitlichen Organismus in einem *gesetzmäßigen Zusammenhang*, in einer *Wechselwirkung* und gegenseitigen *Beeinflussung*. Die letztere Beziehung zu einander hebt ihre principielle Unabhängigkeit nicht auf; vermöge des Verstandes bilden wir aus den *Gesichtseindrücken Begriffe* und vermöge des Gesichtes kleiden wir *reine Begriffe in räumliche Formen*. Der *Raum* ist ein subjectiver Zustand unserer *Sinnlichkeit*, speciell des *Gesichtes*, nicht ein subjectiver Zustand unseres *Denkvermögens*. Wie der Verstand den abstracten Begriff in die *Sinneserscheinung*, so trägt das *Auge* die Vorstellung des *Raumes* hinaus in die objective *Wirklichkeit* (vergl. §. 88 der physiologischen Optik.)

Ich beschliesse diese Untersuchungen über die pseudoskopischen Erscheinungen mit der Bemerkung, daß dieselben vorzüglich geeignet sind, Licht über das Wesen der *optischen Täuschungen* und der *Sinnesdäuschungen* überhaupt zu verbreiten.

Die meisten Objecte, wie namentlich die optischen und akustischen, wirken nicht *unmittelbar*, sondern durch *Vermittlung eines Mediums*, z. B. der *Luft*, des *Wassers*, der *Brille*, des *gefärbten Glases* usw. auf unser *Sinnesorgan* ein. Ein solches Medium kann den objectiven Strahl mo-

deficiren, so daß derselbe in der Weise, wie er das Sinnesorgan trifft, nicht, dem normalen Ausgange von dem *wirklichen* Objecte, sondern von dem *scheinbaren* Objecte entspricht. Diese Substitution des scheinbaren Objectes für das wirkliche, wie sie z. B. bei der Fatamorgana in Folge der Spiegelung, bei der Vergrößerung durch die Lupe, bei der Färbung durch ein farbiges Glas usw. eintritt, ist zwar auch eine Täuschung; allein diese Klasse von Erscheinungen, bei welchen nur der *äußere* oder *objective* Process *abnorm*, der *innere* oder *subjective* Process aber *normal* ist, so daß die *Sinneserscheinung* dem *physiologischen Sinnesprocesse* adäquat ist, gleichviel, ob diese Erscheinung dem *wirklichen* oder einem andern, *scheinbaren* Objecte entspricht, bietet keine Schwierigkeit der Erklärung dar, sondern nur diejenige Klasse, wo die Erscheinung oder das scheinbare Object dem in das Sinnesorgan eintretenden Strahlensysteme nicht entspricht.

Die gewöhnliche Ansicht geht dahin, daß eine Sinnes-täuschung der letzteren Art, mag sie die Form, die Farbe, die Intensität oder irgend eine Eigenschaft des sinnesfühligen Objectes betreffen, auf einem *psychischen Vorgange*, auf einem *Irrthume der Seele* über den Sinnesprocess, also auf einer *Abnormität zwischen dem geistigen und dem physiologischen Prozesse* beruhe. Ich halte diese Ansicht für entschieden falsch. Außer der vorhin erwähnten abnormen Beeinflussung des *objectiven* Processes durch ein äußeres Medium giebt es eine zweite Art von Abnormitäten, welche auf einer Beeinflussung des Processes durch das *Sinnesorgan selbst*, durch die Linse, durch den Glaskörper, durch die Stäbchen, durch die übrigen Schichten der Netzhaut, durch die Nervenfasern usw., überhaupt durch die Organe, welche den *objectiven* Process in den *physiologischen* umwandeln, und welche zwischen dem äußersten peripherischen Punkte des Sinnesorganes (der Hornhaut) und dem Sensorium liegen, beruht. Dies ist die Klasse der *eigentlichen Sinnes-täuschungen*. Wie eine solche Täuschung auch beschaffen seyn möge, immer entspricht die Erscheinung dem

physiologischen Prozesse; es handelt sich dabei nicht um eine Täuschung oder fehlerhafte Thätigkeit der *Seele*, sondern um eine ganz *normale Seelenthätigkeit*, welche nur deshalb eine falsche Vorstellung erweckt, weil der *physiologische Nervenproceß* nicht in normaler Weise dem objectiven Prozesse entspricht. *Die falsche Vorstellung ist immer durch den physiologischen Proceß nach den Gesetzen des Sinnesorgans zu construiren.*

Außer dieser Klasse der eigentlichen *Sinnestäuschungen* kommt die Klasse von Erscheinungen in Betracht, welche überall nicht durch *äußere Objecte* oder *objective Prozesse*, sondern durch *subjective Thätigkeiten* erweckt werden. Hierzu gehören die *Productionen der Phantasie*, welche durch die auf *Freiheit* gegründete *Geistesthätigkeit* hervorgerufen werden, und die *subjectiven Sinneserscheinungen*, welche durch *animalische Lebensproceß* (veranlaßt durch Blut, durch Nerventhätigkeit, durch Stoffwechsel usw.) theils in peripherischen Sinnesorgane (wie die Nachbilder) theils im Sensorium, theils im Gehirne überhaupt, erzeugt werden. Die *Traumgestalten* und die *Visionen in der Krankheit* sind Combinationen dieser letzten beiden Thätigkeiten; der ursprüngliche Erreger ist jedoch die *Vitalität* oder der *animalische Lebensproceß*, welcher theils direct auf das Gehirn, also die *Seelenthätigkeit*, theils direct auf das Sensorium, theils direct auf das Sinnesorgan wirkt. Im *Traume* findet die directe Wirkung vornehmlich auf das *Sinnesorgan*, in der *Krankheit* dagegen vornehmlich auf das *Gehirn* statt. In allen diesen Fällen, wo kein *objectiver Proceß* vorhanden ist, wird meines Erachtens doch immer der *sensuelle oder physiologische Proceß*, welcher der *Erscheinung* entspricht, vom Gehirne her im Sensorium und von da aus in der Richtung der sensuellen Nerven bis in das Sinnesorgan (soweit dasselbe vorhanden ist) hervorgerufen, in sofern derselbe nicht schon in einem dem peripherischen Sinnesorgane näher gelegenen Punkte der Nervenleitung erzeugt wird.

VII. Ueber die Wärme des elektrischen Funkens; von A. Paalzow.

Einleitung.

Zur Prüfung eines elektrischen Zündapparates, welcher den Zündstoff durch einen Funken zünden sollte, war die Kenntniß der Wärme desselben notwendig.

Es existiren über den Gegenstand ältere Versuche, welche in Riefs Lehre von der Reibungselektricität zusammenge stellt sind (§§. 500 und 700). Neuere Versuche darüber sind ausgeführt von:

Poggendorff, Berliner Monatsberichte 186 S. 349 — 377.

Pogg. Ann. Bd. XCIV, S. 310 und 632 — 637 und

Pogg. Ann. Bd. CXXI, S. 307 und von

Reisling, Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. VIII, S. 146 — 149.

Diese Versuche ergaben, daß eine Reihe von Funken der Elektrisirmaschine, wenn sie zwischen Holz und Holz oder Holz und Metall überschlagen, sowie auch eine Reihe von Funken der Inductorien eine bedeutende Erwärmung verursachen, dagegen ist es nicht gelungen, bei den einzelnen Funken der Leydener Batterie die Wärme des Funkens direct nachzuweisen, denn weder ein in der Nähe des Funkens aufgestelltes Quecksilberthermometer, noch eine Thermosäule mit Multiplikator zeigten eine Spur von Erwärmung. Nur Knochenhauer beobachtete in einem Riefs'schen Löffthermometer, in welchem sich statt des Platindrahtes zwei Elektroden befanden, zwischen denen der Funke übersprang, eine Depression der Flüssigkeitssäule und fand dieselbe abhängig von der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, schrieb sie aber nicht der vom Funken erzeugten Wärme, sondern der mechanischen Bewegung der Luft zu.

In den nachfolgenden Versuchen kam es hauptsächlich

darauf an, die Abhängigkeit der Wärme des Funkens nicht allein von der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, sondern auch vom Widerstande, des Apparates, kennen zu lernen, und da diese drei Größen sich bei der Leydener Batterie am leichtesten variiren und messen lassen, so wurden zunächst die Wärmeverhältnisse bei diesen Funken untersucht und folgende Resultate gefunden:

Die Wärme des Funkens nimmt zu mit der Menge und Dichtigkeit der Elektricität, sie hat beim nothwendigen Widerstande den größten Werth, nimmt mit wachsendem Widerstande ab und erreicht ein Minimum, wächst zu einem zweiten Maximum heran, welches aber kleiner ist, wie, das beim nothwendigen Widerstande, fällt dann allmählich ab zu Null, wenn der Widerstand so groß geworden ist, daß sich die Batterie nicht mehr entladet.

Schilderung der Versuche.

Zu den Versuchen diente eine Holtz'sche¹⁾ Elektrisirmaschine und eine Batterie von 12 Flaschen, jede von 0,314 Quadratmeter innerer Belegung. Die Wärme des Funkens wurde nach drei verschiedenen Methoden bestimmt.

1. Methode mit der Thermoskule und dem Thermomultiplikator.

Eine Thermoskule von Hrn. Sauerwald aus 49 Wismuth und Antimon-Elementen bestehend wurde auf der einen Seite mit einer cylindrischen Kappe von Kammmasse versehen, in welche Messingcylinder von 2,6^{mm} Dicke mit halb kugelförmig abgerundeten Enden in verschiedenen Entfernung von einander eingeschraubt werden konnten.

Diese Elektroden standen senkrecht zur Axe der cylin-

1) Durch besondere Versuche wurde die Constanz der Ladung der Batterie mittelst einer solchen Maschine in der Weise festgestellt, daß sowohl bei gegebener Schlagweite zur Ladung der Batterie stets dieselbe Anzahl von Maassflaschen erforderlich war, als auch bei Entladung derselben in gegebener Schlagweite ein Rieff'sches Luftthermometer stets denselben Ausschlag gab.

drischen Kappe und blieben von den Elementen der Thermosäule soweit entfernt, daß kein Funke zu ihnen hinderschlagen konnte. Durch diese Kappe wurde ein Luftquantum vor der einen Seite der Thermosäule luftdicht abgeschlossen, so daß beim Ueberspringen eines Funkens zwischen den Elektroden die erwärmten Metall- und Lufttheilchen sowohl durch Strahlung als auch durch Leitung auf die Thermosäule wirkten. Da sich die Luft in der Kappe nach der Erwärmung allmählich abkühlte, so stellte sich auch die Nadel ruhig auf Null ein, was die Beobachtung außerordentlich erleichterte¹⁾.

Der Thermomultiplicator, ebenfalls von Hrn. Sauerwald, hatte 100 Windungen von 15^{mm} dickem Kupferdraht und ein astatisches Nadelpaar. In den Schließungsbogen der Batterie wurde bei den nachfolgenden Versuchen ein Funkenmikrometer mit Kugeln von 16^{mm} Durchmesser und die Elektroden in der Kappe der Thermosäule 0,2^{mm} von einander entfernt, eingeschaltet.

Nachdem die Mikrometerkugeln auf eine bestimmte Entfernung eingestellt waren, wurde die Elektrisirmaschine, deren einer Conductor mit der inneren Belegung der Batterie und deren anderer mit der äußeren Belegung und den Gasröhren des Hauses verbunden war, so lange gedreht, bis eine Selbstentladung der Batterie erfolgte.

a. Abhängigkeit der Wärme des Funkens von der Elektrizitätsmenge bei constanter Dichtigkeit und constantem Widerstande.

Die Entfernung der Mikrometerkugeln betrug 2^{mm}, der Schließungsbogen bestand aus kurzen dicken Kupferdrähten;

- 1) Auch die Erwärmung eines Drahtes durch die Batterie-Entladung läßt sich auf diese Weise mit der Thermosäule sehr gut messen, wie auch einige vorläufige Versuche darüber belehrt haben.

Durch eine besondere Untersuchung aber muß festgestellt werden, welche Form der Kappe und der Thermosäule zu geben ist, damit der Apparat möglichst genau und empfindlich werde und ob derselbe dann ebenso gute Resultate gebe, wie das Riess'sche Luftthermometer.

die folgende Tabelle giebt für die Anzahl der Flaschen die Erwärmung in Graden des Multiplicators.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung in Graden des Multiplicators
1	4°,4
2	5
3	7
4	14
8	30
12	45

Die Wärme des Funkens nimmt also mit wachsender Elektrizitätsmenge zu.

b. Abhängigkeit der Wärme des Funkens von der Dichtigkeit der Elektrizität.

Die Batterie bestand aus 4 Flaschen. Der Widerstand war derselbe wie vorher. Die folgende Tabelle giebt zu der Entfernung der Mikrometerkugeln die zugehörige Erwärmung.

Entfernung der Mikrometerkugeln	Erwärmung in Graden des Multiplicators
4 ^{mm}	5°,5
2	12
3	23
4	30
5	40
6	43

Die Wärme des Funkens nimmt also mit wachsender Dichtigkeit der Elektrizität zu.

c. Abhängigkeit der Wärme des Funkens von dem Widerstande.

Die Batterie bestand aus 8 Flaschen. Die Entfernung der Mikrometerkugeln betrug 4^{mm}. Als Widerstand wurde eingeschaltet:

1) Neusilberdraht 0,2^{mm} dick. Die folgende Tabelle giebt zur Länge des eingeschalteten Drahtes die zugehörige Erwärmung:

Länge des Drahtes	Erwärmung in Graden des Multipliers
0 ^m ,5	15°
2	5
4	3
8	1,5
16	1
<hr/> 0 ^m	<hr/> 55°

2. Es wurde eingeschaltet eine 9^m weite Glasröhre mit destillirtem Wasser; die folgende Tabelle giebt zur Länge der eingeschalteten Wassersäule die zugehörige Erwärmung

Länge der Wassersäule	Erwärmung in Graden des Multipliers
1"	7°
2	9
3	10
8	13
11	14
17	15
23	25
26	37
32	47
<hr/> 0	<hr/> 55

Die beiden letzten Tabellen zeigen, daß mit wachsendem Widerstande des Neusilberdrahtes die Wärme des Funkens abnimmt, und daß mit wachsendem Widerstande der Wassersäule dieselbe zunimmt¹⁾.

Kritik der Methode.

Der ablenkende Strom im Multiplikator kann außer durch die Erwärmung der Thermosäule noch durch Induction des Schließungsbogens der Batterie auf die Thermo-

1) Ich werde nach der Schilderung der zweiten Methode, mit welcher ich die meisten Versuchsreihen angestellt habe, die Gründe dafür angeben, daß hier die Abnahme nur durch dünne Neusilberdrähte und die Zunahme nur durch destillirtes Wasser nachgewiesen ist.

säule und die Drähte des Multiplicators hervorgerufen seyn. Um die GröÙe des Einflusses solcher Inductionsströme kennen zu lernen, wurde statt der Elektroden ein Kupferdraht 2,5^{mm} dick in derselben Lage und Entfernung von der Thermosäule befestigt, als früher die Elektroden, aber ohne Kappe in den Schließungsbogen eingeschaltet. Eine Batterie von 12 Flaschen bei einer Entfernung von 0,4^{mm} der Mikrometerkugeln gab keinen bemerkbaren Ausschlag. Sobald sich der Draht in der Kappe befand, beobachtete man einen Ausschlag von 4°, der also der Erwärmung der Luft zuzuschreiben war.

C. Becquerel, Pogg. Ann. Bd. XLIX, S. 574, hat mit Hilfe der Thermosäule die Wärmeausstrahlung des elektrischen Funkens messen wollen. Die Elektroden blieben bei ihm 2^{cm} von der Thermosäule entfernt und befanden sich nicht in einer Kappe. Er beobachtete in dieser Entfernung keine Erwärmung der Thermosäule. Da nicht die Wärme des Funkens, nicht seine Ausstrahlung interessirte, so habe ich deshalb die Elektroden in der geschilderten Weise vor der Thermometersäule angebracht.

II. Methode mit Hilfe des Riess'schen Luftthermometers.

Ein Riess'sches Luftthermometer von Hrn. Sauerwald wurde statt des gewöhnlich darin befindlichen spiralförmigen Drahtes mit zwei 4^{mm} dicken cylindrischen Elektroden, deren Enden halbkugelförmig abgerundet waren, versehen. Die Elektroden waren luftdicht in der Glaskugel des Luftthermometers befestigt und standen in demselben 5^{mm} von einander entfernt. In dem Schließungsbogen der Batterie befand sich nur diese Funkenstrecke, und die Batterie wurde so lange geladen, bis eine Selbstladung innerhalb dieser Schlagweite stattfand.

a. Abhängigkeit der Wärme von der Elektrizitätsmenge bei constanter Dichtigkeit und beim notwendigen Widerstande.

Die folgende Tabelle giebt zu der Anzahl der Flaschen die GröÙe der Erwärmung in Linien des Luftthermometers.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung
4	6 ^{'''} ,5
2	12
4	18
8	31
12	41

Die Erwärmung nimmt also auch hier mit der Elektrizitätsmenge zu.

b. Abhängigkeit der Wärme des Funkens vom Widerstande.

Die Batterie bestand aus 4 Flaschen. Die Schlagweite blieb immer die von 5^{mm}.

1. Es wurde eingeschaltet Eisendraht von 0,2^{mm} Durchmesser. Die folgende Tabelle giebt für die Länge des Eisendrahtes die zugehörige Erwärmung.

Länge des Drahtes	Erwärmung des Luftthermometers
1' rheinl.	7 ^{'''}
2	5
4	4
28	2
56	0,5

Die Erwärmung nimmt also mit der Länge des Drahtes ab.

2. Ferner wurde als Widerstand eingeschaltet:

a. Zwei Glasröhren mit concentrirter Kochsalzlösung gefüllt. Die erste von 80^{mm} Durchmesser, die zweite von 20^{mm}.

b. Zwei Glasröhren mit Wasser gefüllt, die eine 8^{mm}, die andere 4^{mm} weit. In den nachfolgenden 4 Tabellen sind angeführt die Längen der eingeschalteten Wassersäulen und die dazu gehörige Erwärmung des Luftthermometers:

No. 1.

Glasrohr 80 ^{mm} weit mit Kochsalzlösung.		Erwärmung
Die eine Elektrode 27 ^{mm} dick die andere		des
ein Messingring von 80 ^{mm} .		Luftthermometers
Entfernung der Elektroden 0",5		18"
" " " 2		11

No. 2.

Glasrohr 20 ^{mm} weit mit Kochsalzlösung.		Erwärmung des
Batterie und Schlagweite dieselbe		Luftthermometers
Länge der Röhre 1"		7"
" " " 2		5
" " " 4		4
" " " 11		2 ,5
" " " 15		3

No. 3.

Batterie von 12 Flaschen. Glasröhre 8 ^{mm}		Erwärmung des
weit mit Wasser		Luftthermometers
Länge der Röhre 1"		4"
" " " 4		5 ,5
" " " 8		8 ,5
" " " 16		15
" " " 24		19
" " " 32		23
" " " 34		23
" " " 36		23
" " " 38		23

Bei Tabelle No. 4 befanden sich zwei Funkenstrecken im Schließungsbogen, um die Elektrizitätsmenge zu vergrößern. Die Batterie bestand aus 14 Flaschen. Die Funkenstrecke des Mikrometers betrug 6^{mm}, die der Elektroden im Luftthermometer ebenfalls 6^{mm}. Die Elektroden waren Messingcylinder mit Platinspitzen. Als Widerstand wurde eingeschaltet eine Glasröhre 4^{mm} weit mit Wasser gefüllt.

No. 4.

Länge der Glasröhre	Erwärmung	
1"	7 ^{'''} ,5	
2	10 ,5	
4	13	
8	14	
16	18	
32	25	
64	28	
84	19	
100	10	} die Entladungen werden intermittirt.
120	8	
0"	40 ^{'''}	
0",5	{ 4 ^{'''} 5 ,5	} die Röhre springt

Aus den Tabellen geht hervor, daß bei Einschaltung von geradlinig ausgespannten, dünnen Metalldrähten bis zu einer Länge von 55' nur eine Abnahme der Wärme des Funkens beobachtet wurde. Ebenso wurden bei Einschaltung von weiten Gefäßen mit Kochsalzlösung gefüllt, die Abnahme der Erwärmung mit wachsendem Widerstande nachgewiesen. Die Zunahme und die darauf folgende Wiederabnahme der Erwärmung wurde bei diesen Reihen nur gewonnen durch Einschaltung von Röhren mit Wasser gefüllt. Die Versuche ergeben im Allgemeinen zunächst mit wachsendem Widerstande ein Minimum der Wärme und dann ein zweites Maximum.

- a. Abhängigkeit der Wärme des Funkens beim zweiten Maximum und beim Minimum von der Elektrizitätsmenge.

Beim nothwendigen Widerstande hat es sich gezeigt, daß die Wärme des Funkens mit der Elektrizitätsmenge zunimmt. Um zu erfahren, ob eine solche Zunahme auch beim Minimum und zweiten Maximum stattfände, wurden die folgenden Versuche angestellt.

- 1) In dem Schließungsbogen der Batterie befanden sich

wiederum *nur die halbkugelförmig abgerundeten Messingelektroden* 5^{mm} von einander entfernt. Der Widerstand wurde gebildet durch *eine Wassersäule 4^{mm} dick und 38^{mm} lang*. Die folgende Tabelle giebt die Zahl der Flaschen und die dazu gehörige Erwärmung.

Zahl der Flaschen	Erwärmung
1	2 ^{'''}
2	4
4	6
8	14
12	18

Man sieht also, daß auch beim zweiten Maximum die Wärme des Funkens mit der Elektrizitätsmenge bei constanter Dichtigkeit zunimmt.

2) *Den Widerstand bildete eine Wassersäule 4^{mm} dick 2^{''} lang*. Die folgende Tabelle giebt zu der Anzahl der Flaschen die Größe der Erwärmung.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung
2	2 ^{'''} ,5
4	4
8	7
12	8

Es ergibt sich also, daß auch beim Minimum die Wärme des Funkens mit der Elektrizitätsmenge zunimmt, bei constanter Dichtigkeit.

Kritik der Methode.

Knochenhauer, Pogg. Ann. Bd. LVIII, S. 229 hat mit dem Luftthermometer das Quantum der bei der Funkenentladung der Batterie verdrängten Luft nach dieser zweiten Methode gemessen. Riefs bemerkt dazu in seiner Elektrizitätslehre, daß das langsame Aufsteigen der Flüssigkeit zeige, daß die Luft in der Kugel auch erwärmt worden sey; aber auch die lange Dauer des Absteigens scheint dasselbe zu beweisen. Uebrigens sprechen auch die Versuche der ersten und dritten Methode dafür, daß bei dem Luftthermometer selbst bei den Funken mit starker, mecha-

nischer Bewegung, der Endausschlag der Flüssigkeitssäule nur durch die Wärme der Luft hervorgebracht wird, denn bei diesen beiden andern Methoden ist die mechanische Bewegung der Luft von keinem Einflusse auf die Angaben der Messinstrumente.

Ferner könnte man gegen die Methode mit dem Luftthermometer einwenden, daß der Sauerstoff der atmosphärischen Luft dabei verdichtet wird (siehe die Versuche von Andrews und Taite, Pogg. Annalen Bd. CXII, S. 273). Diese Contraction würde bei dem Durchgehen eines Funkens sehr wenig betragen und der Werth der gewonnenen Zahlen nur durchweg dadurch ein wenig vergrößert werden.

III. Methode mit dem Quecksilberthermometer.

Die Wärme wurde gemessen durch ein Quecksilberthermometer von Geißler, welches in $\frac{1}{2}^{\circ}$ C. getheilt war. Die Elektroden bestanden aus 5^{mm} dicken, halbkugelförmig abgerundeten Messingcylindern 5^{mm} von einander entfernt. Das Thermometer stand so zwischen den Elektroden, daß die Funken über das Glas des Gefäßes gingen.

Von den vielen Versuchsreihen, die nach dieser Methode angestellt wurden, führe ich nur zwei Tabellen an, welche zeigen, daß die Erwärmung, sowohl beim ersten wie beim zweiten Maximum mit der Elektrizitätsmenge zunimmt.

Tabelle No. 1.

Notwendiger Widerstand (Anzahl der Platten)	Erwärmung in $^{\circ}$ C.
1	1
2	1,2
4	1,5
8	2
12	3

Bei Tabelle No. 2 betrug die Entfernung der Elektroden nur 3^{mm}. Es wurde außerdem das Funkenmikrometer eingeschaltet, um die Elektrizitätsmenge zu ver-

mehren. Die Kugeln derselben standen 3^{mm} von einander entfernt. Die Elektroden bestanden aus Messingcylindern mit Platinkugeln an den Enden versehen. Der Widerstand war der für das zweite Maximum, eine Wassersäule 30^{cm} lang, 4^{mm} dick.

Tabelle No. 2.

Anzahl der Flaschen	Erwärmung in $\frac{1}{2}$ ° C.
1	0,25
4	1
6	2
12	3

Kritik der Methode.

Außerdem daß die Ausschläge sehr klein sind, wird durch die Einschaltung des Thermometers die Art der Entladung wesentlich geändert. Dies geschieht besonders bei Einschaltung von flüssigen Widerständen und ich werde gleich nachher angeben, in wie fern die Wärme des Funkens von der Art der Entladung abhängt.

Begleitende Erscheinungen.

Beobachtet man die den Funken begleitenden Erscheinungen, so findet man, daß die mechanische Bewegung beim ersten Maximum am größten ist, so daß darunter gehaltenes *semen lycopodii* weit fortgeschleudert wird. Bei den Funken im Minimum sieht man nur noch ganz fein die sogenannten Abria'schen Linien, bei dem zweiten Maximum bemerkt man überhaupt keine Bewegung der Luft mehr. Ferner unterscheiden sich die Funken auch optisch.

Die Intensität des Lichtes ist bei den Funken im ersten Maximum am stärksten, bei den Funken im Minimum hat die Intensität schon bedeutend abgenommen und bei den Funken im zweiten Maximum hat der Funke die Farbe und das zischende Geräusch des sogenannten Büschels.

Ich vermuthete deshalb, daß auch bei den Funken der Elektrirmaschine die sogenannte Büschelentladung stärker erwärme, als die Funkenentladung, und ich habe deshalb

auch einige Versuche über die Wärme der Funken der Elektrisirmaschine angestellt.

Wärme der Funken der Elektrisirmaschine.

Bekanntlich wird der Büschel von der Elektrisirmaschine am besten gewonnen, wenn man mit dem Conductor derselben eine Spitze in Verbindung bringt, während Funken erhalten werden, wenn man dem Conductor in geringer Entfernung eine Kugel gegenüberstellt. Es wurde nun von dem Conductor der Elektrisirmaschine ein Draht nach der einen Kugel eines Funkenmikrometers geführt und von der zweiten Kugel desselben nach der einen Elektrode mit Platinspitze; in 2^{mm} Entfernung von dieser stand eine zweite Elektrode mit Platinspitze, welche durch einen Draht mit der Gasleitung des Hauses und dem zweiten Conductor der Elektrisirmaschine in Verbindung war. Die Funkenstrecke der Mikrometerkugeln wurde variiert und die folgende Tabelle giebt die Länge derselben und die Erwärmung des Geißler'schen Thermometers, welches sich zwischen den Platinspitzen befand.

Entfernung der Mikrometerkugeln	Erwärmung in $\frac{1}{3}^{\circ}$ C.
0	7
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1

Um den Büschel in bester Form zu erzeugen ist es gut, das Thermometer in unmittelbare Berührung mit der negativen Elektrode zu bringen. Bei mehreren Versuchen bekam man nach 10 Umdrehungen der Elektrisirmaschine eine Erwärmung von $\frac{30}{3}^{\circ}$ C. und diese blieb ungeändert, wenn man die Entfernung der Elektroden bedeutend variierte, wenn dabei nur der Büschel mit seinem charakteristisch zischenden Geräusch auftrat.

Schaltet man in den Schließungsbogen der Batterie, wenn sich die Funken im zweiten Maximum der Erwär-

nung befinden, eine Geißler'sche Röhre ein, so findet man das Licht geschichtet, oder schaltet man zwei dünne Platindrähte in geringer Entfernung von einander in den Schließungsbogen, so glüht beim zweiten Maximum der negative Draht.

Es sind daher Büschelentladung, Schichtung des Lichtes, Glühen des negativen Drahtes und die Wärme des Funkens im zweiten Maximum zusammengehörige Erscheinungen.

Wahrscheinliche Erklärung von der Abnahme und der darauf folgenden Zunahme der Wärme des elektrischen Funkens.

Folgende Ueberlegung scheint mir das auffallende Phänomen der Abnahme und der darauf folgenden Zunahme der Wärme des elektrischen Funkens zu erklären.

Nach den Gesetzen über die Erwärmung eines Metalldrahtes im Schließungsbogen einer Batterie nimmt die Erwärmung einer Stelle des Schließungsbogens ab, wenn der Gesamtwiderstand zunimmt, und bei unverändertem Schließungsbogen erhält diejenige Stelle die größte Wärme, welche den größten Widerstand darbietet.

Der elektrische Funke besteht nun bekanntlich aus glühenden Metall- und Lufttheilchen, wie die optische Analyse zeigt, die glühenden Metalltheilchen verschwinden immer mehr und mehr, je mehr die Entladung sich dem zweiten Maximum nähert. So lange sich nun die Metalltheilchen in der Funkenstrecke befinden, wird ihr Widerstand in einem bestimmten Verhältniß zu dem Gesamtwiderstande stehen, und es wird daher die erwärmte Funkenstrecke den Gesetzen der Erwärmung der Metalldrähte folgen, d. h. mit wachsendem Widerstande abnehmen. Je mehr die Metalltheilchen aus der Luft verschwinden, um so weniger bewegt sich die Luft aber auch mechanisch, und man wird erst bei dieser Entladungsart von einer Leitung der Elektrizität durch die Luft reden können. Wahrscheinlich ist aber das Leitungsvermögen der Luft sehr viel geringer als das der Metalle und Flüssigkeiten, deshalb muß auch, wenn die Luft der Funkenstrecke allein die

Elektricität leitet, diese die Gesamtwärme der Batterie-Entladung erhalten. Daraus erklärt sich dann auch, warum sich das zweite Maximum so lange constant erhält, indem die noch hinzugefügten flüssigen Widerstände verschwinden gegen den Widerstand der Luft. In der That haben mich einige vorläufige Versuche belehrt, daß die Abnahme des zweiten Maximums nur den Rückständen bei der Batterie-Entladung zuzuschreiben ist, dann entladet man in diesen Fällen die Batterie durch einen Fall-Apparat, so bekommt man fast immer dieselben Werthe der Erwärmung. Ueber diesen und manchen andern hierher gehörigen Punkt müssen weitere Versuche angestellt werden, da die bisher geschilderten nur dazu dienen sollten die Existenz eines Minimum und zweiten Maximums der Wärme des Fonkens nachzuweisen.

Für die wesentlichen Dienste, welche mir Hr. Holtz bei der Ausführung dieser Arbeit geleistet hat, sage ich demselben auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank.

VIII. *Ueber die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte;*
von Dr. J. L. Hoorweg in Harlingen.

Im Mai vorigen Jahres war ich beschäftigt mit einigen Versuchen über die durch Wärme bewirkte Aenderung der elektromotorischen Kraft einer galvanischen Kette. Diese Versuche, welche in meiner Dissertation: *Over de veranderingen der elektromotorische kracht* niedergelegt sind, gaben mir Veranlassung zu einer genauen Untersuchung der verschiedenen Methoden, welche man zur Bestimmung dieser Kraft vorgeschlagen hat. Die Mittheilung dieser Untersuchung ist vielleicht nicht ohne Interesse, da ich dabei Gelegenheit haben werde, den Physikern eine neue Com-

penisationsmethode darzubieten, welche, glaube ich, neben der von Hrn. Bosscha in seiner Dissertation *De galvanometro differentiali* veröffentlichten ¹⁾ eine Stelle verdient.

Das Ziel, welches ich zu erreichen bemüht war, ist die Bestimmung der elektromotorischen Kräfte aller Ketten in absolutem Maafs. Die Lösung dieses Problems ist jedoch schwierig und mühsam, und deshalb habe ich mich begnügt, nur für eine Kette die absolute Gröfse ihrer elektromotorischen Kraft zu bestimmen, und durch Vergleichung mit dieser indirect auch für andere Ketten die gesuchte Gröfse aufzufinden.

Zur directen Bestimmung des absoluten Werthes der elektromotorischen Kräfte wird immer die Ohm'sche Methode vorangestellt.

Nach dieser Methode schaltet man in die Kette nacheinander zwei bekannte Widerstände r_1 und r_2 ein, und bestimmt die Intensitäten i_1 und i_2 , welche in beiden Fällen auftreten. Die elektromotorische Kraft findet man alsdann durch die bekannte Formel:

$$E = \frac{i_1 i_2 (r_2 - r_1)}{i_1 - i_2}$$

oder, wenn man $(r_2 - r_1) = R$ setzt:

$$E = \frac{i_1 i_2 R}{i_1 - i_2}$$

Differentiirt man diese Gleichung, so erhält man:

$$dE = \frac{E}{R} dR + \frac{E i_2 di_2}{i_2(i_1 - i_2)} - \frac{E i_1 di_1}{i_1(i_1 - i_2)} \quad \dots \quad (1).$$

Man kommt der Wahrheit ziemlich nahe, wenn man di constant setzt. Führt man diese Hypothese in Gleichung (1) ein, so wird dieselbe:

$$dE = \frac{E}{R} dR + \frac{E}{i_1} di \quad \dots \quad (2).$$

Je gröfser E , desto gröfser müssen auch i_1 und R seyn. Die einzige Unbequemlichkeit, welche diese vortreffliche Methode mit sich führt, ist die Schwierigkeit der Bestim-

1) Vergl. Ann. Bd. 94, S. 172.

mung von R , i , und i_{II} , wodurch die Fehler dR und di ziemlich groß werden können.

Die übrigen Methoden dienen nur zur Bestimmung des Verhältnisses der elektromotorischen Kräfte und sie können zur Vergleichung ihrer Genauigkeit in zwei Abtheilungen gebracht werden.

Die erste Abtheilung enthält diejenigen Methoden, bei denen man der Bestimmung der Intensität bedarf und also das Gesetz kennen muß, nach welchem dieselbe von der beobachteten Ablenkung der Magnetonadel abhängt. Besser als diese Methoden sind die der zweiten Abtheilung, welche alle diejenigen umfaßt, die auf der Bestimmung des Widerstandes beruhen. Denn da man für die zu bestimmenden Widerstände Stücke eines selben, feinen, gleichmäßig gezogenen Platindrahtes braucht, so wird man nur kleine Fehler begehen, wenn man die Widerstände proportional den Längen setzt. Die Bestimmung der Widerstände ist alsdann auf eine Messung von Längenmaßen zurückgeführt.

Im Folgenden ist immer die elektromotorische Kraft der stärkeren Säule gleich E gesetzt.

Erste Abtheilung.

Methode von Fechner, durch Bestimmung der Intensitäten i , und i_{II} , die man bekommt, wenn man nach einander die Pole der beiden Elemente mittelst eines sehr großen Widerstandes mit dem Galvanometer verbindet.

Hier ist

$$\Delta = \frac{E}{E_1} = \frac{i}{i_{\text{II}}}.$$

Diese Gleichung differentiirt, giebt

$$d\Delta = \frac{di_{\text{II}}}{i_{\text{II}}} - \frac{\Delta di}{i_{\text{II}}},$$

oder, wenn man wieder die Fehler di constant setzt:

$$d\Delta = -\frac{\Delta - 1}{i_{\text{II}}} di \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Diese Methode ist in allen Fällen anwendbar und leistet wegen der Leichtigkeit ihrer Ausführung ausgezeichnete

nete Dienste z. B. zur Bestimmung der durch die Wärme eintretende Aenderungen der elektromotorischen Kraft einer selben Kette.

Auch die Ohm'sche Methode kann zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente gebraucht werden.

Denn, wie oben, hat man für das erste Element

$$E = \frac{i_1 i_{11} (r_{11} - r_1)}{i_1 - i_{11}}$$

und, wenn man die entsprechenden Größen für das zweite Element gleich i'_1 und i'_{11} setzt, wird

$$E' = \frac{i'_1 i'_{11} (r_{11} - r_1)}{i'_1 - i'_{11}}$$

und

$$\Delta = \frac{E}{E'} = \frac{i_1 i_{11}}{i'_1 i'_{11}} \frac{(i'_1 - i'_{11})}{(i_1 - i_{11})}.$$

Wenn man diese Formel differentiirt und, wie oben, di constant setzt, bekommt man

$$d\Delta = -\Delta di \left[\left(\frac{1}{i'_1} - \frac{1}{i_1} \right) + \left(\frac{1}{i'_{11}} - \frac{1}{i_{11}} \right) \right] \quad (4).$$

Die Bedingung der Fechner'schen Methode ist: daß der innere Widerstand gegen den äußeren ein verschwindender sey; die Ohm'sche dagegen verlangt, daß in beiden Fällen die Werthe der GröÙe $(r_{11} - r_1)$ einander gleich seyen. Wäre die letztere Bedingung nicht leichter zu erfüllen als die erstere, so würde, wie die Formeln (3) und (4) zeigen, die Fechner'sche Methode besser als die Ohm'sche seyn. Je kleiner in (4) die Größen $(i_1 - i_{11})$ und $(i'_{11} - i'_{11})$, desto geringer ist der Einfluß des Fehlers di

Zweite Abtheilung.

Methode von Wheatstone. Bei dieser wird der Strom des ersten Elements auf eine bestimmte Intensität gebracht, welche man hernach durch Vergrößerung des Widerstands um eine bekannte GröÙe l auf ein Bestimmtes verringert. Alsdann wird auch der Strom des zweiten Elements auf die erste Intensität gebracht und nun durch Vergrößerung

des Widerstands um l , auf dieselbe zweite Intensität zurückgeführt.

Man findet hier das Verhältniß der Kräfte durch die Formel

$$\Delta = \frac{E}{E_1} = \frac{l}{l_1}$$

durch deren Differentiation man bekommt:

$$d\Delta = \frac{dl - \Delta dl_1}{l_1}$$

Der Fehler dl ist die Summe von zweien, von denen der erste durch die Heterogenität des Drahts entsteht und der andere aus der Messung selbst entspringt. Nennen wir den ersten dh und den zweiten dm , und nehmen dabei dm als constant, so wird obige Formel:

$$d\Delta = - \frac{\Delta - 1}{l_1} dm + \frac{l_1 dh_1 - l dh_1}{l_1^2} \quad . \quad . \quad (5)$$

worin das letzte Glied immer sehr klein seyn wird, weil dh mit der Länge des Drahtes wächst.

Alles stützt sich hiebei aber darauf, daß in beiden Fällen die zwei bestimmten Intensitäten dieselben seyen. Dazu wird die Multiplicatornadel immer auf dieselbe Winkel-Ablenkung gebracht. Nun kann man, wenn M die horizontale Componente des Erdmagnetismus und α jene Winkel-Ablenkung bezeichnet, immer setzen:

$$i = M \cdot F(\alpha).$$

Wenn sich also M während des Versuches plötzlich ändert, besteht die nothwendige Gleichheit der Intensität nicht mehr.

Nach Poggendorff's Methode, wie sie von Bosscha modificirt worden, verknüpft man die beiden Elemente auf solche Weise zu einer Kette, daß ihre Ströme einander entgegenwirken. Zwei Punkte der Kette werden durch einen abgeleiteten Draht vereinigt, und hier schaltet man ein Rheochord ein, mittelst welches die Strom-Intensität des Elements, dessen Kraft indirect durch Vergleich mit der des andern in absolutem Maafs bestimmt werden soll, auf Null gebracht wird. Alsdann wird in dem Theil der Kette, in

welchem sich das Normal-Element befindet, ein bekannter Widerstand a eingeschaltet, und nun, indem man im Rheostat den Widerstand um b vergrößert, die Intensität des anderen Elements wieder auf Null reducirt.

Stellt E die Kraft des Normal-Elements und E_1 die des anderen vor, so ist

$$\Delta = \frac{E}{E_1} = \frac{a+b}{b}.$$

Die Differentiation dieser Gleichung, wenn man wie oben setzt:

$$da = dm + dh_1$$

$$db = dm + dh_2$$

gibt:

$$d\Delta = -\left(\frac{\Delta-2}{b}\right)dm + \frac{b \cdot dh_1 - a \cdot dh_2}{b^2} \quad (6)$$

eine Formel, die der Wheatstone'schen vorzuziehen ist.

Diese Methode kann nicht gebraucht werden, wenn Δ nahezu eins ist. Sie hat dabei noch den Nachtheil, daß die Proportionalität der elektromotorischen Kraft mit der »Tendenz zum Strom« Einwürfen unterliegt. Viele meinen, es werde durch diese Methode nicht die elektromotorische Kraft gemessen, sondern eine Größe, die von dieser um den Werth der Polarisation verschieden sey.

Die Bedingung, daß die Intensität der zweiten Säule gleich Null sey, ist sehr vorthailhaft, denn mittelst eines Commutators läßt sich die geringste Stromspur noch auffinden, da eine rasche und ununterbrochene Aenderung der Stromesrichtung eine unmerkliche Ablenkung der Nadel langsam vergrößert und endlich sichtbar macht.

Die zweite Compensationsmethode des Hrn. Bosscha besitzt den letzten Vortheil der Poggendorff'schen, ohne einen ihrer Fehler zu theilen.

Wir haben hier dieselbe Stromverzweigung, aber die Ströme der beiden Elemente addiren sich und Rheostat und Galvanometer werden vertauscht. Der Strom in der Verzweigung wird jetzt auf Null reducirt, und später nochmals, nach Einschaltung eines bekannten Widerstandes a

in den Theil der Kette, worin sich das Normal-Element befindet, durch Vergrößerung des Widerstands im Rheostat um eine GröÙe b . Zur Messung der GröÙen a und b kann ich das Lindig'schen Rheochord ¹⁾ empfehlen.

Man hat alsdann

$$\Delta = \frac{E}{E_1} = \frac{a}{b},$$

welche Gleichung differentiirt, giebt

$$d\Delta = \frac{b \cdot da - a \cdot db}{b^2}$$

oder, wenn wie früher

$$da = dm + dh,$$

$$db = dm + dh,$$

gesetzt wird,

$$d\Delta = - \left(\frac{a-1}{b} \right) dm + \frac{b \cdot dh - a \cdot dh}{b^2} \quad \dots (7)$$

Wenn Δ nahezu eins ist, »leistet diese Methode in der That Alles, was man nur verlangen kann.«

Will man diese Methode zur Bestimmung gröÙerer Werthe von Δ anwenden, so bekommt indeß das Lindig'sche Rheochord eine sehr unbequeme Länge. Sie kann deshalb auf Thermoketten nicht angewandt werden. Es war aber wünschenswerth, auch für diese die elektromotorische Kraft mit Genauigkeit in absolutem Maafß bestimmen zu können, wodurch man denn auch noch kleinere Kräfte, z. B. die durch den Einfluß der Wärme erregten, in demselben Maafße ausdrücken könnte.

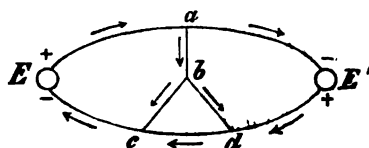
Die Methode, mittelst deren dieses Ziel zu erreichen ist, fordert nicht die bei der Bosscha'schen nothwendige Gleichheit der Intensitäten beider Elemente, weil bei Thermoketten das von Poggendorff ²⁾ beobachtete Polarisationsphänomen nicht auftreten kann. Beim Besitz einer solchen Methode kann man erstlich die Kraft für alle Thermoketten absolut bestimmen, und diese hernach zum Ausgangspunkt

1) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 1.

2) Pogg. Ann. Bd. 55, S. 54.

für die Bestimmung der absoluten GröÙe noch geringerer Kräfte wählen.

Ich habe mich bemüht, eine solche Methode aufzufinden, und das ist mir wirklich durch die nachstehende Stromverzweigung gelungen.



E ist das Normal-Element und E' das andere Element. In dem Zweige bd wird die Intensität auf Null reducirt.

Setzen wir in den

Zweigen	aEc	ab	bc	bd	cd	$aE'd$
die Intensitäten	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
die Widerstände	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6

so ist, unter Voraussetzung $i_4 = 0$, nach den Kirchhoffschen Sätzen

$$i_1 = i_6 + i_2$$

$$i_2 = i_3$$

$$i_1 = i_5 + i_4$$

$$i_5 = i_6$$

und

$$\left. \begin{aligned} i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 &= E \\ i_2 w_2 - i_3 w_3 &= 0 \\ i_5 w_5 - i_6 w_6 &= E' \\ i_1 w_1 + i_5 w_5 + i_6 w_6 &= E + E' \end{aligned} \right\} \quad (8).$$

Diese Gleichungen liefern leicht die folgende Relation:

$$\Delta = \frac{E}{E'} = \frac{w_1 w_5 + w_2 w_4 + w_3 w_6 + w_1 w_2}{w_5 w_6 - w_3 w_4} \quad (9).$$

Lassen wir jetzt w_1 um eine GröÙe a und darauf w_6 um eine solche GröÙe b wachsen, daß wieder $i_4 = 0$, so bekommen wir:

$$\Delta = \frac{(w_1 + a)w_5 + w_2 w_4 + w_3 w_6 + (w_1 + a)w_2}{w_5 (w_6 + b) - w_3 w_4} \quad (10).$$

Aus den beiden Gleichungen (9) und (10), wenn wir $w_2 = c$, $w_3 = e$ und $\frac{c+e}{c} = n$ setzen, folgt dann:

$$\Delta = \frac{c+e}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{n a}{b}.$$

Diese Formel hat die gewünschte Form und ist in allen Fällen anwendbar. Die Differentiation dieser Gleichung, wenn man wiederum setzt:

$$de = dm + dh,$$

$$dc = dm + dh,$$

$$da = dm + dh,$$

$$db = dm + dh,$$

gibt:

$$dA = \left[\left(A - \frac{a}{b} \right) \left(\frac{c-e}{ce} \right) + A \left(\frac{b-a}{ab} \right) dm + \left(A - \frac{a}{b} \right) \left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c} \right) + A \left(\frac{dh_a}{a} - \frac{dh_b}{b} \right) \right] \quad (11).$$

Ohne all zu lange Drähte zu gebrauchen, kann man bis $A=100$ aus dem genähert bekanntem Verhältniß der Kräfte das Verhältniß $\frac{e}{c}$ bestimmen, solchergestalt, daß $\frac{a}{b}$ nahezu $=1$ ist. Diese Hypothese macht (11) sehr vortheilhaft, denn man findet alsdann beinahe richtig:

$$dA = - \left(\frac{A-2}{c} \right) dm + (A-1) \left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c} \right). \quad (12).$$

Eine Vergleichung der Formeln (7) und (12) zeigt den Vorzug der letzteren.

Die Vorrichtung, welche ich zu dieser Methode benutze, ist in Fig. 14 Taf. I schematisch abgebildet. E und E' sind die beiden Elemente, R ist der Lindig'sche Rheostat und R' ein ähnlicher Widerstandsmesser mit nur einem Platindraht $A'D'$ von gleicher Dicke wie der des Rheostats R . B' und C' sind, wie B und C , verschiebbare Klötzchen. C' muß mit drei Löchern versehen seyn und der Zeiger daran muß vollkommen zusammenfallen mit dem Punkt, wo die Drähte $E'C'$, TC' und $A'D'$ einander begegnen. Auch muß dafür gesorgt werden, daß der Nullpunkt der Scale genau zusammenfalle mit dem Schneidepunkt der Drähte TA' , $D'A$ und FA . In den Zweig $A'TC$ sind der Commutator T und das Spiegelgalvanometer G eingeschaltet. Mit R' werden c und e gemessen, und a und b mit R .

Ein Vergleich des Daniell'schen Elements mit etwa

der Thermokette Kupfer-Wismuth würde leicht über die Zulässigkeit der Methode entscheiden.

Hier fand Wild¹⁾ $\Delta = 1000$ ungefähr. Wir wollen annehmen, Δ sey genau gleich 1000 gefunden und wollen $\frac{e}{c}$ so bestimmen, daß $\frac{a}{b} = 4$ sey. Wir finden $\frac{e}{c} = 249$ und, wenn wir $c = 2$ Centimeter setzen, ist $e = 5$ Meter, und der ganze Versuch würde 7 Meter Platindrabt erfordern, und wenig Raum bedingen, denn R' kann neben R gestellt werden. Zu demselben Versuche brauchte man nach der Bosscha'schen Methode ein Rheochord mit einem Draht von mehr als 25 Meter Länge.

Setzt man in Formel (11) $\frac{a}{b} = 4$, so wird man, weil

$$\Delta - \frac{a}{b} = \frac{e}{c} \times \frac{a}{b}$$

bekommen:

$$d\Delta = -dm \left[\frac{(e-c)}{c^2} 4 + \frac{3}{a} \Delta \right] \\ + (\Delta - 4) \left(\frac{dh_e}{e} - \frac{dh_c}{c} \right) + \Delta \left(\frac{dh_a}{a} - \frac{dh_s}{c} \right).$$

Setzen wir, der Einfachheit wegen, dh_e , dh_c , dh_a und $dh_s = 0$ und $a = 100$ Centm., welchen Werth a leicht übertreffen kann, so ist für obiges Beispiel

$$d\Delta = -526 \, dm$$

Setzen wir ferner dm gleich dem Widerstand von $\frac{1}{2}$ Centimeter (in der That ein kleiner Fehler) so kann der wahre Werth von Δ variiren zwischen 1105 und 895, deshalb $\frac{1}{\Delta}$ oder $\frac{E}{E'}$ zwischen 0,000905 und 0,00112. Die Differenz dieser Zahlen ist 0,000215 während bei einem drei Mal kleineren Werth von Δ Regnault und Neumann noch um 0,002 differiren²⁾.

1) Pogg. Ann. Bd. 103, S. 353.

2) Wüllner, Lehrb. d. Experimental-Physik Bd. II, S. 937.

IX. Ueber die Bestimmung der Brechungsexponenten doppelbrechender Substanzen aus ihren Polarisationswinkeln; von Dr. Fr. Pfaff.

Schon in früheren Zeiten haben Brewster, Seebeck, Macculloch und Neumann Untersuchungen über das Verhalten des Polarisationswinkels bei doppelbrechenden Substanzen angestellt; der letztgenannte hat, weitergehend als die übrigen Forscher, in einer umfassenden Abhandlung (Denkschr. der Berliner Akademie 1837) für optisch einaxige und zweiaxige Krystalle das Problem theoretisch vollständig gelöst. Für optisch einaxige Krystalle wurde die Richtigkeit der Formeln schon von Seebeck erprobt; meines Wissens sind aber keine Versuche angestellt oder veröffentlicht worden, die auch für optisch zweiaxige Krystalle die Gültigkeit derselben thatsächlich nachwiesen.

Da wir aber durch diese Formeln in den Stand gesetzt sind, aus richtig beobachteten Polarisationswinkeln die Brechungsindices sicher zu bestimmen, und wir im Ganzen doch noch arm sind an solchen Daten, weil wir auf dem gewöhnlichen Wege für viele Substanzen Brechungsexponenten auch gar nicht bestimmen können, wenn dieselben z. B. undurchsichtig sind, so schien es mir keine überflüssige Arbeit, an jene älteren Untersuchungen anknüpfend Polarisationswinkel zu bestimmen und aus ihnen die Brechungsexponenten verschiedener Krystalle herzuleiten.

Das Letztere ist offenbar nur dann mit einiger Schärfe möglich, wenn es uns gelingt, den Polarisationswinkel auf ein Paar Minuten sicher zu bestimmen, und es konnte allerdings bei Manchem der Zweifel, ob dies möglich sey, sich erheben, da ja die Bestimmung desselben nach den bisherigen Verfahrungsweisen darauf beruhte, daß man zu bestimmen suchte, bei welcher Stellung der spiegelnden Fläche das reflectirte Licht ein Minimum sey, also immerhin nur auf einer Schätzung des Helligkeitsgrades die Si-

icherheit der Beobachtung beruhen mußte. Ob diese bis auf so kleine Winkel Sicherheit gewähren könne, das mag wohl zweifelhaft erscheinen.

Ich habe nun ein Verfahren angewandt, das diese Unsicherheit vermeidet, allerdings aber auch noch eine andere enthält, von der ich jedoch glaube, daß sie sehr gering sey und bei vielen Beobachtungen mit demselben Krystalle ein richtiges Mittel gebe und zugleich den Vortheil darbietet auch bei Krystallflächen von 4^{ten} Seite noch Anwendung zuzulassen.

Das Meßinstrument, welches mir zu Gebote stand, war das zu vielerlei anderen Messungen so brauchbare Goniometer von Haidinger, das in dem Sitzungsbericht. d. k. k. Akad. Bd. XVIII, S. 110 näher beschrieben ist. Zur Bestimmung der Polarisationswinkel wurde es von mir in folgender Weise modificirt. Eine geschwärzte Messingplatte *A* Fig. 13 Taf. I, in ihrer Mitte durchbrochen, war auf ihrer Rückseite mit einer cylindrischen Hülse *B* versehen. In dieser Hülse konnte eine messingene an ihrem vorderen Ende verschlossene Röhre *C* leicht hin- und hergeschoben werden. Auf die Verschlussplatte dieser Röhre, gegenüber dem Fernrohrende *D*, wurde die zu untersuchende Krystallplatte aufgeklebt. Sie konnte so, nach Bedürfnis, *D* mehr genähert oder von ihm entfernt werden. Die Platte *A* wurde nun an den Krystallträger *E*, der nach Petzval aus einer in einer zweiten drehbaren Kugelschale besteht, befestigt. Der Krystallträger dreht sich auf dem eingetheilten Kreise *F* mit dem Nonius *G*. An der Säule *H* befindet sich das kleine Fernrohr *J*. Zur Bestimmung des Polarisationswinkels habe ich es folgendermaßen modificirt. Es wird so aufgesetzt auf *H*, daß seine Ocularlinse dem Krystall zugekehrt ist; das Objectiv wird ganz weggelassen und an seine Stelle bei *K* ein Nicol eingesteckt. Am Ende *D* ist eine weiße Papierscheibe mit einem durch ihren Mittelpunkt hindurchgehenden schwarzen Kreuze so aufgeklebt, daß nur in der Mitte eine Oeffnung, der Größe der Linse entsprechend, frei bleibt. Dieses schwarze Kreuz

bildet mit dem Fadenkreuz im Rohre Winkel von 45° . Den Vortheil hiervon werde ich sogleich erwähnen.

Die Versuche werden nun in folgender Weise angestellt. Der Nonius wird auf den Nullpunkt gestellt und hierauf die Platte mit dem Krystall aufgesteckt. Man dreht nun so lange die Kugelschale, bis man, durch das Fernrohr sehend, das schwarze Kreuz auf der weissen Scheibe von der Krystallfläche so gespiegelt erblickt, daß seine Arme mit denen des Fadenkreuzes sich in einem Punkte, dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes, schneiden. Der Krystall ist dann ganz sicher senkrecht gegen die Fernrohraxe gestellt.

Nun dreht man mit dem Nonius G den Krystall bis das Maximum der Polarisation eintritt. Dieses Maximum ist bei diesem Verfahren sehr leicht zu erkennen. Der Apparat war so gestellt, daß man durch den Krystall den Himmel gespiegelt sah, wozu mein Beobachtungsort, ein 180 Fufs über eine weite Ebene ragender Hügel, möglichst gut gelegen war. Man erhält bei dieser Anordnung des Fernrohrs natürlich ein umgekehrtes verkleinertes Bild des Himmels und zwar in großer Ausdehnung. Der Nicol konnte unter diesen Umständen natürlich nur einen kleinen Theil des Gesichtsfeldes dunkel erscheinen lassen, der als ein runder und im Verhältniß zum ganzen Gesichtsfeld kleiner schwarzer Fleck sehr scharf von der hellen Umgebung abstach. Offenbar trat das Maximum der Polarisation dann ein, wenn der Mittelpunkt des schwarzen Fleckes mit dem Mittelpunkte des Gesichtsfeldes zusammenfiel. Ich bemerke, daß das Fadenkreuz des Fernrohrs ungemein stark polarisirend wirkt, so daß es bei einer Stellung, in welcher die Fäden 45° mit der Schwingungsrichtung der Strahlen im Nicol bilden, schneeweiß auf schwarzem Grunde erscheint, wenn zugleich die Krystallfläche auf ihren Polarisationswinkel gestellt ist. Dadurch wird der schwarze runde Fleck, wenn sein Mittelpunkt mit dem Kreuzungspunkt der Fäden zusammenfällt, in vier gleiche Theile getheilt und die Unsicherheit in der Bestimmung des Polari-

sationswinkels führt nur noch davon her, daß man eben auch in diesem Falle noch schätzen muß, wann die vier Theile gleich sind. Stellt man, wie ich es gethan habe, die Beobachtungen in der Art an, daß man einmal den schwarzen Fleck von der rechten Seite des Gesichtsfeldes her durch Drehen am Nonius in den Mittelpunkt zu bringen sucht, dann ebenso oft von der linken Seite her, so wird das Mittel aus diesen beiden Reihen wohl sehr wenig von der Wahrheit abweichen. Ich habe mich in der That auch durch Versuche mit solchen Krystallen, von denen die Brechungsexponenten auf dem gewöhnlichen Wege genau bestimmt waren, überzeugt, daß bei etwas größeren und gutspiegelnden Krystallen das von mir gefundene Mittel des Polarisationswinkels von dem nach den bekannten Brechungsexponenten berechneten nur um einige Minuten abwich. Beim Quarz z. B. fand ich den Polarisationswinkel auf der geraden Endfläche zu $56^{\circ} 39'$, während ihn die Rechnung zu $56^{\circ} 41' 50''$ ergibt; auf seiner Säulenfläche fand ich ihn bei horizontaler Stellung der Hauptaxe zu $57^{\circ} 38'$, während die Rechnung ihn als $57^{\circ} 36'$ angiebt. Hat man gut spiegelnde Flächen von etwas größerer Ausdehnung, etwa 10 bis 12^{mm}, so weichen auch die einzelnen Beobachtungen vom Mittel nur um 5 bis 10' ab; größere Differenzen erhält man aber, wenn man kleine oder nicht gut spiegelnde Flächen zur Untersuchung anwenden muß. Die Abweichungen einzelner Beobachtungen vom Mittel können da bis zu 30 Minuten gehen. Hier muß man aber durch eine große Zahl von Beobachtungen wo möglich an verschiedenen Krystallen der Wahrheit möglichst nahe zu kommen suchen. Unter den im Folgenden aufgeführten Krystallen war dieses der Fall mit Alalcim, Boracit und Rothgültigerz. Von ersterem waren die großen, blafs fleischfarbenen Krystalle deswegen nicht anwendbar, weil sie das scharfe Einstellen auf 0° nicht erlaubten, indem sie das Papier mit dem schwarzen Kreuze nicht scharf spiegelten, wenn sie auch noch so gut polirt waren. Von klaren durchsichtigen Alalcimen konnte ich keinen erhalten, der

mehr als 4^{te} als größten Durchmesser der zu untersuchenden Fläche dargeboten hätte. Dasselbe gilt auch für Beracit. Vom Rothgültigerz hatte ich zwar sehr gut spiegelnde und in der Richtung der Hauptaxe sehr ausgedehnte Flächen zur Untersuchung geeignet, dagegen waren dieselben in der Richtung der Nebenaxen sehr schmal. Man kann nun zur Auffindung der Brechungsexponenten aus den Polarisationswinkeln jede Krystallfläche, wie sie auch gegen die Axe geneigt sey, benutzen, doch sind dazu bei optisch einaxigen Krystallen die Säulenflächen am geeignetsten, weil man durch Beobachtung der beiden Polarisationswinkel, die man bei senkrechter Stellung der Hauptaxe und dann bei horizontaler findet, die Brechungsexponenten des ordentlichen wie außerordentlichen Strahles finden kann. Auf der geraden Endfläche ist der Polarisationswinkel unter allen Stellungen der Platte derselbe; man muß also jedenfalls noch auf einer andern Fläche eine Beobachtung anstellen, um beide Brechungsindices zu finden. Die meisten der von mir angestellten Beobachtungen wurden auf den Säulenflächen gemacht und nach den folgenden Formeln von Seebeck, die mit denen Neumann's übereinstimmen, berechnet.

Liegt die Hauptaxe c horizontal und fällt der Lichtstrahl horizontal ein, so ist, wenn wir den beobachteten Polarisationswinkel a nennen,

$$\tan a = n \sqrt{\frac{m^2 - 1}{n^2 - 1}}$$

wo n den ordinären, m den extraordinären Brechungsindex bedeutet. Liegt c senkrecht, und ist der beobachtete Polarisationswinkel b , so gilt

$$\tan b = n$$

Auf der geraden Endfläche findet man für den Polarisationswinkel c

$$\tan c = m \sqrt{\frac{n^2 - 1}{m^2 - 1}}.$$

Noch will ich erwähnen, daß es die Schärfe der Bestimmung des Polarisationswinkels sehr erleichtert, wenn man, nachdem derselbe nahezu erreicht ist, eine innen ge-

schwärzte leichte Kapsel von Pappe so vor den Krystall anbringt, daß nur Strahlen, welche wenig von dem Polarisationswinkel in ihrer Richtung abweichen, auf die spiegelnde Fläche auffallen und reflectirt werden können. Es war meine Absicht nur solche Krystalle zu untersuchen, von denen die Brechungsindices noch nicht bekannt wären, und ich hielt mich in dieser Absicht an das von Grailich in seiner Uebersetzung der Miller'schen Krystallographie mitgetheilte Verzeichniß. Erst später verglich ich noch einmal das von Beer in seiner Einleitung in die höhere Optik zusammengestellte und fand dabei, daß dieser letztere für Spinell, Boracit und Obsidian Brechungsexponenten auführt, während diese bei Grailich fehlen. Ich habe die von mir gefundenen Werthe unten mit angegeben, weil sie, wenn auch ein wenig abweichend von den älteren Resultaten, doch zugleich den Beweis liefern, wie zuverlässig das von mir befolgte Verfahren sey.

Ich stelle meine Beobachtungen in der folgenden Tabelle zusammen, in der die Krystalle nach ihren Brechungsexponenten in der Art geordnet sind, daß die schwächer brechenden zuerst aufgeführt sind. In der letzten Rubrik sind die bisher bekannten Angaben für die von mir untersuchten Krystalle dazugesetzt, wobei Br, H, W, J, die Namen Brewster, Herschel, Wollaston und Jamin bedeuten, ω den Brechungsexponenten des ordentlichen, ϵ des extraordinären Strahles.

A. Einfach brechende Substanzen.

	Brechungs- exponen- ten	Frühere Angaben
Fluorspath (von Tavistock)	1,438	1,432 W. 1,434 Br. 1,436 Br. 1,444 J.
Serpentin	1,459	
Obsidian	1,516	1,488 Br.
Leucophaea	1,534	
Analcim	1,595	
Spinel	1,747	1,756 H. 1,761 Br. 1,812 W.
Boracit	1,755	1,791 Br.

B. Optische einaxige Krystalle.

	Brechungs- exponen- ten	Frühere Angaben:
Rauchtopas	ω 1,478 ϵ 1,485	
Apophyllit	ω 1,515 ϵ 1,516	$\omega = 1,543$ für den Leucocyclit H.
Honigstein	ω 1,519 ϵ 1,512	$\omega = 1,556 = 1,538$ Br.
Vesuvian	ω 1,712 ϵ 1,744	$\omega = 1,530$ H.
Korand	ω 1,835 ϵ 1,786	$\omega = 1,768$ V. Sapphir VV. — 1,779 Rubin Br. $\omega = 1,794$ Bl. Sapph. Br.
Zinnstein	ω 1,912 ϵ 1,856	
Rutil	ω 2,516 ϵ 2,650	
Rothglühigerz (lichtes)	ω 2,798 ϵ 2,962	$\omega = 2,564$ Br.

Zu der vorstehenden Tabelle habe ich noch folgendes zu bemerken: directe Angaben über die Brechungsexponenten des Rauchtopases habe ich nirgends gefunden, nur in Beer's Einleitung in die höhere Optik S. 170 die Notiz, er zeige dieselben Brechungsverhältnisse wie der Bergkrystall. An einem sehr schönen dunkel gefärbten Rauchtopas fand ich aber für den Polarisationswinkel α $56^{\circ} 9'$, während er sich unter Zugrundlegung der Brechungsexponenten des Bergkrystalles zu $57^{\circ} 35' 48''$ berechnet; für den Polarisationswinkel δ fand ich $55^{\circ} 46'$, die Rechnung giebt ihn zu $57^{\circ} 7' 20''$. Die Abweichung der beiden Zahlen in beiden Fällen, fast $1\frac{1}{2}$ Grad, ist ganz entschieden nicht auf Beobachtungsfehler zu setzen, sondern zeigt ganz bestimmt ein geringeres Brechungsvermögen des Rauchtopases für

beide Strahlen an. Bei dem Apophyllit fällt die sehr geringe Differenz der beiden Strahlen auf. Die Beschaffenheit des Krystalles machte nöthig, den Winkel b auf einer natürlichen Säulenfläche und als zweiten den Winkel c auf der geraden Endfläche zu bestimmen. Der Krystall zeigte + im rothen, — im blauen Lichte; es wäre möglich, daß dies mit von Einfluß auf die Verringerung der Differenz der Strahlen bei der Beobachtung im gewöhnlichen Tageslichte gewesen ist. Als ich das Licht durch rothes und blaues Glas auf den Krystall auffallen liefs, war ein scharfes Einstellen auf das Polarisationsmaximum nicht mehr gut möglich.

Meine Angabe der Brechungsexponenten des Rothgültigerzes weicht bedeutender von der Brewster's ab, als sonst irgend eine. Ob das Arsen oder das Antimon haltende Brewster's Untersuchungen zu Grunde gelegen, kann ich nicht bestimmen; es wäre möglich, daß die bedeutende Differenz von einer solchen Verschiedenheit des Materials herrührte. Da das Schwefelarsen einen größeren Brechungsexponent als der Schwefel hat, die arsensauren Verbindungen einen größeren als die entsprechenden schwefelsauren, so geht daraus jedenfalls hervor, daß das Arsen in seinen Verbindungen sehr hohe Brechungsexponenten erwarten läßt. Ist meine Beobachtung richtig, so übertrifft das Rothgültigerz alle hieher untersuchten Substanzen in Beziehung auf sein Brechungsvermögen, ebenso der Rutil, bei dem, da ich sehr gute Krystalle zur Verfügung hatte, das Resultat als ein sicheres zu bezeichnen seyn dürfte.

Nachdem ich mich durch 6 Beobachtungsreihen am Aragonit, je 2 auf den 3 Flächen, welche auf den Krystallflächen senkrecht stehen, überzeugt habe, daß die Neumann'schen Formeln im besten Einklang mit den gefundenen Polarisationswinkeln stehen, habe ich vor, auch eine Reihe optisch zweiaxiger Krystalle zu untersuchen und daraus die optischen Constanten α , β , γ abzuleiten, die uns ohnehin ja nur für sehr wenig Substanzen bis jetzt be-

kannst sind. Ich hoffe auch für diese eine größere Anzahl von Brechungsexponenten in einiger Zeit mittheilen zu können.

X. Ueber die Verbindungen von phosphorsaurem Natron mit Fluornatrium; von C. Rammelsberg.

Vor mehreren Jahren sah ich bei einem Besuche der Sodafabrik in Schöningen die Krystalle des kohlensauren Natrons, welche aus braungefärbten Mutterlaugen angeschossen waren, mit kleinen rothen und gelben Krystallen bedeckt. Spätere Proben, die ich Hrn. Dr. A. Rose, Director jener Fabrik, verdanke, ließen erkennen, daß die gefärbten Krystalle Aggregate von kleinen Octaëdern sind, welche an der Luft zu einem gelblichen Pulver verwittern, aber alle Versuche, sie durch Lösungsmittel von der großen Masse der übrigen Salze zu trennen, schlugen fehl, weil sie aus der Auflösung nicht wieder erhalten werden konnten. Gleichzeitig fand aber mein damaliger Assistent, Hr. Schöne, dem ich die Untersuchung übertragen hatte, in jenen Krystallen einen Gehalt an *Vanadinsäure*, und ich überzeugte mich, daß in dem Gemenge viel *phosphorsaures Natron* enthalten sey. Später erhielt ich aus der Auflösung des Ganzen farblose und weiße Octaëder dieses Phosphats, deren Form und optisches Verhalten sie als regulär erkennen ließen.

Die für ein Natronphosphat neue Form bewog mich, das Salz näher zu untersuchen. Die Krystalle verwittern nicht; sie schmelzen bei etwa 160° in ihrem Krystallwasser; verlieren das Wasser vollständig aber erst beim Glühen. Das entwässerte Salz schmilzt in der Glühhitze.

Die Auflösung reagirt alkalisch, sie wird von Silbersalzen gelb gefällt und das Filtrat ist neutral. Ebenso ver-

hält sich das geglähtte Salz. Es ist demnach dreibasisches Phosphat.

Durch die Form und die Schmelzbarkeit in der Glühhitze unterscheidet es sich vom dem von Graham beschriebenen $\text{Na}^3\ddot{\text{P}} + 24 \text{ aq.}$ Dieses Salz bildet dünne sechsseitige Prismen, die hexagonal oder rhombisch sind, und sintert nur, wie ich mich überzeugt habe, in starker Hitze zusammen.

Aber die Zersetzbarkeit durch Kohlensäure haben beide gemein. Aus der Auflösung der Krystalle beider schießt an der Luft stets leicht verwitterndes gewöhnliches Phosphat $\text{Na}^3\ddot{\text{P}} + 25 \text{ aq. an.}$

Die Krystalle enthalten 0,1 — 0,5 Proc. Chlornatrium. Sie gaben (als Mittel von 6 Versuchen) 20,36 Proc. Phosphorsäure und 28,12 Natron (Mittel von 3 Bestimmungen). Bis 150° verloren sie 48,71, beim Glühen noch 2,46 Proc. Wasser.

Ihre Zusammensetzung:

Phosphorsäure	20,36	=	11,47	5
Natron	28,12		7,26	3,16
Wasser	51,70		45,48	19,8
			<hr/>	
			99,65	

würde auf $\text{Na}^3\ddot{\text{P}} + 20 \text{ aq.}$ hindeuten (berechnet: 20,63 Phosphorsäure, 27,04 Natron, 52,32 Wasser).

Immer fand ich sehr kleine Mengen Vanadinsäure in diesem Phosphat, habe sie jedoch nicht näher bestimmt. Diese Resultate habe ich schon vor längerer Zeit bekannt gemacht¹⁾. Später erschien eine Arbeit von Dr. Baumgarten²⁾ über die vanadinhaltigen Salze des angegebenen Vorkommens. Auch ihm gelang es nicht, die rothen Krystalle vollkommen zu isoliren; er fand darin Phosphor-, Vanadin-, Arsen- und Kieselsäure, Fluor, Natron, Thonerde und Eisen. Es stellte das zuvor beschriebene Natron-

1) Monatsber. der k. Akad. d. Wiss. zu Berlin, 1864, S. 680.

2) Ueber das Vorkommen des Vanadins in dem Aetznatron des Handels etc. Inauguraldissertation, Göttingen 1865.

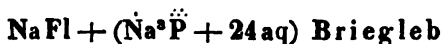
phosphat aus dem Salzgemenge gleichfalls dar, und hat das Verdienst, darin einen Gehalt von 1,94 — 2,49 Proc. Fluor nachgewiesen zu haben.

Hierdurch aufmerksam gemacht, habe ich das Salz gleichfalls in dieser Richtung untersucht, und 2,89 Proc. Fluor gefunden, was den Natronüberschufs der Analysen und die Schmelzbarkeit des Salzes erklärt.

Baumgarten hat zugleich 0,5 Proc. Arseniksäure und etwa 1 Proc. Vanadinsäure in seinem Salze gefunden, welche, wie ich früher gezeigt habe, isomorphe Salze mit denen der Phosphorsäure bilden.

Bekanntlich hat Briegleb ein Salz $= \text{NaFl} + \text{Na}^{\text{P}} + 24 \text{aq}$ ebenfalls in regulären Octaëdern erhalten. Baumgarten stellte aus gewöhnlichem phosphorsaurem Natron, Natronhydrat und Fluornatrium reguläre Octaëder dar, welche die Zusammensetzung des Salzes aus den Sodalaugen besaßen und 2,49 Proc. Fluor enthielten. In diesen Salzen ist 1 At. Fluornatrium gegen 2 At. Na^{P} enthalten.

Fluornatrium krystallisirt regulär; es hat also dieselbe Form wie



und

$\text{NaFl} + 2(\text{Na}^{\text{P}} + 19 \text{aq})^1$ Baumgarten
wobei die Differenz des Wassergehaltes auffällt.

Baumgarten hat sich auch viel Mühe gegeben, die Zusammensetzung der rothen vanadinhaltigen Octaëder zu ermitteln. Ausser den Bestandtheilen des Natron-Fluor-phosphats fand er darin 3,65 Proc. Kieselsäure, 0,73 Schwefel und 0,33 Eisenoxydul, den Gehalt an Vanadinsäure aber $= 1,92$ Proc. Es ist noch nicht möglich, über die wahre Natur dieses mit den erwähnten isomorphen Salzes welches NaSi zu enthalten scheint, ein sicheres Urtheil abzugeben.

1) 20 aq in meinen Versuchen.

**XI. Ueber das Verhalten des Gypses im Wasser bei höheren Temperaturen, und die Darstellung von Anhydrit auf nassem Wege;
von F. Hoppe-Seyler.**

Das ausgebreitete Vorkommen von Anhydrit in der Umgebung und innerhalb der Steinsalzstöcke verschiedener Formationen läßt wegen seiner Lagerungsverhältnisse und Einschlüsse es als unzweifelhaft erscheinen, daß der Anhydrit, sowie das Steinsalz selbst, auf nassem Wege und bei einer wenigstens nicht sehr hohen Temperatur abgelagert seyen; dennoch hat es bis jetzt an einem Einblick in die Art und Weise der Entstehung des Anhydrites gefehlt.

Allerdings hatte Mitscherlich¹⁾ durch Schmelzen von schwefelsaurem Kalk im Porcellanofenfeuer und Erkaltenlassen denselben in der Form des Anhydrit krystallisirt erhalten, sowie dies später Manrofs²⁾ durch Zusammenschmelzen von schwefelsaurem Kali und Chlorcalcium und Simmler³⁾ durch Zusammenschmelzen von schwefelsaurem Kalk mit Chlornatrium und etwas Kieselsäure gelang; es war ferner seit lange bekannt, daß beim Erhitzen über 105° der Gyps leicht einen Theil seines Wassers verliert, aber diese Kenntnisse konnten zur Erklärung der Entstehung der Anhydritmassen, die sich in verschiedenen Formationen finden, nichts beitragen. Die organischen Einschlüsse im Steinsalze und im Anhydrite beweisen, daß diese Ablagerungen nie hohen Hitzegraden ausgesetzt waren, denn sie können hohe Erhitzung nicht ohne Zersetzung ertragen; daß aber der Gyps beim Erhitzen an der Luft Wasser verliert, konnte noch weniger zum Verständniß der Anhydritbildung beitragen, da 1) die Bildung desselben vulcanische Thätigkeit, von der sich an den bezeich-

1) Pogg. Ann. Bd. 11, S. 331.

2) Ann. d. Chem. u. Pharm., Bd. 82, S. 348.

3) Journ. für pract. Chem., Bd. 76 S. 430.

neten Stellen nichts findet, voraussetzen würde, 2) der Gyps zwar leicht etwas Wasser verliert, aber erst bei ziemlich hoher Temperatur den letzten Rest desselben hergiebt, 3) das durch Erhitzen des Gypses erhaltene Product amorph ist, und 4) die ganze Bildung desselben nur am festen zu Tage stehenden Gesteine oberflächlich, dagegen nicht am Boden von den dimentirenden Gewässern erfolgt seyn konnte.

Wegen dieser Verhältnisse schien es mir besonders wichtig zu prüfen 1) wie sich der Gyps verhalte, wenn er mit Wasser über 100° erhitzt wird, und 2) ob diejenigen Salze, welche mit dem Anhydrit gewöhnlich vergesellschaftet vorkommen, in ihrer wässrigen Lösung bei nicht zu hohen Temperaturen, bei welchen organische Körper noch nicht bedeutend verändert zu werden pflegen, einen Einfluß auf den Gyps ausüben.

Es wurde zunächst fein pulverisirter Gyps mit Wasser in Glasröhren eingeschmolzen und im Oelbade allmählich bis auf 160° erhitzt. Bis 140° zeigte sich keine Aenderung im Ansehen des Pulvers; über 140° dagegen wandelte sich das Pulver in eine krystallinische zusammenhängende Masse um. Als statt des Pulvers Tafeln von Marienglas mit Wasser eingeschmolzen im Oelbade erhitzt wurden, zeigten sich die Tafeln völlig durchsichtig und unverändert bis 140° ; darüber erhitzt, verklüfteten sie sich zu seidenglänzenden parallelen Fasern und diese blieben selbst bei 6-stündigem Erhitzen auf 160° unverändert. Vier verschiedene Portionen völlig durchsichtigen Marienglases wurden in der angegebenen Weise behandelt, dann aus dem Oelbade genommen, schnell abgekühlt, geöffnet, die Krystallmasse zunächst mit Fließpapier abgepreßt, dann bei 80° im Luftbade getrocknet (bei dieser Temperatur erleidet der Gyps auch bei mehrtägigem Trocknen nicht den geringsten Gewichtsverlust) gewogen, gegläht und nach dem Erkalten wieder gewogen.

Es ergaben:

I.	6,9272	Substanz	0,4635	oder 6,69 Proc. Glühverlust
II.	5,6913	"	0,3647	" 6,41 " "
III.	3,5902	"	0,2276	" 6,34 " "
IV.	3,7442	"	0,2413	" 6,44 " "

In einem fünften Versuche wurde der beim Erhitzen im trocknen Luftströme in einer Röhre erhaltene Gewichtsverlust mit der Zunahme des Gewichts eines vorgelegten Chlorcalciumrohrs zum Ueberflus verglichen. Beide stimmten genau überein.

Nach diesen Bestimmungen ergibt sich für diese Krystalle, welche in ihrer Form dem Gypse höchst ähnlich sind, die Zusammensetzung:

Procentische Zusammensetzung						
		berech-	gefunden			
Atomgew.		net	I.	II.	III.	IV.
$S_2O_3Ca_2 = 136$		93,79	93,31	93,59	93,66	93,56
$HO = 9$		6,21	6,69	6,41	6,34	6,44
		145	100,00	100,00	100,00	100,00

Da die feinen seideglänzenden Nadeln dieses Salzes sehr große Oberflächen haben und dieses Salz sich leicht in Gyps umwandelt, so ist es nicht wunderbar, daß in obigen Bestimmungen ein wenig mehr Wasser gefunden ist, als die Berechnung erfordert.

Läßt man ein Rohr mit dem beschriebenen Salze und etwas Wasser gefüllt bei gewöhnlicher Temperatur liegen, so überziehen sich die seideglänzenden Flächen bald mit dichten Vegetationen von Gypskrystallen.

Es versteht sich von selbst, daß der schwefelsaure Kalk in Dampfkesseln, welche mit den gewöhnlichen Spannungen arbeiten, sich als das Salz $S_2O_3Ca_2, HO$ absetzen muß.

Johnston¹⁾ hat das 6,21 Proc. Wasser enthaltende Salz bereits analysirt, wenn auch im unreinen Zustande. Der Pfannenstein in den Salzsiedepfannen entsteht unter durchaus andern Verhältnissen; er ist ein schlechter Wärme-

1) L. Gmelin, Handbuch der anorg. Chem. 5. Aufl. Bd. 3, S. 185.

leiter und wird zum Theil amorphen entwässerten Gyps in der äußersten Schicht enthalten; nur so ist das Resultat der Untersuchung dieses Pfannensteins von Febling¹⁾ erklärlich.

Es wurden nun ferner Tafeln von Marienglas mit gesättigter Steinsalzlösung und ein Paar Stückchen Steinsalz in Glasröhren eingeschlossen und im Oelbade erhitzt. Es trat jetzt bei 125° bis 130° Trübung der Krystalle ein; dieselben wurden gleichfalls zuerst in seideglänzende, parallele Fasern zerklüftet, aber dies Stadium war nur von kurzer Dauer, bald waren die Tafeln in eine porcellanartige milchweifse derbe Masse aus mit der Lupe erkennbaren verfilzten und an der Oberfläche oft weit hervorragenden Krystallen bestehend verwandelt und diese Substanz erhielt sich unverändert beim weiteren Erhitzen bis 160°. Nach dem Oeffnen der Röhre wurden die ziemlich harten, sich sandig anführenden Gypspseudomorphosen mit Wasser einige Male abgespült (es zeigte sich dabei, daß an einander anliegende Tafeln fest mit einander vereinigt waren) bei 80° getrocknet, und wie die obigen Krystalle untersucht.

Es gaben:

I.	^{57m.} 2,2577 Substanz	^{57m.} 0,0217 oder 0,96 Proc. Glühverlust
II.	2,9278 " "	0,0267 " 0,91 " "

Das Salz zeigte ein specifisches Gewicht von 2,937.

Nicht geprühte Stücke dieses Salzes mikroskopisch untersucht, zeigten sich als aus vierseitigen Prismen mit senkrecht gegen die Längsaxe des Prismas aufgesetzten End- oder Bruchflächen bestehend.

Hiernach kann kein Zweifel obwalten; *daß beim Erhitzen von Gyps mit gesättigter Chlornatriumlösung auf 125 bis 130° krystallisirter Anhydrit gebildet wird.*

Als derselbe Versuch mit Chlorcalcium an der Stelle von Chlornatrium wiederholt wurde, trat zwar gleichfalls die Anhydritbildung nach vorherigem Zerfall der Gypsta-

1) Würtemb. Naturw. Jahreshfte 1849, Bd. IV, S. 37.

feld zu schiedglänzenden Nadeln ein, aber die Umwandlung geschah langsamer als in gesättigter Kochsalzlösung, obwohl die Chlorcalciumlösung bei etwa 120° gesättigt war.

Läfst man die mit gesättigter Kochsalzlösung und Anhydrit als Pseudomorphose des Gypses gefüllten Röhren bei gewöhnlicher Temperatur liegen, so regeneriren sich allmählich sehr schöne und ziemlich große Gypskrystalle. Bei gewöhnlicher Temperatur vermag also der Anhydrit der gesättigten Chlornatriumlösung Wasser zu entziehen. Dies zeigt sich auch, wenn man bei 126° getrocknetes Gypspulver mit gesättigter Kochsalzlösung zum Brei anrührt, denn der Gyps erhärtet mit dieser Lösung zwar langsamer aber fast eben so vollkommen als mit Wasser.

Gestützt auf das beschriebene Verhalten des Gypses zum Kochsalze werden die Beziehungen der Steinsalzlager zu den sie begleitenden Anhydritmassen klar, wenn man die Annahme nicht scheut, daß diese Ablagerungen einmal zu einer Tiefe gesunken seyen, wo die Temperatur 125° bis 130° mindestens beträgt. Der Gyps mußte dann in Anhydrit übergehen und doch konnten die organischen Einschlüsse erhalten bleiben, da eine solche Temperatur zu ihrer Zersetzung nicht hinreicht¹⁾.

Im Stassfurter Steinsalze finden sich viele Anhydritkrystalle im klaren Steinsalze eingeschlossen, aber sie füllen die Räume, in denen sie liegen, nie ganz aus und bestimmen nie die Gestalt dieser Hohlräume, sondern dieselben sind entweder hohle Octäeder oder Würfel oder unregelmäßig gestaltete Höhlungen; es ist sonach sehr wahrscheinlich, daß in denselben der schwefelsaure Kalk zunächst nicht als Anhydrit, sondern als Gyps abgelagert und später in Anhydrit umgewandelt worden ist. Doch würde es zu weit

1) Nimmt man an, daß die Temperatur nach dem Innern der Erde zu mit 100' Tiefe um 1° steige, so würden die salzhaltigen Gypslager etwa 12000' tief gesunken seyn müssen, um in Anhydrit verwandelt zu werden. Diese Tiefe liegt innerhalb der Gränzen der gewöhnlichsten Erdrevolutionen und diese Lager stellen noch dazu selbst alten Meeresboden dar.

führen, hier näher auf die Verhältnisse der Bildung der Salzlager einzugehen, die ich bald in einer besondern Abhandlung zu schildern versuchen will.

Tübingen, 24. November 1865.

XII. Ueber den Chrysotil im edlen Serpentin von Reichenstein; von E. Reusch.

Von meinem Collegen Quenstedt auf dieses schöne Mineral aufmerksam gemacht, habe ich mich sofort bemüht die optischen Verhältnisse des Chrysotils festzustellen. Der zunächst auftauchende Gedanke, daß es sich hier um eine agatartige Masse handeln könnte, wurde sofort durch die Thatsache beseitigt, daß die optische Elasticität in der Richtung der asbestartigen Fasern kleiner ist, als senkrecht darauf, während bei einer schichtenweise abgelagerten und unter tangentieller Contraction erhärteten Substanz senkrecht zu den Schichten die größere Elasticität aufzutreten muß¹⁾; überdies ist das, was ich beim Agate die radiale Durchsplitterung genannt habe, nicht vergleichbar mit der so regelmäßigen und feinen Faserstructur der Asbeste. Das angegebene Resultat wird einfach mit einem Gypsplättchen erhalten, welches die empfindliche Purpurfarbe zeigt und auf welchem die Mittellinie, als Richtung der kleinsten Elasticität bezeichnet ist. Legt man sehr feine Fäserchen auf die Gypsplatte in der Richtung der Mittellinie, so sieht man im polarisirenden Mikroskope die Farbe der Fasern auf Blau und Grün steigen, während sie auf Roth und Gelb herabsinkt, wenn die Fasern senkrecht zur Mittellinie liegen. Gelegentlich mag bemerkt werden, daß man in Nörremberg's Instrument mit großem Polarisationsfeld die Mittellinie des Gypses daran erkennt,

1) Diese Annalen Bd. CXXIII, S. 102.

dafs in ihrer Richtung gegen den Rand des Sehteldes ein Sinken (zu Roth und Gelb), und senkrecht darauf ein Steigen (zu Blau und Grün) eintritt.

Nach Des Cloizeaux¹⁾ hätte der Chrysotil eine zu den Fasern senkrechte *negative* Mittellinie, und die Ebene der optischen Axen wäre den Fasern parallel. Es ist, nach Analogie der Glimmer, nicht undenkbar, dafs Chrysotile verschiedenen Ursprungs auch optisch sich unterscheiden; für den von Reichenstein ist aber nach meinen Beobachtungen die *Faserrichtung zugleich die Mittellinie und der Krystall positio*; Winkel der optischen Axen in der Luft: $16^{\circ} 30'$, Dispersion der Axen unmerklich. Um diefs zu finden, war es aber nöthig, den Stein senkrecht zu den Fasern in dünne Scheiben zu schneiden, was ohne einen besonderen Kunstgriff unmöglich gewesen wäre. Zwei kurze, durchscheinende und möglichst wenig geknickte Säulchen wurden durch Schaben in Cylinderchen von 3 Millimeter Durchmesser verwandelt, mit Siegellak der Länge nach in Glasröhrchen gekittet und nun mit einer Drahtsehne²⁾ in Scheibchen von etwa Millimeter Dicke zerschnitten. Die eine Seite der Scheibchen wurde dann aus freier Hand geschliffen, polirt und mit der so bearbeiteten Fläche auf die Mitte eines quadratischen Gläschens, nebst vier kleinen Glasplättchen gleicher Dicke in den Ecken, festgekittet. Die zweite Fläche konnte so recht sorgfältig behandelt werden, während bei der weniger gut bearbeiteten ersten Fläche der durchsichtige Kitt nachhelfen konnte. Von vier gleichzeitig in Angriff genommenen Präparaten war aber nur eins vollkommen brauchbar; die drei anderen gaben theils kein scharfes, theils gar kein Bild der Ringe, was mit verworrener Krystallisation, Knickung der Fasern oder zu grofser Annäherung an das rohe Gestein zusammenhängen konnte.

Die Bestimmung des optischen Charakters geschah mit der Glimmerplatte von $\frac{1}{4}\lambda$, die des Axenwinkels durch Ver-

1) *Muséol de minéral.* p. 112.

2) Diese Annalen, Bd. CXVIII, S. 263.

gleichung mit andern zweiaxigen Krystallen, wobei dieser Winkel nahe dem des Weisbleierzses in der Luft gefunden wurde. Das in seinem Glasring eingeschlossene Plättchen hat eine Dicke von 0,65^{mm}; unter dem Mikroskop erkennt man neben regellosen Klüftungen auch geradlinige Streifen, die vielleicht den Seiten gerader Prismen entsprechen, an die man doch wohl in erster Linie zu denken Veranlassung hat. Wahrscheinlich fällt die Ebene der optischen Axen in die längere Diagonale der Basis einer rhombischen Säule; doch bin ich in dieser Beziehung nicht sicher, da ich in einigen der geradlinigen Striche Kritze erkannte, die sich über den Glasring fortsetzten, und bei andern, die dies nicht thaten, die Entscheidung zweifelhaft blieb.

Der Versuch, den gewöhnlichen langfasrigen Asbest in gleicher Weise zu behandeln, ist mir vor der Hand wegen der sehr starken Zerklüftung nicht gelungen; jedenfalls ist aber auch hier, wie beim Chrysotil in der Faserrichtung die optische Elasticität kleiner als senkrecht darauf, woraus aber natürlich noch nicht auf Identität der übrigen optischen Verhältnisse geschlossen werden darf.

Tübingen, 6. Jan. 1866.

XIII. *Ueber einen Gasbrenner zur Intonation großer Röhren; von E. Reusch.*

1. Der Gasbrenner, dessen ich mich seit zwei Jahren bediene, um aus Blechröhren von 2^{er} bis 3^{er} Länge und 7^{er} bis 8^{er} Weite anhaltende und schöne Orgeltöne hervorzulocken, ist der Hauptsache nach ein weiter Bunsenbrenner, an dessen oberer Oeffnung ein nach oben convexes Drahtnetz eingesetzt ist ¹⁾. Die Dimensionen meines

1) Der hiesige Mechanicus Erbe hat schon etliche Brenner dieser Art ausgeführt.

Brenners sind folgende: das verticale Hauptrohr hat 17^{mm} inneren Durchmesser und 125^{mm} Länge; es setzt sich mit leichter Reibung auf einen massiven cylindrischen Theil von 25^{mm} Höhe, in welchem auch die Spitze für das ausströmende Gas eingeschraubt ist. Das Rohr enthält unten in einer Höhe von 12^{mm} vom Rohrende anfangend, vier rechtwinkliche Oeffnungen von 12^{mm} Höhe und 6^{mm} Breite, und diesen Oeffnungen entsprechen vier schief eingefeilte Einschnitte in dem massiven Cylinder, durch welche Luft zum Gas treten kann. Die Stelle, wo das Gas ausströmt, liegt 90^{mm} unter dem oberen Rohrende; mit Hahn und Fußplatte beträgt die Höhe des ganzen Brenners 200^{mm}. Zur Herstellung der Netzkappe wird aus einem eisernen Drahtnetz von 170 bis 200 Maschen auf das Quadratcentimeter eine Scheibe von 4^{mm} Durchmesser ausgeschnitten, dieselbe ausgeglüht und nun mit Hilfe eines cylindrischen halbkuglich endigenden Holzstücks von etwas kleinerem Durchmesser als das Rohr in das letztere eingetrieben; wo es durch Reibung festhält. Die Kuppe des Netzes kommt ungefähr in die Ebene der oberen Oeffnung zu liegen.

Das Blechrohr, welches zum Tönen gebracht werden soll, befindet sich, durch ein Stativ vertical gehalten, mit seinem unteren Ende in einer Höhe über dem Tische, welche die Höhe des Brenners (200^{mm}) um etwa 30^{mm} übertrifft, so daß der außerhalb angezündete und regulirte Brenner auf dem Tisch unter das Rohr geschoben und nachher durch einen untergesetzten Holzcylinder so weit im Rohr gehoben werden kann, daß die Flamme 5 bis 7^{mm} über dessen unterer Oeffnung steht. Der untere Theil meines Blechrohrs von 1,8^m Länge ist mit einem gläsernen cylindrischen Ansatz von 11^{cm} Länge versehen, damit man die Flamme sehen kann; das Rohr giebt das unterste Fis meines Harmoniums, entsprechend 94 Vibrationen in der Sekunde.

Die Regulirung des Brenners erfordert einige Uebung: man läßt anfangs reichlich Gas zuströmen, zündet an und läßt den Brenner gehörig heiß werden; nachher reducirt

man den Gaszufluss am Brennerhahn oder viel besser an einem weiter zurückliegenden Hahn, bis die Flamme nur noch etwa 2^{cm} hoch ist. Hierbei hat sich ein anfangs im Innern der Flamme aufgetretener grüner Lichtkegel allmählich herabgesenkt und sich als grüner Lichtring in den Raum zwischen Netz und Rohrende gelegt. (Manchmal fängt der Brenner in diesem Zustand an zu summen, und thut es unfehlbar bei weiterer, hier nicht in Betracht kommender Reduction des Gaszuflusses.) Führt man jetzt den Brenner ins Blechrohr, so ertönt gewöhnlich das Rohr unmittelbar; sollte dies nicht eintreten, so halte man die flachen Hände einige Zeit unter die Röhröffnung und der Ton wird sicher kommen. Man könnte statt dessen auch am Brennerrohr eine Pappscheibe anbringen, aber der Ton erhält dadurch etwas Rauhes. Bei einiger Uebung im feinen Nachreguliren des Gaszuflusses gelingt es immer, auch ohne diese Scheibe, den Ton zu bekommen und beliebig lang constant zu erhalten. Beim normalen Tönen glüht das Netz fortwährend und macht im Dunkeln den Eindruck einer Erdbeere, die von einem grünen Lichtring umflossen ist; ein schwach violetter Lichtpinsel erhebt sich wenige Millimeter über das Rohr.

Der so hervorgebrachte Ton ist vermöge der Menge harmonischer Obertöne, die ihn begleiten, von einer Fülle wie sie kaum ein anderes musikalisches Werkzeug hervorzubringen im Stande ist. Der einfache Sirenenton erscheint ihm gegenüber dumpf und leer. Nicht leicht hört Jemand den Ton ohne zu fragen, ob es nicht möglich wäre, eine Gasorgel nach diesem Princip zu construiren. Nun giebt es zwar kaum ein kräftiger wirkendes Mundstück, um ein verticales offenes Rohr zu intoniren, als einen solchen Brenner; aber die Sicherheit des Ansprechens bei Einführung des regulirten Brenners in das Rohr ist nicht groß genug, auch kann das Summen der Brenner außerhalb des Rohrs stören. Dagegen glaube ich, daß durch gleichzeitige Intonation dreier zum Accord gestimmter Rohre von großem

Dimensionen einen mächtiger Effect hervorgerufen werden könnte.

2. Beobachtet man im Dunkeln die im Rohr schwingende Flamme im rotirenden oder nur mit der Hand rasch hin und her gedrehten Spiegel, so giebt das glühende Netz ein dunkelrothes Band, an welchem in gleichen Abständen hellgrüne Ringe angefaßt erscheinen. Bei genauerer Betrachtung sieht man, wie sich von Ring zu Ring ein schwach blaues Band über dem rothen wellenförmig hinzieht, entsprechend dem Auf- und Abflackern des oberen Theils der Flamme. Die größte Breite des blauen Bandes findet sich in der Nähe der grünen Ringe. Die Schärfe, mit der die letzteren im Spiegel erscheinen, deutet darauf hin, daß die Zeittheile, während welcher die Flamme das intensive grüne Licht ausstrahlt, ziemlich klein sind im Vergleich mit der Dauer einer ganzen Pulsation. Das schöne grüne Licht rührt nicht etwa von dem Kupfer des Messingrohrs her, denn es erscheint auch in einem gläsernen Brenner; überdies zeigt die Spectralbeobachtung, daß es sich um das Grün des Kohlenwasserstoffspectrums handelt.

3. In dem Zustand, in welchem der Brenner für's Tönen regulirt ist, eignet er sich noch zu einer anderweitigen Demonstration: läßt man nämlich in die Flamme einen seitlich gehaltenen rechtwinklich umgebogenen Platindraht bis in die Nähe des Netzes vertical hineinragen, so kommt der Draht bald zum Glühen, denn die kleine Flamme ist sehr heiß und ein Silberdraht schmilzt leicht darin. Quetscht man nun den Gasschlauch zusammen, so erlischt die Flamme und der Draht hört auf zu glühen. Läßt man nach einigen Sekunden wieder Gas zu, so beginnt der Draht wieder zu glühen, ohne daß die Flamme sich entzündet. Die Wiederentzündung der Flamme kann aber bei lebhaft glühendem Drahte leicht durch sanftes Behauchen desselben herbeigeführt werden. Vermehrt man den Gaszufuß, so überwiegt in den unteren Theilen des Drahtes die abkühlende Wirkung des zuströmenden Gases; die glühende

Partie steigt in die Höhe, kann aber durch Verminderung des Gaszuflusses wieder herabgezogen werden.

Ein in der Weise (nach ausgequetschter Flamme) glühender gerader Platindraht könnte, bei gehörigem Schutze gegen Luftströmungen, bei manchen Versuchen als Lichtlinie dienen; in Form einer Spirale würde der Draht eine leuchtende Wärmequelle abgeben, wie sie gewöhnlich mit Hilfe einer Alkohollampe erhalten wird. Selbst ebene Platinstreifen von 12^{mm} Breite bleiben nach Ausquetschen der Flamme auf eine Verticalstrecke von mehreren Centimetern in lebhaftem Glühen; es dürfte aber ein cylindrisch gebogenes Blech von etwa 10^{mm} Durchmesser und 50^{mm} Höhe, das nahe über dem Netze schwebend erhalten wird, noch mehr zu empfehlen seyn. Im Fall der Spirale und des Blechs, verträgt der Brenner einen viel bedeutenderen Gaszufluß.

Tübingen, 7. Jan. 1866.

XIV. Die chemische Zusammensetzung des Magneisens aus dem Pfischthale; von E. Söckting in Berlin.

Wenn gleich die chemische Zusammensetzung des Magneteisens nach den meisten Analysen durch die Formel Fe_3FeO_4 dargestellt wird, so sollen doch einzelne Varietäten vorkommen, denen eine andere Zusammensetzung eigen sey. So soll nach v. Kobell's Analysen das cylindrische Magneteisen vom Schwarzenstein im Zillertale mehr einer Verbindung aus drei Aequivalenten Eisenoxydul auf vier Aequivalente Eisenoxyd entsprechen. Aehnlich ein schaliges Erz von Arendal.

Wie G. Winkler (Vierteljahresschr. f. prakt. Pharm. V, 241; Rammelsberg, Handb. der Mineralchem., 158) an-

giebt, sollen die anscheinend frischen Octaëder aus dem Pfitschthale in Tirol 19,66 Proc. Eisenoxydul gegen 79,66 Proc. Eisenoxyd enthalten, also ungefähr ein Aequivalent Oxydul auf zwei Aequivalente Oxyd ($18,37 \text{ Fe} : 81,63 \text{ Fe}$).

Durch Hrn. Prof. G. Rose erhielt ich mehrere wohl ausgebildete Cylinder aus dem Pfitschthale und wählte davon eins zur Untersuchung, welches die schärfsten Kanten und die glänzendsten, glattesten Flächen besaß, wie man sie nur wünschen kann. Das Pulver wurde vom Magneten stark und völlig angezogen. Dasselbe wurde unter einer Atmosphäre von Kohlensäure in Schwefelsäure gelöst und mit Chamäleonlösung (1 Cub.-Centim. = 2,682^{er} Eisen = 3,448^{er} Eisenoxydul) titirt. Von diesen ist verbraucht auf

$$\begin{aligned} 377,7^{\text{er}} \text{ Pulver } 33,9 \text{ CC.} &= 90,92 \text{ Fe} \\ &= 116,89 \quad = 30,94 \text{ Proc. Fe} \end{aligned}$$

Dr. Finkener, welcher einen andern Antheil desselben Pulvers titirte, wandte an auf

$$\begin{aligned} 679,6^{\text{er}} \text{ Pulver } 60,6 \text{ CC.} &= 162,53 \text{ Fe} \\ &= 208,97 \quad = 30,75 \text{ Proc. Fe.} \end{aligned}$$

Da die Formel Fe Fe 31,03 Proc. Fe verlangt, so dürfte dieselbe hiernach auch für das untersuchte Magneteisen aus dem Pfitschthale Geltung haben.

**XV. Nachtrag zu dem Aufsatz: Ueber die Zusammendrückbarkeit der Kohlensäure und der atmosphärischen Luft bei 100°;
von P. Blaserna¹⁾.**

(Briefliche Mittheilung von dem Hrn. Verfasser.)

Palermo 6. Dec. 1865.

In diesem Augenblick — December 1865 — finde ich in diesen Annalen, Bd. 116, S. 429 einen Aufsatz von Hrn. Dr. Schröder van der Kolk, betitelt: Ueber die Abweichungen der wirklichen Gase vom Mariotte'schen Gesetze, worin der Verfasser eine der meinigen sehr ähnliche Methode befolgt, und zu ungefähr ähnlichen Resultaten gelangt. Meine Methode, welche übrigens sehr einfach und natürlich ist, und in den Arbeiten Regnault's, öfters, wenn auch vag. angedeutet ist, habe ich schon im Jahre 1861 entwickelt und am Schlusse des Jahres Hrn. Regnault brieflich mitgetheilt, selbige dann im Congress von Siena im September 1862 veröffentlicht, wie man aus dem *«Diario del X. Congresso»* ersehen kann. Ich führte die dazu gehörigen Rechnungen nicht aus, weil die damals bekannten Ausdehnungscoëfficienten für Luft und Kohlensäure mir nicht hinreichend schienen, um mit einiger Sicherheit Schlüsse aus ihnen zu ziehen, und wartete auf die Veröffentlichung des zweiten Bandes der Regnault'schen Untersuchungen, von denen ich wußte, daß sie viel zahlreichere Bestimmungen des Ausdehnungscoëfficienten bei constantem Druck enthalten würden, da ich selbst die Ehre hatte, an jenen Bestimmungen in Regnault's Laboratorium Theil zu nehmen. Ich sage dies, nicht um Hrn. Schröder van der Kolk die Priorität seiner Arbeit abzustreiten. Seine Arbeit wurde einige Monate früher — Mai 1862 —, als meine erste Notiz veröffentlicht und gehört folglich ganz ihm. Aber da meine Betrachtungen auf

1) Ann. Bd. 126, S. 594.

einer viel ausgedehnteren experimentellen Basis beruhen, wird man sie, wie ich hoffe, nicht ohne Interesse durchgehen, wie ich es auch überhaupt ganz dem Leser überlasse, zu entscheiden, ob und wie viel Originelles noch in meinem Aufsatze übrig geblieben sey.

XVI. Ueber die Ermittlung des Refractions- aequivalentes der Grundstoffe; von A. Schrauf.

(Aus d. Anzeiger d. Wien. Akad. 1865, No. XI, vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß der bereits von Newton und Laplace aufgestellte Ausdruck für das Brechungsvermögen

$$m = \frac{n^2 - 1}{d}$$

sich als richtig bewährt und die Abhängigkeit der Lichtfortpflanzung (ausgedrückt durch den Brechungsexponenten n) von der Dichte d genügend darstellt, wenn auch die Dispersion berücksichtigt wird. Ich habe daher vor längerer Zeit unter der Voraussetzung, daß

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

die Formeln

$$M = \frac{A^2 - 1}{d} \quad N = \frac{B}{d^2}$$

aufgestellt, wo erstere das Refractionsvermögen, letztere das Dispersionsvermögen bezeichnet.

Die Kenntniß dieser Function ermöglicht ferner auch die Abhängigkeit der Fortpflanzung des Lichts von der chemischen Zusammensetzung zu berücksichtigen. Es zeigte sich, wenn man das Product des Atomgewichts P in m also $Pm = M$ das Refractionsaequivalent nennt, daß M einer Verbindung die Summe der einfachen oder multiplen M der Bestandtheile in der Form ist

$$M(a+b+c\dots) = M(a) + M(b) + M(c) \dots$$

wobei die für die verschiedenen Aggregatzustände eines Stoffes geltenden Refractionsaequivalente M in einfachen multiplen Verhältnissen stehen. Die Anwendung dieses Satzes — namentlich auf binäre Verbindungen — erlaubte

aus dem vorhandenen Beobachtungsmaterial, welches der Verf. durch eigene Beobachtungen theils vermehrte, theils für seinen Zweck ergänzte, die Refractionsaequivalente einer großen Zahl von Grundstoffen abzuleiten, eine Zahl also zu finden, welche den optischen Charakter einer Verbindung — analog wie die Atomgewichte den chemischen — quantitativ festsetzt und voraus berechnen läßt.

Mit Zugrundlegung der Atomgewichte ($H=1$; $O=16$) wurden nachfolgende Werthe der Refractionsaequivalente von 33 Grundstoffen für deren (g) gas- oder dampförmige, (f) feste oder flüssige, (m) metallische Zustände gefunden, wobei das Refractionsaequivalent des Wasserstoffs $M(H) = 0,004050 = 1,01$ oder $0,00400 = 1$ gesetzt ist.

Aluminium	f	5,85	Phosphor	g	4,85
Antimon	m	76,35	"	f	18,88
Arsen	g	4,09	Quecksilber	g	7,95
"	f	12,39	"	f	18,99
Baryum	f	10,98	"	m	99,37
Blei	m	89,50	Sauerstoff	g	1,98
Bor	f	6,00	Schwefel	g	3,96
Brom	f	10,86	"	f	16,13
Calcium	f	7,74	Selen	m	30,11
Kadmium	f	11,72	Silber	m	34,09
Chlor	g	5,56	Silicium	f	8,81
Eisen	m	33,89	"	m	32,77
Fluor	f	1,00 (?)	Stickstoff	g	2,10
Iod	f	19,03	Strontium	f	8,50
Kalium	f	4,77	Titan	f	31,98
Kohlenstoff	f	5,06	Wasserstoff	g	1,0
Kupfer	m	18,01	Wismuth	m	81,62
Lithium	f	3,25	Zink	f	7,87
Magnesium	f	7,38	"	m	21,75
Natrium	f	3,71	Zinn	f	19,88

Diese gewonnenen Zahlen erlauben mehrere Vergleiche über die Aehnlichkeit des optischen und chemischen Charakters der Elemente.

**I. Vergleichende Versuche über die Leistungen
der Influenz-Maschine mit und ohne
Metall-Belegung;
von Dr. A. Töpler in Riga.**

In einer Notiz dieser Annalen Bd. 125, S. 469, berichtete ich über die Wirkung eines kleinen Influenz-Apparates, welcher in Bezug auf quantitative Effecte in mancher Beziehung die Elektrirmaschine mit Vortheil zu ersetzen vermag. Es wurden Versuche mit einem vervollständigten Apparate der Art einer späteren Veröffentlichung vorbehalten.

Seit jener Zeit hatte ich Gelegenheit, die Apparate in Augenschein zu nehmen, welche gleichzeitig von Hr. W. Holtz in Berlin nach analogen Principien construiert worden sind. Hr. Holtz hat später über die Erfahrungen mit seinen Apparaten (Bd. 126, S. 157) Mittheilung gemacht, und nachgewiesen, daß sich nach jenem Princip der Electricitätserregung durch Influenz auch beträchtliche Spannungs-Effecte mit Vortheil erzielen lassen ¹⁾.

Dieser günstige Umstand veranlaßte mich, bei späteren Versuchen über die quantitative Leistungsfähigkeit derartiger Apparate die Vorschläge und Erfahrungen von Hrn. Holtz in Rücksicht zu ziehen. In Folgendem theile ich die Resultate einiger Versuche mit, welche mir geeignet

1) Die erste Veröffentlichung über den von mir construierten Influenz-Apparat findet sich bereits in No. 4 der Riga'schen Zeitung, d. d. 7. Januar 1865, woselbst Dr. Nauck über eine Reihe von Versuchen berichtet, welche ich dem hiesigen naturforschenden Vereine vorführte.

erscheinen, die wesentlichen Unterschiede nachzuweisen, welche aus der Anwendung von rotirenden Isolatoren an Stelle von Metallbelegungen hervorgehen. Obgleich in der Theorie der Influenz-Apparate nach beiden Systemen noch manche Erscheinungen einer befriedigenden Erklärung vorläufig nicht zugänglich sind, so scheint mir doch der Gegenstand schon deshalb von einigem Interesse zu seyn, weil durch den Influenz-Apparat vielleicht der unmittelbarste Weg angedeutet seyn dürfte, durch mechanische Arbeit elektrische Wirkungen zu erzielen.

Um, wie bereits hervorgehoben, einen möglichst fehlerfreien Vergleich zwischen dem Systeme nach Holtz und dem meinigen anstellen zu können, verschaffte ich mir einen Apparat, welcher sich mit Leichtigkeit theilweise oder ganz auseinander nehmen läßt, so daß man nach Belieben Metallbelegte oder isolirende Scheiben einsetzen kann; denn hierin beruht der hauptsächlichste Unterschied zwischen der neueren Holtz'schen Construction und meinen Vorschlägen. Der Apparat ist in Fig. 1 Taf. III möglichst getreu dargestellt, jedoch sind sämtliche Dimensionen in der Richtung der Axe nq auseinander gezogen, so daß die Uebersichtlichkeit nicht gestört wird. Der ganze Apparat besitzt bei sehr kräftiger Wirksamkeit doch verhältnißmäßig kleine Dimensionen. Beschreiben wir zunächst seine Anordnung für rotirende Isolatoren. Auf einem Fußbrett W von nur 2 Fuß 11 Zoll Länge und 1 Fuß 7 Zoll Breite sind die Ständer r und s dazu bestimmt, verstellbare Lagerschrauben zu tragen, in welchen die Stahlaxe nq mittelst feiner Spitzen läuft. Ein Schnurlauf tu gestattet, die vier Glasscheiben a, b, A, B , in der Richtung des Pfeiles in rasche Rotation zu versetzen. Jede der Scheiben ist durch eine Fassung von Kammmasse auf der Axe so befestigt, daß man die Scheiben sehr leicht auf die Axe aufschieben und wieder entfernen kann, um sie durch andere zu ersetzen. Fig. 4 zeigt eine solche Fassung in etwa $\frac{1}{2}$ natürlicher Größe. Das Stück a umschließt nur einseitig die Axe ziemlich dicht, während an der andern

Seite vier Messingschrauben *bb* es ermöglichen, die Scheiben, welche zwischen *a* und *c* eingeklemmt sind, zu centriren. Nach der Centrirung können die versenkten Schraubenköpfe durch einen aufgeschobenen Wulst *d* von Kammmasse verdeckt werden, so daß ihre ableitende Wirkung auf die in der Nähe befindlichen Conductoren vermieden ist. Kehren wir zu Fig. 1. Taf. III zurück, so befinden sich zwischen den grösseren Scheiben *A, B* zwei feststehende halbkreisförmige Scheiben *C, D*, welche etwa 30 Mllm. voneinander abstehen und ausserhalb die runden Scheiben *AB* um $1\frac{1}{2}$ Zoll überragen. Dieselben sind durch drei entsprechend eingeschnittene Stäbe aus Kammmasse *J* festgehalten und ruhen mittelst Glasfüßen am vortheilhaftesten auf einem Schlitten *M*. Aus der Figur ist ersichtlich, daß sich dieser Schlitten mit den ruhenden Scheiben vermöge der geneigten Stellung der Letzteren seitlich aus dem Apparat hervorziehen läßt, ohne sonst etwas an dem selbigen zu verändern. Dasselbe gilt von den kleineren halbkreisförmigen Scheiben *c, d*, welche, auf ähnlichen Kammmassestäben *i* ruhend, durch den Schlitten *m* hervorgezogen werden können. Durch die Verstellbarkeit der rotirenden Scheiben ist es nun leicht möglich, dieselben sehr nahe an die ruhenden Scheiben heranzubringen.

Der auf der rechten Seite des Apparates befindliche, durch große Buchstaben ausgezeichnete Theil des Apparates macht für sich allein ein Ganzes aus und entspricht mit unbelegten Glasscheiben genau der Anordnung, wie sie von Hrn. Holtz bereits im grösseren Maaßstabe ausgeführt und auf Fig. 5 Taf. I des Bd. CXXVI verzeichnet ist. Während die Scheiben *AB* vollkommen unbelegt bleiben, sind die ruhenden Scheiben auf der innern Seite (bei *N* und *Q*) mit kreisförmigen Papierbelegen versehen, welche mit der Klemmschraube *K* leitend verbunden sind. Auf der Außenseite der rotirenden Scheiben sind die isolirten Klemmschrauben *E* und *F* so aufgestellt, daß zwei hufeisenförmige Metallbügel, deren einer Schenkel mit Spitzen versehen ist, den rotirenden Scheiben beliebig genähert

werden können, so daß die Spitzen den inneren Papierbelegungen gerade gegenüberstehen. Die richtige Stellung läßt sich leicht durch Drehung der Bügel um den kürzeren Schenkel erreichen. Wird während der Rotation des Apparates die Klemmschraube *K* mit einer Elektrizitätsquelle von hinreichender Spannung (bei regelmäßiger Thätigkeit des Apparates mit einer der Klemmen *k* oder *l* links) verbunden, so werden die rotirenden Scheiben in der durch Hrn. W. Holtz erläuterten Weise auf der Außenseite entgegengesetzt erregt, sobald *E* und *F* mit der Erde in dauernde Verbindung gebracht werden. Der untere, unbelegte Theil der Scheiben *C* und *D* spielt hierbei eine Rolle, welche der Function des Seidenzeugs analog ist, welches man an die Kissen der Elektrisirmaschine zu befestigen pflegt. Aus dem auf einem besonderen Stativ ruhenden Conductor *H*, welcher mit den Saugscheiben *G* den rotirenden Scheiben gegenübersteht; lassen sich mehr oder minder kräftige Funken ziehen je nach der Ladung von *K*. Die ganze Anordnung ist übersichtlich aus dem Grundriß Fig. 3 Taf. III zu ersehen; jedoch ist hier der Conductor zu einem später zu beschreibenden Zwecke durch ebenfalls isolirte Klemmen *X* und *Y* und einen Verbindungsbügel *Z* ersetzt.

Der links befindliche, durch kleine Buchstaben ausgezeichnete Theil des Apparates ist analog gebaut. Hier sieht man bei *e* deutlich eine der inneren Papierbelegungen. Es hat jedoch hier jede Belegung ihre besondere Klemmschraube (*k* und *l*). Der mit Spitzen versehene Hufeisen-drähte sind hier vier angebracht; *e* und *f* dienen als Lader *h* und *g* (auf der hintern Seite der Scheibe *a*) als Sauger. Die verschiedenen Klemmschrauben sind nun durch Metall-drähte so verbunden, daß das ganze System bei der Rotation ähnlich fungiren muß, wie der von mir Bd. 125, S. 475 bis 478 beschriebene Influenz-Elektromotor. Ein bei *k* und *l* mitgetheiltes kleines Quantum Elektrizität wird sich bis auf einen bestimmten Maximalwerth fort und fort verstärken, so daß man damit in der schon erläuternden

Weise experimentiren kann. Wie dies bei der verzeichneten Drahtverbindung möglich ist, läßt sich am bequemsten aus dem Grundriß Fig. 3 Taf. III ersehen. Denkt man sich vorläufig die Lader *e* und *f* (Fig. 3) mit der Erde verbunden, so wird, wenn *k* etwa positiv geladen ist, diese Ladung sich der Belegung *v* mittheilen; der Lader *e* wird also die rotirende Scheibe *a* negativ laden. Diese Ladung kann vermittelt des Sangers *g* benutzt werden, um die Belegung *v* über *l* zu laden. Von *f* aus wird somit die rotirende Scheibe *b* sich positiv laden, welche auf den Sanger *h* gelangend, durch die Drahtleitung nach *k* und *v* geführt wird, um das positive Ausgangsquantum zu verstärken. Da nun, wie man sofort sieht, bei *e* und *f* entgegengesetzte Elektricitäten frei werden, so kann man die Verbindung mit der Erde ganz aufheben und die Klemmschrauben *ef* nur unter einander durch einen Draht verbinden. Es wird sich dann in dem als Beispiel gewählten Falle ein continuirlicher Strom von *e* nach *f* ausbilden. Sämmtliche Verbindungsdrähte sind hierbei durch einen dicken Guttapercha-Ueberzug vor Verlusten geschützt.

Hr. Holtz hat dieses System auf eine sehr sinnreiche und compacte Weise in dem Apparate vereinigt, dessen Beschreibung sich in oben citirter Abhandlung findet. Er unterscheidet sich außerdem noch durch manches Eigenthümliche, worauf weiter unten noch zurückgekommen werden soll. Mich bewogen hauptsächlich zwei Gründe, die einfachere Holtz'sche Anordnung für die vorliegenden Versuche nicht anzuwenden. Zunächst wollte ich den Influenz-Apparat sowohl mit metallbelegten als unbelegten Scheiben prüfen. Die Holtz'sche Modification läßt sich aber nicht unmittelbar auf belegte Scheiben übertragen. Dann war es mir wünschenswerth, bei vorliegenden Versuchen alle Organe des Apparates möglich von einander getrennt zu halten, um mögliche Irrthümer und Verwechslungen fern zu halten.

Für den Gebrauch des Apparates im vorliegenden Falle muß ich noch eine eigenthümliche Eigenschaft besprechen,

welche in meiner ersten Abhandlung über den Gegenstand unerwähnt gelassen wurde. Denkt man sich in Fig. 3 Taf. III den linken Theil in der oben vorausgesetzten Weise bei k positiv geladen, so stellt sich nach einigen Rotationen ein gewisser Gleichgewichtszustand her. Je nachdem man nun den einen oder andern Theil des Systems ableitend mit der Erde verbindet, lassen sich nun mehrere Fälle unterscheiden:

- 1) Bleiben die Klemmschrauben k und l isolirt, so werden sie im Allgemeinen gleiche, aber entgegengesetzte Spannung zeigen, während auf dem Draht von e bis f die Spannung Null bleibt. Es ist also hierbei gleichgültig, ob die Leitung ef mit dem Boden verbunden ist, oder nicht.
- 2) Wird aber die eine der Papierbelegungen z. B. v durch Berührung bei k oder h ableitend mit der Erde verbunden, so steigt sofort die Spannung auf der Klemmschraube l auf etwa das Doppelte, wie die vergrößerte Funkenlänge, welche man dort erhalten kann, sofort zeigt. Gleichzeitig zeigt nun auch der Draht ef Spannungserscheinungen, welche auf eine mit l gleichnamige, also in unserem Falle negative Ladung schließen läßt. Es ist jedoch die Spannung auf ef weit schwächer als die auf l . Das Umgekehrte tritt ein, wenn man l ableitend berührt. Hört die Ableitung bei k auf, so stellt sich nach einiger Zeit der Gleichgewichtszustand unter No. 1 wieder her.
- 3) Der Apparat entladet sich fast augenblicklich, wenn k und l leitend verbunden werden. Langsamer entladet er sich, wenn man zugleich h mit ef oder l mit ef ableitend berührt.

Diese Erscheinungen, welche im Entfernten an die Eigenthümlichkeiten der Säule mit offenen oder einseitig abgeleiteten Polen erinnern, lassen sich aus der Theorie ungezwungen und leicht erklären. Für die folgenden Versuche ist es nun wichtig, hervorzuheben, daß die besprochenen Eigenthümlichkeiten genau in derselben Weise für

Apparate mit unterbrochener Metallbelegung gelten. Man kann sich sofort davon überzeugen, daß bei dem Bd. 125 S. 475 beschriebenen Apparat ¹⁾, wenn nur den obigen

- 1) In dem oben citirten Aufsatz habe ich Seite 483 bis 489 den Versuch einer mathematischen Entwicklung für das Steigerungsverhältniß der Ladung mitgetheilt. Für die Leser jener Abhandlung sehe ich mich veranlaßt, hier eine nachträgliche Bemerkung beizufügen. Selbstverständlich kann jeder Versuch nur als eine rohe Annäherung an den theoretischen Sachverhalt betrachtet werden. Es ist jene Theorie nur aus dem Wunsche hervorgegangen, die nicht ganz einfachen Vorgänge bei der Thätigkeit des Influenzelektromotors wenigstens einigermaßen durch Rechnung zu verfolgen und, wenn auch entfernte, constructive Anhaltspunkte zu gewinnen. Der Einfachheit halber habe ich daher die veraltete Anschauung von der gebundenen Elektrizität beibehalten. In wissenschaftlicher Strenge sind die bei der erwähnten Theorie gemachten Voraussetzungen nicht vollkommen stichhaltig. So dürfte z. B. der Coefficient α , welchen ich Seite 489 den Influenz-Modul nannte, nicht als vollkommen constant anzunehmen seyn. Zwar wird man sich durch genauere Betrachtung des an jener Stelle besprochenen Apparates überzeugen, daß bei der Ladung eines jeden der beiden Flächenpaare der letzte Moment, bevor die Contactfedern die Belegungen verlassen, der maßgebende Augenblick ist. Für diesen Augenblick ist aber die relative Lage der Zu- und Ableitungsdrähte in Bezug auf die Flächen stets dieselbe. Aus diesem Grunde kann die Verstärkungszahl für ein und dasselbe Flächenpaar allerdings in aller Strenge als constant angenommen werden. Allein in der citirten Entwicklung wird die Größe α für beide Flächenpaare bei gleichem Abstände als constant vorausgesetzt. Durch nachherige Vergleichung mit den Resultaten, welche Riess in seinen vortrefflichen Arbeiten über den elektrischen Aufsammlungsapparat gewonnen, ergaben sich jedoch solche Unterschiede in der Verstärkungszahl für Flächenpaare verschiedener Größe, daß die letzterwähnte Voraussetzung kaum annähernd als gerechtfertigt erscheint. Die theoretische Entwicklung Bd. 125, Seite 489 läßt sich daher nur mit aller Strenge durchführen, wenn entweder gleich große Flächenpaare vorausgesetzt sind, oder für jedes der beiden Flächenpaare eine resp. zwei besondere Constanten eingeführt werden, deren Ermittelung durch Zuhilfenahme einer größeren Reihe von Beobachtungen ermöglicht ist. Allein ich halte eine besondere theoretische Entwicklung nach dieser Richtung für überflüssig, da, wie aus vorliegender Abhandlung zur Genüge hervorgeht, die Benutzung des Regenerators sich in der Praxis ganz anders gestalten wird, als es in meiner ersten Abhandlung vorausgesetzt war, wo der Apparat als stromgebendes System für sich allein ins Auge gefaßt wurde. Der Unterschied, welcher sich zwischen dem von mir für α ermittelten

Verhältnissen entsprechende Verbindungen hergestellt werden, dieselbe Reihenfolge von Erscheinungen auftritt, wie sie für unbelegte Scheiben geschildert wurde.

Aus der bisherigen Auseinandersetzung ist nun klar, daß man den Papierbelegungen der großen ruhenden Scheiben *C* und *D* Fig. 1 Taf. III leicht eine positive oder negative Ladung geben kann, wenn man sie vermittelst der Klemmschraube *K* mit *k* oder *l* verbindet. Man wird alsdann bei der raschen Rotation von *abAB* einen sehr lebhaften Funkenstrom zwischen dem Conductor *H* und einem Funkenzieher erhalten, welchen man mit *EF* leitend verbindet. Derselbe Strom wird unbeschadet der Thätigkeit des Apparates fort dauern, wenn man den Funkenzieher dem Conductor bis zur Berührung nähert. Der Strom von *H* nach *E* und *F* wird dann thatsächlich ein continuirlicher. Um Weitläufigkeit zu vermeiden, soll in der Folge das Scheibenpaar *a* und *b* nebst Zubehör als »Generator«, die Scheiben *AB* jedoch mit dem Namen »stromgebende Scheiben« bezeichnet werden.

Fig. 2, Taf. III veranschaulicht mit Hinweglassung alles Nebensächlichen die Anordnung des Apparates, wie sie sich nach Vertauschung der unbelegten Scheiben mit belegten herstellt. Man wird auf den ersten Blick darin die Anordnung wieder erkennen, welche ich bereits Bd. 125 S. 494 in Vorschlag gebracht habe. Ich habe jedoch diesmal die Belegungen auf den rotirenden Scheiben *A'*, *B'*, *a'*, *b'* durchgehend auf der äußeren Seite (d. h. der von den ruhenden Scheiben angewendeten) angebracht, wodurch die zu erzielende Spannung etwas größer wird. Gleichzeitig war diese Vorsichtsmaßregel nothwendig, um die Resultate beider Apparate miteinander vergleichbar zu machen. Jede Scheibe besitzt zwei von einander getrennte, halbkreisförmige Segmente, deren Form aus Fig. 2 Taf. III deutlich er-

Zahlenwerth und den Verstärkungszahlen nach Riefs ergeben, wenn man beide auf denselben Begriff zurückführt, erklären sich außer aus obigem noch aus dem Umstande, daß der trennende Isolator bei meinen Versuchen zum Theil aus Luft, zum Theil aus Glas bestand.

sichtlich ist. Die Breite des isolirenden Zwischenraumes zwischen den Segmenten beträgt, bei den großen Scheiben 59^{mm}. Die Belegungen stehen ferner vom Rande der Scheiben allseitig um 6^{mm} ab, um Verluste nach den ruhenden Scheiben *C', D'* zu vermeiden. Außerdem ist jede Scheibe um die Axe herum bis auf einen Durchmesser von 100^{mm} unbelegt gelassen. Die ruhenden Scheiben *C', D'* und *c, d'* sind auf der inneren Seite ebenfalls mit Belegen versehen, welche genau die Form und Gröfse wie jene der rotirenden Scheiben haben. In der Nähe des Randes schleifen auf den rotirenden Scheiben Contactfedern, welche in die Klemmschrauben *E', F'* eingesetzt werden können, und nach früheren Angaben construirt sind. Sie dienen als Lader, während auf der entgegengesetzten Seite die Klemmschrauben *Y', X'* die freiwerdende Ladung aufnehmen. Die Stellung der Federn ist so zu reguliren, daß je zwei zu einer Scheibe gehörige Contactfedern zu gleicher Zeit die Unterbrechungsstellen passiren und zwar in dem Augenblicke, in welchem die Unterbrechungsstelle dem Rande der ruhenden Scheibe gegenüber steht. Bei den Scheiben *A', B'* waren die Unterbrechungstreifen zu einander parallel gestellt aus einem später zu besprechenden Grunde. Der links befindliche Theil des Apparates Fig. 2 Taf. III ist, wie man ohne Erläuterung sieht, analog construirt und dient als metallbelegter Generator.

Bei den folgenden Versuchen wurden im Ganzen also acht Scheiben benutzt, 4 unbelegte und 4 belegte. *A, B* und *A', B'* hatten genau gleichen Durchmesser und zwar: 395^{mm} der Durchmesser der vier kleineren Scheiben war 260^{mm}. Zu sämtlichen Scheiben wurde gut isolirendes, möglichst gerades, belgisches Fensterglas benutzt und namentlich bei den größeren Scheiben auf möglichst gleiche Dicke gesehen. Ich habe dieselbe Erfahrung gemacht, welche Prof. Poggendorff im Bande 126, S. 309 mitgetheilt, daß nämlich das dünne, im Handel vorkommende Spiegelglas vollständig unbrauchbar ist, wenn man es nicht mit gut isolirendem Firniß überzieht. Es mußte aus diesem Grunde

eine große Anzahl von Scheiben verworfen werden. Dieses dünne (geblasene) Spiegelglas zeigt auf dem Bruch eine lebhafte bläuliche Färbung. Desgleichen habe ich das hier im Handel vorkommende blaue, finnische Feusterglas verwerfen müssen. Isolirend erwies sich, außer dem belgischen das ordinäre, grüne, russische Feusterglas, welches jedoch wegen ungleichmäßiger Dicke nicht benutzt werden konnte.

Es schien mir nun interessant, die Leistung des Apparats je nach den unter obigen Voraussetzungen möglichen Combinationen zu vergleichen. Zunächst wünschte ich zu constatiren, welchen Einfluß auf die quantitative Leistung der Umstand habe, ob die durch Influenz erregten rotirenden Flächen leitend oder isolirend sind.

Es schien mir zweitens wichtig, zu erfahren, ob die Rotationsgeschwindigkeit der stromgebenden Scheiben einen rückwirkenden Einfluß auf die Ladung der ruhenden Scheiben habe, oder nicht. Es hatte sich nämlich bei einigen Vorversuchen gezeigt, daß eine einmalige Ladung der ruhenden Belege bei K' Fig. 2 Taf. III viel rascher abnimmt, wenn $A'B'$ rotiren, als wenn dieselben stillstehen. Beide Fragen hoffte ich durch eine Versuchsreihe der folgenden Art zu beantworten.

- 1) Ich ließ die metallbelegten Stromscheiben Fig. 2, Taf. III bei verschiedenen Geschwindigkeiten rotiren, während die ruhenden Scheiben bei K' mit einer möglichst constant bleibenden Elektrizitätsquelle in Verbindung standen, welche von dem Apparate unabhängig ist. (Hierzu konnten also nicht die auf derselben Axe befindlichen Generatoren benutzt werden.) Die den verschiedenen Geschwindigkeiten entsprechenden Leistungen der Stromscheiben wurden durch die Lane'sche Maassflasche gemessen und notirt.
- 2) Hierauf wurde bei denselben Geschwindigkeiten der Stromscheiben die Thätigkeit der mit K' in Verbindung stehenden Elektrizitätsquelle successive verän-

dert und die entsprechenden Leistungen ebenfalls gemessen.

- 3) Genau dieselben Versuche wurden wiederholt, nachdem man die belegten Scheiben $A'B'C'D'$ mit den Scheiben $ABCD$ Fig. 1 Taf. III vertauscht hatte, wobei mit aller möglichen Vorsicht derselbe Abstand zwischen den fungirenden Scheiben hergestellt wurde wie oben.

Was die Ausführung der Versuche betrifft, so war dieselbe folgende: Zuerst wurden die *metallbelegten* Scheiben thunlichst nahe bei den ruhenden Scheiben $C'D'$ Fig. 2 Taf. III befestigt, und möglichst senkrecht zur Axe gestellt. Der Abstand zwischen den Außenflächen von $A'B'$ und den innern Flächen von $C'D'$ (Abstand der Metallbelege) wurde mittelst eines Fühlers an 16 verschiedenen Stellen gemessen und das Mittel $= 6,05^{\text{mm}}$ gefunden. Kleinere Abstände wurden vermieden, weil sonst die Anziehung unter dem Einfluß der Ladung so sehr wächst, daß die ruhenden Scheiben in lebhafte Vibration gerathen. Zur Ladung bei K' benutzte ich den schon früher beschriebenen Influenzapparat, da derselbe bei regelmäßiger Drehung sehr constante Wirksamkeit zeigte. Er konnte unabhängig mit verschiedener Geschwindigkeit gedreht werden. Der linke Theil des Apparates Fig. 2 und 1 Taf. III wurde, um Störungen zu vermeiden, ganz weggelassen.

Zur Erzielung constanter oder verschiedener Drehungsgeschwindigkeit waren Fadenpendel aufgehängt, welche durch vorherige Versuche so normirt waren, daß ihre Schwingungszeiten bei kleinen Amplituden genau dem Verhältniß $1:2:3$ entsprachen. Die Umdrehung an den Curbeln der Schnurläufe bei den Stromscheiben und dem oben erwähnten kleinen Generator geschah unabhängig durch zwei Personen. Es ist bei der äußerst leichten Beweglichkeit der Axen durchaus nicht schwierig, in gleichem Zeitmaße mit dem Pendel zu drehen, so daß zuverlässig pro Minute ein Irrthum um eine Kurbelumdrehung nicht vorkommt.

Eine dritte Person zählte die Entladungen der Maafsflasche. Jeder Versuch wurde 5 bis 8 Minuten fortgesetzt und das Mittel der Entladungen pro Minute notirt. Die Art der Verbindung der Maafsflasche ist aus dem Schema Fig. 3, Taf. III zu ersehen. Hierbei wurden folgende Vorsichtsmaafsregeln beobachtet. Um die Verluste an die umgebende Luft möglichst zu beschränken, wurde die Entfernung der Ausladerkugeln nur $= 2,5^{\text{mm}}$ genommen, damit auf den Leitern nie eine beträchtliche Dichte auftreten konnte. Es mufs hervorgehoben werden, dafs während der folgenden Versuche im Abstand der Kugeln nicht das Mindeste geändert wurde. Alle Leitungsdrähte waren dick mit Guttapercha überzogen und ausserdem noch isolirend unterstützt. Bei der energischen Thätigkeit des Apparats folgt aus der kleinen Schlagweite eine beträchtliche Entladungszahl, welche unzählbar wird, wenn nicht die Flasche *P* eine ziemlich große Ladungscapacität besitzt. Die Flasche war daher nur etwa $1,8^{\text{mm}}$ dick im Glase und hatte 494^{mm} äufsere Belegung. Gröfser konnte sie füglich nicht genommen werden, weil die Entladerkugeln sonst zu sehr durch den Funken verändert werden. Um ferner die Entladung bei den raschen Drehungen noch bequem zählen zu können, durfte *K'* nicht zu stark geladen werden. Es wurde daher *K'* mit dem einen Pol des kleinen Generators verbunden, während der andere *nicht* ableitend berührt wurde, (siehe die obige Erörterung).

Die Methode ist allerdings eine mühevollen, die Versuche fielen aber doch so übereinstimmend aus, dafs je zwei aufeinander folgende Minuten eines und desselben Versuchs selten ein Unterschied von mehr als zwei, höchstens drei Entladungen gezählt wurden, wenn auch die Entladungen weit über 100 betrug. Was nun die Wiederholung der Versuche mit unbelegten Scheiben betrifft, so geschah sie in ganz derselben Weise. Um den Abstand der gleich dicken Scheiben hierbei auf die frühere Gröfse zu bringen, benutzte ich folgendes Mittel. Bevor die belegten Scheiben gelöst waren, wurden abgerundete, dicke Drähte bei *E'*

und *F* so eingeklemmt, daß ihre freien Enden die Scheiben bei der Umdrehung auf der Außenfläche möglichst dauernd berührten. Waren nun die unbelegten Scheiben nach Herausnahme der Axe aufgesetzt, so dienten jene stehen gebliebenen Drähte als Marken bei der Befestigung. Nachdem auch die ruhenden Scheiben mit den Papierbelegen (*CD*) wieder eingeschoben worden waren, wurde der Abstand wie oben, gemessen. Er wurde als Mittel aus 16 Messungen = 5,84 gefunden. Die Differenz betrug somit + 0,26^{mm}. Bei der Unvollkommenheit der Scheiben verzichtete ich auf eine weitere Berichtigung. Beim Vergleich der Zahlen ist jedoch diese Differenz wohl zu berücksichtigen.

Noch einer nöthigen Vorsichtsmaafsregel muß erwähnt werden, wenn die Resultate irgend wie vergleichbar seyn sollen. Es ist dafür zu sorgen, daß in beiden Fällen, möglichst gleich grofse Theile der Flächen elektrisirt werden. Zu dem Ende wurden bei *E* und *F* (Fig. 3 Taf. III) zwei grofse Lader eingeschraubt, deren Spitzen 6^{mm} vom Rand der Scheiben anfangen und welche sich bis auf 50^{mm} von der Axe erstreckten. Zwei gleich grofse Sauger sind bei *X* und *Y* eingesetzt. Desgleichen wurden die Papierbelege entsprechend gegen die Axe hin verlängert. Auf diese Weise ist der elektrisirte Theil der Glasfläche in beiden Fällen gleich, mit Ausschluss des isolirenden Zwischenraumes zwischen den Metallsegmenten, der sich jedoch in Rechnung ziehen läfst.

Die Versuche ergaben nun folgende Resultate, welche nach obigen ohne Weiteres verständlich sind:

	Kurbeldrehungen pro Min. bei d. Stromsch.	Drehungszahl der Kurbel beim Generator pro Minute		
		29	58	87
I metallisch be- legte Scheiben	29	41,0	40,3	40,6
	58	81,0	81,0	82,2
	87	112,8	116,6	119,0
II unbelegte Scheiben	29	53,5	53,2	54,0
	58	98,6	99,3	101,0
	87	136,2	138,4	140,5

Die Drehungszahl bezieht sich in beiden Tabellen auf die Kurbeln an den Schnurläufen. Das Durchmesserverhältniß der Triebräder u und t Fig. 1 Taf. III war nicht genau dasselbe, als bei dem zu den Versuchen benutzten Generator. Bei u t betrug das Uebersetzungsverhältniß fast genau 1 : 6, beim Generator etwas weniger, etwa 1 : 4,8. Die Stromscheiben vollführten also bei 87 Kurbelumdrehungen etwa 522 Rotationen pro Minute. Es kommt aber offenbar auf die absolute Drehungszahl gar nicht an, da es sich nur um die relative Geschwindigkeit bei Stromscheiben sowohl als Generator handelt.

Berücksichtigt man die Breite der Unterbrechungsstellen welche bei den metallbelegten Scheiben jedenfalls für die Wirksamkeit des Apparats verloren gehen, so hat man die Zahlen der Tabelle II mit dem constanten Factor 0,845 zu multipliciren. Auf gleiche GröÙe der elektrisirten Fläche bezogen lautet also das Ergebnis:

II unbelegte Scheiben.

Kurbeldrehungen pro Min. bei d. Stromsch.	Kurbeldrehungen pro Min. beim Generator		
	29	58	87
29	45,2	44,9	45,6
58	83,3	83,9	85,4
87	115,1	117,0	118,7

Sämmtliche Versuche wurden an zwei aufeinander folgenden Tagen bei ganz gleichbleibenden Aufstellungen der Apparate und auch unter sonst gleichen Umständen vorgenommen.

Betrachtet man zunächst die Tabelle I für sich allein, so sieht man deutlich, daß bei geringer Geschwindigkeit der Stromscheiben die quantitative Leistung von der Drehungszahl des Generators unabhängig ist. Bei großer Rotationsgeschwindigkeit ist dies jedoch nicht der Fall, wie die dritte Horizontalreihe unverkennbar zeigt. Die letzte Verticalcolumnne beweist aber, daß die Leistung als mit

der Drehungsgeschwindigkeit der Stromscheiben proportional betrachtet werden kann, wenn die Thätigkeit des Generators eine hinreichende ist. Es läßt sich diese Eigenthümlichkeit aus inneren Verlusten erklären, welche nur dem metallisch belegten Apparate eigen sind, denn bei den unbelegten Scheiben sind die Werthe in sämtlichen Horizontalreihen ziemlich constant. Außere Verluste z. B. an die umgebende Luft würden sich in anderer Weise geltend gemacht haben. Dieselben würden einerseits nach den bekannten Gesetzen über den Elektricitätsverlust für beide Formen des Apparates gleich seyn und andererseits ist nicht zu erschen, wie dieselben von der Rotationsgeschwindigkeit in so auffälliger Weise abhängig seyn sollten, da der Verlust an die Luft sich nach Dellmann¹⁾ nicht wesentlich ändert, mag nun der Leiter in der Luft oder die Luft um den Leiter bewegt werden. Diese inneren, dem metallbelegten Apparat eigenthümlichen Verluste dürften vielleicht daher rühren, daß die Elektricität an einzelnen Stellen einen Weg über den Rand der rotirenden Scheiben zu den ruhenden findet. Allerdings bemerkt man im Dunkeln an dieser Stelle auch schwache Lichterscheinungen. Außerdem sind Verluste über die Unterbrechungsstellen hinweg wohl nicht zu vermeiden, desgleichen bei belegten Scheiben leichter Verluste nach der Axe hin eintreten können. Bei unbelegten Scheiben sind derartige Verluste zwar auch vorhanden, sie können jedoch nur die Wirkung am Rande, oder in der Nähe der Axe schwächen, während bei belegten Scheiben die ganze Ladung darunter leidet.

Was die Tabelle II betrifft, so ist hier eine Ungleichförmigkeit in sämtlichen Verticalreihen nicht zu verkennen. Es ist, wie man sieht, die quantitative Leistung durchaus nicht proportional der Geschwindigkeit, mit welcher die isolirenden Flächentheile vor den Spitzen des Laders vorbeiziehen. Der Construction der Lader bei E, F Fig. 3 Taf. III kann dies nicht zugeschrieben werden. Die fei-

1) Siehe Dr. F. Dellmann, »Ueber die Gesetzmäßigkeit und die Theorie des Elektricitätsverlustes.«

nen Spitzen standen sehr dicht gedrängt und fast in Berührung mit den Scheiben. Man sieht also, daß der rotirende Isolator sich nicht mit unmessbar großer Geschwindigkeit laden kann, sondern, daß hierzu eine merkliche Zeit erforderlich ist. Das Umgekehrte gilt natürlich auch für die Entladung der unbelegten Scheiben. Es ist dies wohl der wesentlichste Unterschied zwischen den beiden Systemen. Bei den unbelegten Influenz-Apparaten giebt es also eine Gränze, über welche hinaus eine Steigerung der Geschwindigkeit keine Vortheile mehr verspricht. Ferner ist evident, daß bei großer Drehungsgeschwindigkeit der metallisch belegte Apparat überwiegende Leistung zeigen muß. Besonders störend wird jener Umstand hervortreten, wenn der rotirende Isolator abwechselnd sehr rasch entgegengesetzte Ladungen annehmen soll, und dies ist wohl der einzige Uebelstand, welcher dem von Hrn. Holtz beschriebenen, im Uebrigen so sinnreichen Generator anklebt.

Was den Vergleich der einzelnen Zahlen in Tab. I mit den correspondirenden der Tab. II, nach geschehener Reduction auf gleiche Flächenwerthe betrifft, so läßt sich, in sofern überhaupt ein Vergleich zulässig ist, Folgendes zu bemerken. Die Leistung bei unbelegten Scheiben erscheint namentlich in den ersten Horizontalreihen etwas größer, als bei belegten Scheiben. Wenn man diesen Umstand auch nicht aus dem etwas geringeren Abstände der Scheiben (siehe oben) herleiten will, so kann man die Erklärung immerhin in den oben erwähnten inneren Verlusten finden, deren Einfluß sich in der dritten Verticalreihe Tab. I ja nur deshalb ausgleicht, weil die Geschwindigkeit des Generators den Stromscheiben entsprechend gesteigert ist. Im Uebrigen wäre es ganz paradox, auf einem Isolator eine größere statische Erregung durch Influenz anzunehmen als unter gleichen Umständen auf einem Leiter.

Die oben mitgetheilten Zahlen beziehen sich, wie ausdrücklich zu erwähnen, durchaus nicht auf die größtmögliche Thätigkeit des Apparates in beiden Formen. Die Umdrehung der Kurbel kann bei gewöhnlichem Gebrauch ohne

Schwierigkeit bis auf zwei pro Secunde gesteigert werden, ohne den Experimentator zu ermüden. Ferner wurde der Generator mit offenen Polen benutzt, da sonst ein genaues Zählen der Entladungen nicht wohl möglich gewesen wäre.

Um nun die Leistungen, die sich bei den 8 möglichen Combinationen zwischen belegten und unbelegten Strom- und Generatorscheiben herstellen lassen, wenigstens einigermaßen vergleichen zu können, wurden folgende Versuche angestellt. Auf die Axe nq wurden je vier Scheiben in den betreffenden Combinationen aufgesetzt und dann die Generatorscheiben in Thätigkeit gesetzt, indem k oder l elektrisirt wurde. Hatte man dann K und l durch einen in Guttapercha gefüllten Bügel leitend verbunden, so sind nach Früherem zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem k ableitend mit der Erde verbunden wird oder nicht. Die Ausführung der Versuche war genau wie oben. Die Drehungszahl blieb stets dieselbe und zwar 58 pro Minute. In der unten gegebenen Uebersicht sind jedoch die Zahlen sämmtlich für 87 Kurbeldrehungen pro Minute nach Maafsgabe der vorherigen Tabellen umgerechnet, da dies die bei gewöhnlichen Versuchen vorkommende Normalgeschwindigkeit seyn dürfte. Sie konnte bei den Versuchen nicht beibehalten werden, da die Entladungszahl nicht mehr mit Zuverlässigkeit hätte gezählt werden können. Dafs die Zahlen nicht Anspruch auf absolute Genauigkeit machen können, versteht sich von selbst, da bei dem häufigen Wechsel in der Zusammenstellung die Abstände der Scheiben unmöglich mit Zuverlässigkeit auf gleiches Maafs gebracht werden können. Der Vollständigkeit halber ist in der folgenden Uebersicht noch die Leistung einer grofsen Fessel'schen Elektrisirmaschine durch dieselbe Flasche, bei unverändertem Abstände der Entladerkugeln ermittelt. Diese Maschine hatte eine Scheibe von 31 Zoll im Durchmesser und befand sich in gutem Zustande; sie gab ohne Ring auf dem Conductor leicht 8 Zoll lange Funken. Die Resultate sind wieder bei den Influenzapparaten auf die wirksame Fläche der belegten Stromscheiben reducirt.

II. Rolle des Generators	I. Stromsch. unbelegt Gen. unbelegt	II. Stromsch. unbelegt Gen. belegt	III. Stromsch. belegt Gen. unbelegt	IV. Stromsch. belegt Gen. belegt
beide offen ein Pol abgel.	187,0 221,0	117,3 172,1	118,8 0	122,0 167,0

Die Fessel'sche Elektrisirmaschine lieferte pro Minute im Durchschnitt 13 der obigen Flaschenladungen. Ein etwas geringeres Resultat ergab später eine kleine Winter'sche Maschine mit zwei Scheiben von etwa 15 Zoll Durchmesser. Man sieht also, eine wie ärmliche Elektrizitätsquelle die Elektrisirmaschine im Vergleich zu dem viel kleineren Influenzapparat ist, besonders, wenn man bedenkt, daß bei letzterem die Drehungszahl leicht noch gesteigert werden könnte. Bei der Elektrisirmaschine war die Drehungsgeschwindigkeit so gewählt worden, als eine Person dieselbe ohne vollständig zu ermatten, während 5 Minuten fortsetzen konnte.

Aus der Tabelle macht sich wiederum der Einfluß der inneren Verluste deutlich bemerkbar. Am grössten ist die Entladungszahl bei der Combination I. Es kann dies nicht Wunder nehmen, da schon der unbelegte Generator wegen der geringeren Verluste an den Polen eine weit höhere Maximalspannung erreicht, als der belegte Generator. Die Papierbelege bei den Stromscheiben werden also, weil auch hier die Verluste möglichst beschränkt sind, sehr stark geladen werden können. Das auffällige Factum, daß bei der Combination III und abgeleitetem Pol k die Wirksamkeit 0 ist, erklärt sich ebenfalls aus dem Einfluß der Verluste. Ist nämlich bei *unbelegtem* Generator der eine Pol k abgeleitet, so darf auf dem andern Pol l die Ladung nicht bis zu jeder beliebigen Gränze geschwächt werden, ohne daß sich der Apparat allmählich von selbst entladet, wie dies schon Hr. Holtz in seinem Aufsatze nachgewiesen hat. Nun verschlingt die Ladung der ruhenden Scheiben mit Metallbelegung incl. der Verluste soviel Elektrizität, daß jene Gränze überschritten wird, und so ist diese Com-

bianzion im vorliegenden Falle unmöglich. Bei dem metallbelegten Generator existirt eine solche Gränze nicht, es wird also unter allen Umständen eine Ladung der ruhenden Scheiben möglich seyn.

Was die Spannungs-Erscheinungen betrifft, so hängen dieselben ebenfalls mit den oben hervorgehobenen Momenten zusammen. Bei belegten Scheiben ist die Spannung auf den Saugern durch die Breite der isolirenden Anschnitte begrenzt. In einer Leitung von F' nach F konnten zwischen abgerundeten Drähten sehr helle Funken bis zu $1\frac{1}{2}$ Zoll Schlagweite erhalten werden. Die Erschütterungen waren ohne eingeschaltete Flasche denen eines kräftigen Inductionsapparates vergleichbar. Bei unbelegten Scheiben sind die Spannungserscheinungen weit auffälliger. Wurde der Conductor H Fig. 1 Taf. III weggenommen, so leuchteten die Scheiben A und B im Dunkeln auf der oberen Hälfte mit einem prächtigen Strahlenkranz von 3 Zoll langen Büscheln. Der Conductor H gab Funken von $4\frac{1}{2}$ bis 5 Zoll Länge, wenn seine Sauger soweit von der Axe entfernt waren, daß hier kein Ueberströmen stattfand. Erschütterungen konnten selbstverständlich erst durch Einschaltung einer Flasche erzielt werden. Das Leuchten der Geißler'schen Röhren ist schon bei mäßigem Tageslicht zu beobachten, durch belegte Scheiben ohne, durch unbelegte Scheiben mit Einschaltung einer Flasche.

Bisher wurde die relative Lage der beiden Stromscheiben $A' B'$ Fig. 2 Taf. III stets so vorausgesetzt, daß die isolirenden Streifen mit einander parallel stehen, wodurch der Strom discontinuirlich wird. Werden die Unterbrechungsstellen gekreuzt, so sinkt plötzlich die Schlagweite auf etwa $\frac{1}{2}$ der früheren. Es bilden sich nämlich dann im Bügel Z' Ströme aus, deren Richtung in jeder Viertelumdrehung wechselt. Man empfindet lebhaftere Erschütterungen durch Einschaltung des Körpers zwischen X' und F' . Die Erklärung ergibt sich ohne alle Erörterungen aus einem Vergleich über die Stellung der Metallsegmente zu den Contactfedern. Der ganze Strom zwischen X', F' und E', F

läßt sich dann nur durch vollständige metallische Schließung zwischen F' und F erhalten. Bei dem Generator mit metallischen Segmenten hat die relative Lage der isolirenden Streifen keinen bemerkbaren Einfluß. Es ist somit der Vorschlag in Bezug auf gekreuzte Unterbrechungsstellen, welchen ich Bd. 125, S. 474 und 495 zur Erzielung eines continuirlichen Stroms machte, nur für unvollkommene Schließungsbogen gültig, da bei einer eingeschalteten Funkenstrecke die obigen alternirenden Rückentladungen die Leistung sehr verringern.

Ein charakteristischer Unterschied zwischen der Leistung des unbelegten und metallbelegten Generators ist die Empfindlichkeit. Der unbelegte Generator erfordert zur Ingangsetzung eine einmalige, kräftige Erregung. Nur wenn der Apparat vollständig gereinigt und die Witterung nicht zu feucht ist, gelingt die Ladung bei k oder l Fig. 1 Taf. III mit einer $\frac{1}{4}$ Zoll dicken, stark mit Pelz geriebenen Stange aus Kammasse. Weit besser, aber auch nicht immer sicher, wirkt eine doppelt geriebene Platte nach Holtz. Ferner zeigt der unbelegte Generator auch in der bei obigen Versuchen benutzten Form die Eigenthümlichkeit des plötzlichen Pol-Wechsels, wenn k dauernd und l nur momentan mit dem Finger berührt wird. Die Erklärung, welche Hr. Holtz von der Erscheinung gegeben hat, ist auch hier zulässig. Nur unter günstigen Umständen hält sich die Ladung auf dem unbelegten Generator längere Zeit wenn der Apparat nicht gedreht wird.

Wesentlich verschieden ist das Verhalten des Generators mit metallischer Belegung. Zunächst ist derselbe bei Weitem empfindlicher, so daß es sogar äußerst schwierig ist, ihn ganz zu entladen, wenn er sich einmal in Thätigkeit befindet. Er erholt sich nach tagelanger Ruhe meist wieder in wenigen Secunden zu voller Thätigkeit, ohne daß man denselben von Neuem zu laden nöthig hat. Besonders wenn die Metallbelegungen den ruhenden Scheiben zugekehrt sind, wie es bei dem in meiner ersten Abhandlung beschriebenen Apparate der Fall war, besitzt derselbe

eine fast unglaubliche Empfindlichkeit. Aus nahe liegenden Gründen wächst jedoch unter letzterer Voraussetzung die Empfindlichkeit nur auf Kosten der Maximalspannung. Was die Selbstladung des Apparats betrifft, so habe ich dieselbe bei ungleich großen Generatorscheiben in einigen Fällen auch da, wo die Belege aus gleichem Metall bestanden, beobachtet. Die früher besprochene Selbstladung kann daher nicht wohl aus dem Metallcontacte allein erklärt werden. Eine Umkehr der Polarität durch theilweise Entladung ist bei belegtem Generator nicht möglich. Hr. Holtz hat in der schon mehrmals berührten Abhandlung eine Form des Generators gegeben, welcher die Wirksamkeit zweier rotirender Isolatoren gleichsam auf einer Scheibe vereinigt. Man wird in der That unschwer eine Analogie zwischen den beiden unmittelbar mit Saugspitzen versehenen Papierbelegen nach Holtz und den metallisch verbundenen Theilen *glw* und *hko* Fig. 3 Taf. III erkennen. Ferner repräsentiren die beiden Lader *e* und *f* Fig. 3 mit ihrer metallischen Verbindung gewissermaassen die beiden stromgebenden Conductoren nach Holtz. Allein man würde sehr irren, wollte man den Strom, welcher sich zwischen *ef* Fig. 3 ausbildet, mit dem Schliessungsstrom des Holtz'schen Apparates verwechseln. Der letztere ist eine Summe von zwei Strömen, während sich in der Schliessung *ef* Fig. 2 und 3 nur der von Hrn. Holtz als primär bezeichnete Strom ausbilden kann. Der secundäre Strom verschwindet bei der in obigen Versuchen benutzten Form des Generators, indem die bei *h* und *g* Fig. 3 nicht vollständig entladenen Scheiben ihren Ueberschuss bei fortgesetzter Drehung an *f* und *e* wieder abgeben. Man kann jedoch hier den combinirten Strom in der Leitung von *e* nach *f* mit allen von Holtz beschriebenen Eigenthümlichkeiten erhalten, wenn man bei den punktirten Linien *o* und *p* Fig. 1 an der Außenfläche der rotirenden Scheiben noch zwei Sauger aufstellt und den Sauger *p* mit *e* und *o* mit *f* leitend verbindet. Die Erklärung ergibt sich von selbst.

Die Resultate, welche sich aus den bisherigen Unter-

suchungen als charakteristisch für die Unterscheidung der Influenzapparate nach beiden Systemen aufstellen lassen, dürften sich also kurz in Folgendem aussprechen:

- 1) Apparate mit rotirenden Isolatoren geben continuirliche Ströme und bei grossen Scheiben hohe Spannung. Ihre Ingangsetzung erfordert möglichst vollkommene Isolation und einmalige, ziemlich kräftige Erregung; in dieser Beziehung ist der Feuchtigkeitsgehalt der Luft nicht ohne Einfluß. Zur Erzielung beträchtlicher quantitativer Leistung dürfte Vermehrung der Scheibenzahl und nicht zu grosse Rotationsgeschwindigkeit zu empfehlen seyn.
- 2) Die metallisch belegten Apparate sind äusserst empfindlich; sie zeigen bei sorgfältiger Constrüction sogar Selbstladung. Die Luftfeuchtigkeit scheint auf ihre Leistung und Ingangsetzung keinen bemerkbaren Einfluß zu haben. Wegen der unvermeidlichen Unterbrechungsstellen in der Belegung sind die Ströme discontinuirlich, desgleichen die Schlagweite begrenzt.

Zur Erzielung möglichst grosser quantitativer Effecte darf in letzterem Falle sowohl Steigerung der Geschwindigkeit als Vermehrung der Scheibenzahl empfohlen werden.

Als vortheilhafteste Combination dürfte sich wohl für die meisten Zwecke ein belegter Generator mit unbelegten Stromscheiben bezeichnen lassen, wobei zur Erzielung sehr hoher Spannung mehrmalige Uebertragung des Ausgangsquantums nach dem Grundprincip das einfachste Mittel wäre.

II. Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke.

(Fortsetzung von S. 29.)

II. Ueber die elliptische Polarisation des bei totaler Reflexion eingedragenen oder zurückgeworfenen Lichtes.

13.

Wenn man auf die Hypotenusenfläche des vorderen Prismas eines §. 2 beschriebenen Apparates linear polarisirtes Licht auffallen läßt, so ist das in das hintere Prisma eindringende Licht elliptisch polarisirt, in derselben Weise, wie linear polarisirtes Licht, das totale Reflexion erlitten hat, elliptisch polarisirt ist.

Am einfachsten läßt sich diese elliptische Polarisation mit einem Bravais'schen Polariskop¹⁾ erkennen. Ein solches läßt sich leicht aus jeder Krystallplatte herstellen, welche sogenannte empfindliche Färbung (*teinte sensible*) zeigt, also aus einer Krystallplatte, welche dem gelben gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl einen Gangunterschied von einer Wellenlänge oder dem Vielfachen einer Wellenlänge ertheilt.

Bravais empfiehlt eine Glimmerplatte von $\frac{1}{2}$ mm Dicke (einem Gangunterschiede von 1 Wellenlänge entsprechend), die zwischen gekreuzten Nicol'schen Prismen eine violette, zwischen parallelen Nicol'schen Prismen eine gelbliche Färbung zeigt. Ich habe häufig auch eine Quarzplatte parallel der optischen Axe geschnitten von 0^{mm},123 Dicke angewandt (entsprechend einem Gangunterschiede von 2 Wellenlängen).

Eine solche Krystallplatte wird in zwei Theile geschnitten nach einer Graden, die einen Winkel von 45° mit dem Hauptschnitt der Platte bildet, und dann die eine Hälfte in der Art umgewandt, daß die obere Fläche die untere

1) *Ann. de chim. et de phys.* (3) t. 48, 1855, p. 181.

wird. Beide Hälften schiebt man mit der künstlichen Schnittfläche aneinander, befestigt sie mit Canadabalsam oder sonst in passender Weise auf einer Glasplatte und erhält so eine Krystallplatte, die aus zwei gleichen Theilen mit auf einander senkrechten Hauptschnitten besteht.

Beide Hälften der Doppelplatte erscheinen gleich gefärbt, sobald man sie zwischen zwei polarisirende Vorrichtungen bringt und die Strahlen senkrecht gegen die Begrenzungsflächen hindurchgehen läßt. Je nach der Neigung (Azimuth) der Hauptschnitte der Platte gegen die Polarisationsebenen der polarisirenden und analysirenden Vorrichtung ist nur die Intensität der Farbe etwas verschieden. Die letztere tritt bekanntlich am deutlichsten hervor, wenn diese Neigung $\pm 45^\circ$ beträgt¹⁾. Im folgenden soll immer diese letztere Lage der Doppelplatte vorausgesetzt werden.

Ist das auf die Doppelplatte auffallende Licht nicht geradlinig, sondern elliptisch polarisirt, so erscheinen beide Hälften verschieden gefärbt.

Schaltet man gleichzeitig mit der Doppelplatte eine dünne Glimmerplatte von $\frac{1}{4}$ Undulation ($0^{\text{mm}},028$ Dicke) zwischen gekreuzte Nicol'sche Prismen, so daß die Hauptschnitte beider Krystallplatten Winkel von $\pm 45^\circ$ mit den Polarisationsebenen der Nicol'schen Prismen bilden, so erscheint die eine Plattenhälfte grün, die andere roth. Für die erste Hälfte, deren Hauptschnitt parallel zum Hauptschnitt der dünneren Glimmerplatte steht, ist nämlich der Gangunterschied der beiden Strahlencomponenten $\lambda + \frac{\lambda}{4} = 5 \frac{\lambda}{4}$, für die zweite Hälfte dagegen, deren Hauptschnitt senkrecht zum Hauptschnitt der dünnen Glimmerplatte steht $\lambda - \frac{\lambda}{4} = 3 \frac{\lambda}{4}$. Es folgt dies aus dem von Biot²⁾ aufgestellten Gesetz, wonach zwei Platten mit parallelen oder senkrechten Hauptschnitten wie eine einzige Platte wirken, deren

1) Fresnel, *ann. d. chim. et d. phys.*, T. 17, 1821, p. 106.

2) Biot, *traité de phys.* 1816, T. IV, p. 419.

Dicke gleich der Summe oder Differenz der Dicken der über einander gelegten Platten ist.

Jeder elliptisch polarisirte Lichtstrahl läßt sich in zwei auf einander senkrecht polarisirte Strahlen mit einem bestimmten Phasenunterschied zerlegen, und nach Bravais läßt sich mit einer solchen Doppelplatte noch ein Phasenunterschied von $\frac{1}{180}$ Undulation erkennen, indem die Farbe der einen Hälfte, für welche der Phasenunterschied durch den elliptisch polarisirten Strahl vermehrt wird, in bläulich grün oder grünlich, die der anderen Hälfte, für welche der Phasenunterschied vermindert wird, in das röthliche übergeht. Die verschiedene Färbung beider Hälften läßt sich, da sie dicht nebeneinander liegen, in der That sehr leicht wahrnehmen.

Bringt man nun zwischen zwei gekreuzte Nicol'sche Prismen gleichzeitig mit der Bravais'schen Doppelplatte ein rechtwinkliges Prisma, an dessen Hypotenusenfläche das Licht total reflectirt worden ist, so erscheint die Plattenhälfte, deren Hauptschnitt parallel der Reflexionsebene steht, röthlich, die andere Plattenhälfte grünlich gefärbt¹⁾.

Bringt man statt eines Prisma's ein System von zwei Prismen, wie es §. 2 beschrieben wurde, gleichzeitig mit der Doppelplatte zwischen die Nicol'schen Prismen, so daß man durch den erwähnten hellen elliptischen Fleck beide Plattenhälften übersieht, so ist ebenfalls die erste Hälfte, deren Hauptschnitt parallel der Einfallsebene des Prismenpaares steht, röthlich, die zweite andere Hälfte grünlich gefärbt.

Die Färbung ist besonders am Rande des elliptischen Fleckes deutlich. Sie erscheint für reflectirtes, wie für durchgehendes Licht verschieden lebhaft je nach dem Winkel, unter welchem die Lichtstrahlen die Hypotenusenflächen der rechtwinkligen Prismen treffen.

Nach dem oben Gesagten ist der Phasenunterschied der ersten Hälfte der Doppelplatte verkleinert, der der zweiten

1) Schon von Brewster (Pogg. Annalen Bd. 22 1831, S. 123) und Fresnel (*de la lumière, supplément au système de chimie, Paris, 1822 p. 133*) bemerkt.

Hälfte vergrößert worden. Da die Doppelplatte aus einem optisch positiven Krystalle besteht, in welchem der ordinäre Strahl die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat, so wird also durch die totale Reflexion die Strahlencomponente parallel der Einfallsebene polarisirt gegen die Strahlencomponente senkrecht zur Einfallsebene polarisirt verzögert seyn.

Ob dieser Phasenunterschied durch eine Verzögerung der ersten oder eine Beschleunigung der zweiten Strahlencomponente oder durch eine Aenderung beider hervorgerufen worden ist, bleibt vollkommen unentschieden. Ja in den meisten Fällen ist es schon eine Hypothese vorauszusetzen, daß ein elliptisch polarisirter Lichtstrahl nur aus zwei auf einander senkrecht polarisirten Strahlen mit bestimmtem Gangunterschiede entstanden ist. *A priori* kann er aus beliebig vielen Strahlen mit beliebiger Polarisations-ebene, Phase und Amplitude entstanden seyn, in derselben Weise wie eine Kraft in beliebig viele verschieden gerichtete Componenten zerlegt werden kann.

Durch die Färbung kann man ferner wohl über Bruchtheile einer Undulation, aber nicht über ganze Undulationen entscheiden, so daß der Phasenunterschied nicht bloß $\frac{\delta}{\lambda} 2\pi$, sondern auch $\pm n\lambda + \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$ seyn kann, wo δ einen Gangunterschied kleiner als eine Wellenlänge λ , und n eine ganze Zahl bedeutet. Es ist zwar nicht zu läugnen, daß sich die Farben der verschiedenen Ordnungen der Newton'schen Farbenringe, um deren Beurtheilung es sich im vorliegenden Falle handelt, von einander unterscheiden, obwohl die Armuth der Sprache sie mit demselben Namen belegt, wie dies z. B. Brücke¹⁾ und Wertheim²⁾ nachgewiesen haben. Aber diese Färbungen werden modificirt durch die Dispersion des Lichtes in den von den Lichtstrahlen durchlaufenen Medien. Sobald diese Dispersion nicht bekannt ist, oder aus anderen Gründen nicht berück-

1) Pogg. Ann. Bd. 74, 1846, S. 584.

2) Ann. d. chim. T. 40, 1854, p. 180.

sichtigt werden kann, wird die Beurtheilung von ganzen Vielfachen einer Undulation in dem Phasenunterschiede der beiden Componenten des elliptisch polarisirten Lichtes ungenau.

Aus diesen Gründen kann ich mich auch mit der von Billet¹⁾ ausgesprochenen Ansicht über die totale Reflexion nicht einverstanden erklären und werde noch öfter auf diese Betrachtungen zurückkommen müssen. Ueberhaupt wird sich zeigen, wie auch schon aus den Versuchen des vorbergehenden Abschnitts folgt, daß der Vorgang bei der totalen Reflexion durchaus nicht so einfach ist; als man ihn sich bisher wohl vorgestellt hat.

Das Ergebniss der Versuche dieses Paragraphen läßt sich auch so aussprechen:

Fällt auf die Hypotenusenflächen eines Prismenpaares (§. 2) geradlinig im Azimuth $+\alpha$ oder $-\alpha$ polarisirtes Licht auf, so wird an der Hypotenusenfläche links oder rechts elliptisch polarisirtes Licht bei der totalen Reflexion in das erste Prisma zurückgeworfen, während ebenfalls links oder rechts elliptisch polarisirtes Licht durch das dünnere Medium in das zweite Prisma eintritt.

14.

Die eben beschriebene Methode elliptisch polarisirtes Licht zu untersuchen, läßt sich sehr leicht ohne Hülfe complicirter Apparate ausführen; sie hat aber den Nachtheil, daß mit ihr keine genauen Messungen des Phasenunterschiedes erhalten werden. Dies wird möglich mit Hülfe eines sogenannten Babinet'schen Compensators, der zuerst von Jamin²⁾ für derartige Messungen eingerichtet und angewandt worden ist.

Der von mir benutzte Apparat war dem von Jamin angewandten sehr ähnlich. An den Messingröhren mit Paßkreuzen des in §. 3 beschriebenen Goniometers wurden auf den der Goniometeraxe abgewandten Enden zwei Nicol'sche Prismen befestigt. Die Drehung eines Prismas um

1) Billet, *traité d'optique physique*, T. II, 1859, p. 110, §. 390.

3) *Ann. d. chim. et d. phys.* T. 29, 1850, p. 271.

die Röhrenaxe wurde auf einem direct in halbe Grade getheilten eingelegten Silberstreifen mittelst zweier Nonien auf Minuten genau abgelesen.

Auf das der Goniometeraxe zugewandte Ende der Messingröhre, welche das analysirende Nicol'sche Prisma trug, konnte mit einer Hülse der Babinet'sche Compensator aufgeschoben werden, dessen Einrichtung aus der perspectivischen Ansicht Fig. 4 Taf. I und dem Durchschnitt Fig. 5 ($\frac{1}{2}$ natürliche Größe) zu sehen ist.

Die Hülse H ist an einem Messingstück M befestigt, in welches eine prismatische Quarzplatte P_1 eingesetzt ist. Vor ihr verschiebt sich mit einem Schlitten R und einer Mikrometerschraube eine zweite prismatische Quarzplatte P_2 . Der Prismenwinkel einer Quarzplatte beträgt $15'$, und ist bei dem Prisma P_1 der Schraube zu-, bei dem Prisma P_2 von der Schraube abgewandt. Beide Prismenkanten stehen aber senkrecht gegen die Mikrometerschraube und so, daß die Begrenzungsflächen des einen Prismas parallel denen des anderen liegen. Die Quarzplatten sind parallel der optischen Axe geschnitten, welche bei P_1 parallel, bei P_2 senkrecht zur Prismenkante steht. Die Hauptschnitte beider Platten stehen also senkrecht gegen einander.

Die Verschiebung des Prismas P_1 wird bis auf den 500^{sten} Theil der Höhe eines Schraubenganges ($1' = 0^{\text{mm}},5$) genau an einer Längentheilung des Messingstückes M und dem in 50 Theile getheilten Rande der Schraubenmutter-Trommel T abgelesen. In die Hülse H ist ein Ring geschoben, über dessen Basis zwei parallele Fäden F in 1^{mm} Abstand von einander ausgespannt sind. Der Ring wird so gedreht, daß beide Fäden parallel den Kanten der Quarzprismen stehen. Zwischen der Hülse H und dem Messingstück M sind zwei Schieber S aus schwarz gebranntem Messing angebracht, die mittelst zweier kleiner Hebel AA parallel der Schraube R verschoben werden können. Der Deutlichkeit wegen sind diese Hebel in Fig. 5 Taf. I fortgelassen. Fig. 6 zeigt die Seitenansicht eines solchen He-

bels. Um den Stift *B*, der in ein kreisförmiges Loch auf der Hinterfläche des Messingstücks eingesetzt wird, dreht sich der Hebel. Der Stift *C* greift dabei in einen Schlitz des Schiebers ein, und schiebt ihn vorwärts. Innerhalb der Hülse *H* enden die Schieber in Schneiden parallel den Fäden *F*. Sie dienen dazu, um nöthigenfalls nur zwischen den beiden Fäden *F* Licht durch die Quarzplatten gehen zu lassen, und so ein unnöthiges Blenden des Auges zu verhindern. In der perspectivischen Zeichnung Fig. 4 sieht man die dunklen Schneiden beider Schieber durch die Quarzplatten hindurch.

An der Goniometeraxe wurde parallel zu derselben eine planparallele Platte aus Crownglas vom Brechungsexponenten 1,453 befestigt, und weißes Wolkenlicht von derselben unter dem Polarisationswinkel in die Röhre reflectirt, welche das polarisirende Nicol'sche Prisma trug. Die Platte war so gewählt, daß das reflectirte Licht fast ganz gradlinig polarisirt war. Nun wurde der Kreis, während das Nicol'sche Prisma auf dem Theilstrich 90° stand, so gedreht, daß das von der Glasplatte reflectirte Wolkenlicht vollständig ausgelöscht war. Drehte man dann das Nicol'sche Prisma auf den Theilstrich 0° , so war das durch dasselbe parallel der Röhrenaxe hindurchgegangene Licht in einer Verticalebene, senkrecht zur Goniometeraxe polarisirt.

Beide Messingröhren wurden horizontal gestellt, so daß die eine Röhrenaxe in der Verlängerung der anderen lag. Ein Heliostat warf Sonnenlicht so auf dieselben, daß die mit einer matten Glasplatte aufgefangenen Schatten der Fadenkreuze sich deckten. Der Kreis mit dem analysirenden Prisma auf dem Theilstrich 0° wurde so lange gedreht, bis ein schwarzer Strich durch das Gesichtsfeld ging. Dann standen die Polarisationsebenen beider Nicol'schen Prismen senkrecht gegeneinander; die des polarisirenden Prismas in einer Verticalebene, senkrecht zur Goniometeraxe (im Azimuth 0°), die Polarisationsebene des analysi-

renden Nicol'schen Prismas parallel der Goniometeraxe (im Azimuth 90°). ¹⁾

Hierauf wurde die Hülse mit dem Babinet'schen Compensator auf die Messingröhre geschoben, die dicht an dem analysirenden Nicol'schen Prisma eine achromatische Linse von 95^{mm} Brennweite trug, um die Parallelfäden F und die Prismen des Compensators in deutliche Sehweite zu bringen. Um die Hauptschnitte der Quarzplatten genau senkrecht und parallel zur Goniometeraxe zu stellen, wurde die Mikrometerschraube des Compensators nahezu senkrecht zur Goniometeraxe gestellt, und der ganze Compensator so lange mit der Hülse H gedreht, bis man beim Durchblicken durch das analysirende Nicol'sche Prisma gar keine oder doch möglichst schwache Interferenzstreifen in den Quarzprismen wahrnahm. Es liefs sich dies am besten beurtheilen, wenn die Schieber S aus der Hülse H herausgeschoben wurden.

15.

Es falle nun das Sonnenlicht, nachdem es durch das polarisirende Nicol'sche Prisma im Azimuth α polarisirt worden ist, auf eine reflectirende Fläche, die an der Goniometeraxe parallel mit derselben befestigt ist. Das reflectirte Licht kanu man betrachten als bestehend aus zwei Componenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirt (im Azimuth 0° und 90°) mit den Amplituden

$$P \cos \alpha \text{ und } S \sin \alpha$$

und dem Phasenunterschied Δ .

Diese Strahlen gehen nun vor dem Eintritt in die Röhre mit dem analysirenden Nicol'schen Prisma durch den Babinet'schen Compensator hindurch und treffen die Grenzflächen der Quarzprismen nahezu senkrecht, so daß das Verhältniß der Amplituden dieser Strahlencomponenten dadurch nicht geändert wird.

- 1) Die angewandten Nicol'schen Prismen hatten zwar vollkommen ebene Gränzflächen, doch lenkten sie die durch dieselben hindurchgehenden Strahlen um $7'$ ab, ein Uebelstand, den alle vor mir untersuchten Nicol'schen Prismen, sogar meist noch in weit höherem Grade, zeigten.

Mit dem Compensator hebt man den Phasenunterschied Δ der beiden Strahlencomponenten wieder auf.

Er beruht auf dem schon im §. 13 erwähnten von Riot gefundenen Gesetz, daß zwei übereinander gelegte Krystallplatten mit senkrechten Hauptschnitten wie eine einzige Platte wirken, deren Dicke gleich der Differenz der Dicken beider Platten ist.

Die auf die Prismenfläche $B_1 C_1$ der ersten Quarzplatte (Fig. 7) auffallenden Strahlen treten auch wieder in derselben Richtung aus der Fläche $B_2 C_2$ der zweiten Quarzplatte aus. Die Strahlen der einen Componente, welche im Azimuth 0° (senkrecht zur Goniometeraxe) polarisirt ist, durchlaufen in der ersten Platte eine Strecke D_1 als extraordinärer Strahl mit der Wellenlänge λ , und in der zweiten Platte eine Strecke D_2 als ordinärer Strahl mit der Wellenlänge λ_0 . Die Strahlen der anderen Componente im Azimuth 90° polarisirt (parallel der Goniometeraxe) durchlaufen die Strecke D_1 im ersten Prisma mit der Wellenlänge λ_0 als ordinärer Strahl, und die Strecke D_2 im zweiten Prisma mit der Wellenlänge λ als extraordinärer Strahl. Man hat also zwei auf einander senkrecht polarisirte Strahlen mit dem Phasenunterschied

$$\Delta\varphi = (D_2 - D_1) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) 2\pi.$$

Gehen die Strahlen an einer bestimmten Stelle (zwischen den Parallelsäden F) durch das zweite Quarzprisma hindurch, so bleibt D_2 constant und man kann durch Verschiebung des ersten Prismas P_1 und eine passende Aenderung von D_1 die GröÙe $D_2 - D_1$ positiv oder negativ machen.

Ist $D_1 = D_2$, so ist $\Delta\varphi = 0$;

das bewegliche Quarzprisma steht dann auf dem Theilstrich 0.

Schraubt man nach der positiven Seite der Theilung, so wird $D_1 < D_2$, die im Azimuth 0° (senkrecht zur Goniometeraxe und parallel der Mikrometerschraube) polarisirte Strahlencomponente wird gegen die im Azimuth 90°

polarisirte Strahlencomponente beschleunigt. Schraubt man nach der negativen Seite der Theilung, so wird die im Azimuth 0° polarisirte Strahlencomponente gegen die im Azimuth 90° polarisirte Strahlencomponente verzögert.

Das zwischen den Fäden durch den Compensator hindurchgegangene nicht mehr elliptisch, sondern geradlinig polarisirte Licht kann durch passende Drehung des analysirenden Nicol'schen Prismas in das Azimuth β ausgelöscht werden. Die Polarisationssebene der aus dem Babinet'schen, Compensator ausgetretenen Strahlen liegt also im Azimuth β und man hat

$$(1) \quad \tan \beta = \frac{s}{p} \cdot \tan \alpha.$$

$$(2) \quad \Delta = -\Delta_0 = -(D_2 - D_1) \left(\frac{1}{\lambda_r} - \frac{1}{\lambda_v} \right) 2\pi.$$

Zunächst läßt man Sonnenlicht, ohne es reflectiren zu lassen, direct aus dem im Azimuth 45° ¹⁾ stehenden polarisirenden Nicol'schen Prisma auf den Babinet'schen Compensator und das im Azimuth 45° stehende analysirende Nicol'sche Prisma fallen. Der Compensator wird auf den Theilstrich 0 geschraubt, so daß die Dicken der Quarzplatten zwischen den Parallelfäden gleich groß sind. Der Phasenunterschied Δ_0 ist dann 0. Das durchgegangene Licht, gradlinig im Azimuth 45° polarisirt, wird durch das analysirende Nicol'sche Prisma ausgelöscht, und man sieht zwischen den Fäden einen schwarzen Streifen. Interferenzstreifen derselben Art müßten auch an den Stellen der Quarzprismen auftreten, wo $\Delta_0 = \pm 2\pi$ oder einem ganzen Vielfachen dieser Größe wird. Da jedoch der Phasenunterschied Δ_0 bei demselben Werthe $D_2 - D_1$ verschieden ist für die verschiedenfarbigen Strahlen, und um so

1) Die Kreistheilung der Nicol'schen Prismen liegt für beide auf der der Goniometeraxe abgewandten Seite. Laufen die Zahlen bei beiden, wie gewöhnlich, im Sinne eines Uhrzeigers, so hat man zu berücksichtigen, daß sie auf die Richtung des Lichtstrahles bezogen in entgegengesetztem Sinne laufen. Das polarisirende Nicol'sche Prisma muß also auf -45° gestellt werden um im positiven Azimuth $+45^\circ$ und senkrecht zum analysirenden Nicol'schen Prisma zu stehen.

größer, je größer die Wellenlänge derselben, so fallen die dunklen Interferenzstreifen für verschiedene Farben an verschiedene Stellen der Quarzprismen. Dadurch entstehen farbige Interferenzstreifen, die ihre rothe Seite dem centralen Streifen, der für alle Farben gleichgelegenen Minimalstelle bei $D_2 - D_1 = 0$, zuwenden, und um so breiter werden, je mehr sie von demselben entfernt sind.

Durch Verschieben des beweglichen Prismas P_1 nach der einen oder anderen Seite um eine an der Theilung abgelesene Anzahl Schraubengänge ($a_2, a_4 \dots$ oder $a_{-2}, a_{-4} \dots$) kann man es nun dahin bringen, daß ein solcher seitlicher Interferenzstreifen zwischen den Parallelfäden des Compensators erscheint.

Dreht man das analysirende Nicol'sche Prisma auf -45° , so daß es parallel dem polarisirenden steht, so verschwinden die alten Interferenzstreifen und es erscheinen neue an den Stellen, wo der Phasenunterschied der beiden Strahlencomponenten $\pm \pi$ oder ein ungerades Vielfache davon beträgt. Durch Schrauben des Compensators um $a_1, a_3 \dots$ oder $a_{-1}, a_{-3} \dots$ Revolutionen kann man auch diese Interferenzstreifen in der Mitte zwischen den Parallelfäden erscheinen lassen. Die abgelesenen Schraubengänge a_1, a_3 etc. müssen eigentlich, wenn die Quarzprismen ganz vollkommen gearbeitet sind, durch dieselbe Zahl a theilbar seyn, und man müßte haben:

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = -a_{-1} = 2a \\ a_3 = -a_{-3} = 4a \\ a_5 = -a_{-5} = 6a \text{ etc.} \end{array} \right.$$

wo a eine Verschiebung des Compensators ist, die den in der Mitte zwischen den Parallelfäden hindurchgehenden Strahlen einen Phasenunterschied $= \frac{\pi}{2}$ ertheilen würde. Wegen der Unvollkommenheit der Prismen sind jedoch die Werthe von a , wie sie sich aus den verschiedenen Beobachtungen von $a_1, a_3 \dots$ ergeben, um einige Hundertel eines Schraubenganges verschieden.

Die Länge a hängt von dem Winkel der Quarzprismen ab, und ist um so größer, je kleiner dieser ist. Bei dem von mir benutzten Compensator war a etwa $3^{\text{mm}},5$. Es ist nicht rathsam, diesen Werth größer zu machen, weil damit die Breite des dunklen Streifens zwischen den Parallelläden und die Ungenauigkeit der Einstellung zunimmt. Ferner wächst mit der Größe a auch die Breite der seitlichen farbigen Interferenzstreifen, was besonders bei weißem Lichte die Bestimmung der Größen $a_1, a_2 \dots$ ungenau macht, die sich selbst bei ziemlich homogenem Lichte nur bis auf 0,2 oder 0,1 eines Schraubenganges genau bestimmen lassen. Aus diesem Grunde ist es auch vorzuziehen, die Größe a mit Hülfe von a_1, a_{-1} und nicht mit Hülfe von $a_2, a_{-2} \dots$ zu bestimmen, zumal für die folgenden Untersuchungen immer eine Anzahl Schraubengänge kleiner als a_1 oder a_{-1} benutzt werden wird.

Die durch die Gleichung (2) gegebene Größe Δ_0 wurde nun durch r an der Theilung abgelesene Schraubengänge gemessen. Sie wächst proportional mit r , und man hat also

$$(4) \quad \Delta = -\Delta_0 = -Cr = -(D_2 - D_1) \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) 2\pi.$$

Die Constante C bestimmt sich aus dem Werthe $r = a_1$, für welchen Δ_0 der Werth π annimmt. Man hat dann aus Gleichung (3) und (4)

$$\pi = Ca_1 = C \cdot 2a.$$

Aus dieser Gleichung den Werth von C und für den Phasenunterschied Δ den entsprechenden Gangunterschied δ der Strahlen eingeführt, giebt

$$(5) \quad \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \Delta = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = -\frac{\pi}{2a} \cdot r \\ \delta = -\frac{r}{a} \cdot \frac{\lambda}{4} \end{array} \right.$$

Für negative Werthe von r wurde zur Berechnung von δ der Werth $a = \frac{a-1}{2}$ benutzt.

Da die Werthe von a mit der Farbe des angewandten Lichtes sich änderten, so ist über jeder Versuchsreihe der

betreffende Werth von a , der zur Berechnung von δ genügt hat, angegeben.

Dafs der beschriebene Compensator wirklich die im Vorhergehenden beschriebene Einrichtung hatte, wurde durch eine dünne Glimmerplatte von $\frac{1}{4}$ Undulation bestätigt, die mit dem Hauptschnitte im Azimuth 0° senkrecht gegen die durch das analysirende Nicol'sche Prisma hindurchgegangenen Strahlen eingeschaltet wurde. Man mußte dann den Compensator um etwa 7 Revolutionen nach der negativen Seite der Theilung drehen, um den dunklen Streifen zwischen die Parallelfäden zurückzuführen.

Eine andere Methode war folgende. Durch einen Spalt fiel Sonnenlicht horizontal auf zwei Billet'sche Halblinsen¹⁾, die dann neben einander zwei reale Bilder des Spaltes in den conjugirten Brennpunkten entwarfen. Diese beiden realen Bilder des Spaltes L und R liefs ich nun zu beiden Seiten der vertical gestellten Parallelfäden auf den Babinet'schen Compensator fallen. In 1^m oder 2^m Entfernung hinter dem Compensator wurden die dadurch erzeugten Interferenzstreifen mit einer Lupe und einem Nicol'schen Prisma beobachtet. Sie bestanden nach den Fresnel'-Arago'schen Interferenzgesetzen²⁾ aus zwei Systemen auf einander senkrecht polarisirter Interferenzstreifen. Bezeichnet man die ordinären und extraordinären Strahlen beider realen Bilder durch den unteren Index o und e , so rührte also das eine System von L , und R , das andere von L , und R , her. Es fand sich nun, dafs das erste System, auf der Seite der Mikrometerschraube und dem durch einen Taster bestimmten dünneren Ende des beweglichen Prismas P_1 gelegen, eine Polarisationssebene senkrecht, das andere System eine Polarisationssebene parallel zur Richtung der Mikrometerschraube hatte. Daraus folgt, dafs die optische Axe des Prismas P , parallel, des Prismas P_1 senkrecht zur Mikrometerschraube lag, wenn man erwägt, dafs

1) *Ann. de chim. et de phys.* (3) t. 64, 1862, p. 385.

2) *Ann. de chim. et de phys.* (2) t. 10, 1819, p. 297.

im Quarz der ordinäre Strahl die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat.

Durch diese beiden Methoden ist man im Stande einen Compensator zu untersuchen, dessen Construction unbekannt ist¹⁾).

Schliesslich will ich noch bemerken, dass die am Schluss des §. 13 erwähnten Mängel der Bravais'schen Doppelplatte sich der Natur der Sache nach auch bei dem Babinet'schen Compensator wiederfinden.

16.

An der Goniometeraxe wurden die beiden rechtwinkligen Prismen von Flintglas mit ebener und convexer Hypotenusenfläche befestigt. Die durch das polarisirende Nicol'sche Prisma im Azimuth α polarisirten Sonnenstrahlen fielen unter einem Winkel J auf die Hypotenusenfläche des ersten Prismas auf, der in der oben (§. 4) angegebenen Weise bestimmt wurde.

- 1) Bei der Beschreibung dieses Instruments bin ich etwas ausführlicher gewesen, weil ich, ohne seine Vorzüge bestreiten zu wollen, glaube, dass im Allgemeinen seine Empfindlichkeit und Genauigkeit weit überschätzt werden.

An dem von Dubosq in Paris angeblich nach dem Muster des Jamin'schen Originalapparates construirten Instrumenten ist ebenfalls eine Linse zwischen analysirendem Nicol'schen Prisma und dem Compensator angebracht, während Jamin von einer solchen Linse in seinen Abhandlungen nichts erwähnt. Er gebraucht freilich für die die Nicol'schen Prismen tragenden Röhren abwechselnd (*Ann. de chim. et de phys. t. 31, 1851, p. 170*) den Ausdruck *tube de cuivre* und *lunette*. Dieser letztere scheint Beer in seiner »Einleitung in die höhere Optik« p. 136 sqq. veranlasst zu haben von Fernröhren zu sprechen, an denen die Nicol'schen Prismen und der Compensator angebracht seyen; eine Einrichtung, die ich durchaus nicht verstehen kann. Ein grosser Uebelstand des Apparates ist freilich die Ungenauigkeit, die in der Bestimmung des Einfallswinkels der reflectirten Lichtstrahlen liegt, und die ich vergeblich durch Anwendung von Linsen oder Linsensystemen zu vermeiden gesucht habe. Die Brechung des Lichtes in den Linsen bringt nämlich eine Drehung der Polarisationssebene hervor, die so störend wirkt, dass der dunkle Streifen zwischen den Parallelfäden des Compensators undeutlich wird, und ich gezwungen werden bin, diese Einrichtung wieder aufzugeben.

Nach dem Durchgange durch den hellen elliptischen Fleck gelangte das Licht durch den Babinet'schen Compensator, das analysirende Nicol'sche Prisma und ein rothes Glas, das Licht von der Brechbarkeit der Fraunhofer'schen Linie D hindurchliefs, ins Auge. Der Compensator wurde um r Schraubengänge und das analysirende Nicol'sche Prisma um den Winkel β gedreht, bis der schwarze Streifen zwischen den Parallelfäden des Compensators erschien.

Ist i der Winkel unter dem die Strahlen (Fig. 1 Taf. I) die Kathetenfläche AB des ersten Prismas treffen, der dazu gehörige Brechungswinkel i_1 , so werden die Amplituden der beiden Strahlencomponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirt nach der Brechung durch die Kathetenfläche AB des ersten Prismas, dem Durchgange durch den hellen elliptischen Fleck und der Brechung durch die Kathetenfläche $A_1 B_1$ des zweiten Prismas in dem Verhältnifs stehen

$$\begin{array}{ll} \sin \alpha & \cos \alpha \cos (i - i_1) \\ S \sin \alpha & P \cos \alpha \cos (i - i_1) \\ S \sin \alpha & P \cos \alpha \cos (i - i_1) \cos (i_1 - i) \end{array}$$

Dabei werden die von Fresnel ¹⁾ theoretisch abgeleiteten und von Brewster ²⁾ durch Beobachtungen geprüften Formeln über die Aenderung der Amplituden geradlinig polarisirter Lichtstrahlen durch Brechung als richtig angenommen.

Nach der Gleichung (1) §. 11 ist dann das Verhältnifs der beiden Amplituden $= \operatorname{tg} \beta$ oder

$$\operatorname{tang} \beta = \frac{S}{P} \cdot \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\cos^2 (i - i_1)}.$$

Vorausgesetzt wird dabei, dafs bei dem Durchgange durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen die Amplitude 1 der Strahlencomponenten parallel

1) *Ann. de chim. et de phys.* (2) XVII, 1821, p. 312, XXIX, 1825, p. 180 sqq., auch *Pogg. Ann.* XXII. Vergl. Neumann, Ueber die Reflexion und Brechung des Lichtes an der Gränze zweier vollkommen durchsichtiger Medien. Abhandl. der Berl. Acad. 1836, S. 6 sqq.

2) *Phil. trans.* 1830, I, p. 133, auch *Pogg. Ann.* Bd. XIX, S. 281.

und senkrecht zur Einfallsebene (im Azimuth 0° und 90°) polarisirt, die Werthe S und P annimmt. Das Verhältniß beider Amplituden ist dann

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad k = \frac{S}{P} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \cos^2 (i - i_1).$$

Diese Gleichung gilt auch noch für das Licht, das von der Schicht zwischen den beiden Hypotenusenflächen in das erste Prisma zurückgeworfen und nach dem Durchgange durch die Kathetenfläche AC mit dem Babinet'schen Compensator und dem analysirenden Nicol'schen Prisma aufgefangen worden ist. Man übersieht nämlich aus Fig. 1 Taf. I sofort, daß die Flächen $A_1 B_1$ und AC unter demselben Winkel i_1 von den durch die Hypotenusenflächen hindurchgegangenen oder reflectirten Strahlen getroffen werden.

Der Gangunterschied beider Strahlencomponenten ergibt sich aus Gleichung (5) §. 15 in Bruchtheilen einer Viertel-Wellenlänge

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \delta = -\frac{r}{a}.$$

Dabei ist δ positiv gerechnet (vergl. §. 15), wenn die parallel zur Einfallsebene polarisirte Componente gegen die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Componente voraus ist.

Bei der Rechnung liefs ich mich durch andere Versuche über gewöhnliche Reflexion leiten, auf welche ich später zurückkommen werde. Diese ergeben, daß von dem Einfallswinkel 0° aus, wo der Phasenunterschied beider Strahlencomponenten 0 seyn muß, mit wachsendem Einfallswinkel der Phasenunterschied continuirlich zunimmt und bei dem Gränzwinkel der totalen Reflexion $-\frac{\lambda}{2} = -2\frac{\lambda}{4}$ betrug für alle in den folgenden Tabellen erwähnten Fälle.

Man erhält nun für das durch die verschiedenen Stellen des elliptischen Fleckes hindurchgegangene Licht verschiedene Werthe von r und β . r ist am Rande des elliptischen Fleckes am größten, wo auch die Aenderungen, die

β mit wachsendem Einfallswinkel erleidet, am auffallendsten sind.

Der dunkle Streifen im Compensator hatte zwei symmetrische Hälften, die in der kleinen Axe des elliptischen Fleckes zusammenstiessen, und zeigte etwa eine Form wie Fig. 8 Taf. I angiebt. Die punktirte Linie bedeutet dabei die grofse Axe des elliptischen Fleckes. Aus der Gestalt dieses Streifens läfst sich schon übersehen, dafs der Phasenunterschied nicht proportional der Dicke der durchstrahlten Schicht zwischen den Hypotenusenflächen zunimmt.

Um Doppelbrechung des Glases durch Compression zu vermeiden, durften die Hypotenusenflächen der Prismen nicht zu stark aufeinander geprefst werden, und selbst, wenn dies geschah, blieb in den meisten Fällen noch eine dünne Luftschicht an der Berührungsstelle der Flächen zurück. Es ergab sich dies daraus, dafs das durch diese Berührungsstelle hindurchgegangene Licht elliptisch polarisirt war, und dafs diese elliptische Polarisation verschwand, wenn, ohne den Einfallswinkel der auffallenden Strahlen zu ändern, Wasser zwischen die Hypotenusenflächen gebracht wurde, so dafs wieder das Licht mit gewöhnlicher Brechung durch die Schicht zwischen den Hypotenusenflächen hindurchging. Es würde demzufolge nicht möglich seyn zwei Körper zur vollkommenen Berührung zu bringen.

Die folgenden Tabellen enthalten in der ersten Spalte unter J den Winkel, unter welchem die Strahlen auf die Hypotenusenfläche des ersten Prismas auffielen, in der zweiten und dritten Spalte, die für verschiedene Einfallswinkel beobachteten Werthe der Gröfsen r und β . Dieselben sind das Mittel aus mehreren Bestimmungen bei positiven und negativen Werthen $\alpha = 45^\circ$. Die vierte und fünfte Spalte enthalten die mit Hülfe der Gleichungen (1) und (2) berechneten Werthe von k und δ , letztere in Bruchtheilen einer Viertel-Wellenlänge. Dabei sind die Beobachtungen angeführt, sowohl für die dünnste Stelle der Schicht zwischen den Hypotenusenflächen, wenn das Licht durch die *Mitte* des hellen elliptischen Fleckes hindurchgegangen war,

als auch für die dickste Stelle des dünneren Mediums, durch welche das Licht noch hindurchging am Rande des hellen elliptischen Fleckes. Die Beobachtungen am Rande desselben beziehen sich also auf Dicken des dünneren Mediums, die bei verschiedenen Einfallswinkeln verschieden groß waren.

Die zur Berechnung von k benutzten Werthe von i und i_1 sind der Raumersparnis wegen nicht mit angegeben, da sie sich aus den Werthen von J , und dem bekannten Brechungsexponenten des Glases mit Hülfe der Gleichung (1) §. 4 leicht bestimmen lassen.

XIa. Flintglas - Luft.

(Bei totaler Reflexion durch das dünnere Medium hindurchgegangenes Licht.)

$$\mu = 1,6160 \quad (38^\circ 14')$$

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	Mitte				Rand			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
38° 13'	2,080	59°	1,655	-0,290				$\frac{\lambda}{\tau}$
38 24	1,954	62 6'	1,879	-0,272	-0,300	68° 20'	2,504	0,942
38 50	2,074	58 52	1,648	-0,289	1,071	68 13	2,491	-0,149
39 27	2,720	61 32	1,838	-0,379	2,356	66 24	2,281	-0,328
40 3	2,866	57 54	1,589	-0,399	2,885	64 8	2,049	-0,402
40 40	2,720	56 50	1,527	-0,379	2,866	62 30	1,917	-0,399
41 18	2,828	56 29	1,507	-0,394	3,368	61 13	1,817	-0,469
41 55	3,138	55 19	1,444	-0,437	3,742	60 9	1,741	-0,521
43 8	3,373	54 2	1,378	-0,470	4,002	57 18	1,557	-0,558
45	3,653	51 31	1,258	-0,509	4,264	52 55	1,323	-0,594
46 52	3,776	48 16	1,120	-0,526	4,320	48 33	1,132	-0,602
47 28	3,949	48 35	1,133	-0,550	4,425	47 34	1,093	-0,617
48 5	4,170	46 54	0,967	-0,581	4,520	46 40	1,059	-0,630
49 42	3,973	44 58	0,997	-0,554	4,156	45 21	1,011	-0,579
51 10	4,277	41 34	0,883	-0,596	4,560	41 46	0,889	-0,635
57 13	4,016	35 32	0,701	-0,559	4,031	35 36	0,703	-0,562
62 1	3,390	30 28	0,562	-0,463	3,320	31 15	0,581	-0,463
68 26	2,920	29 26	0,518	-0,407				

Wurde das in das erste Flintglasprisma mit ebener Hypotenusenfläche zurückgeworfene Licht untersucht, welches an einer vom Berührungspunkte der beiden Hypotenusen-

flächen möglichst entfernten Stelle total reflectirt worden war, so ergab sich Folgendes:

X1b. 1) Flintglas-Luft.

Total reflectirtes Licht.

$\mu = 1,6160$ ($38^\circ 14'$)

$\alpha = 7,177$

$\alpha = 45^\circ$

J	r	β	k	reflectirt		durchge- gangen
				δ beob.	δ berechn.	δ beob.
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$
$38^\circ 13'$	0,840	$45^\circ 33'$	1,013	-2,117	-2	-0,042
38 24					-2,147	-0,149
38 50	1,780	44 39	0,983	-2,248	-2,252	-0,328
39 27	2,4	45 22	1,009	-2,334	-2,342	-0,102
40 3	3,047	45 17	1,007	-2,425	-2,400	-0,399
40 40	3,170	45 6	1,001	-2,442	-2,446	-0,469
41 18	3,476	45 16	1,008	-2,484	-2,479	-0,521
41 55	3,790	45 9	1,004	-2,528	-2,507	-0,558
43 8	3,940	45 21	1,012	-2,549	-2,542	-0,584
45	4,222	45 4	1,002	-2,588	-2,574	-0,602
46 52	4,379	45 52	1,030	-2,610	-2,588	-0,617
47 28	4,480	45 1	1	-2,624	-2,588	-0,630
48 5	4,486	45 15	1,008	-2,625	-2,589	-0,579
48 42	4,350	45 16	1,008	-2,606	-2,589	-0,635
51 10	4,220	45 4	0,998	-2,588	-2,580	-0,562
57 13	3,726	45 19	0,992	-2,519	-2,523	-0,463
63 1	3,200	45 48	0,984	-2,446	-2,447	
68 26	2,530	47 18	0,995	-2,353	-2,366	

Die Bedeutung der Zahlen in den ersten fünf Spalten der vorhergehenden Tabelle ist dieselbe, wie früher. Die sechste Spalte enthält den Werth von δ , wie er sich mittelst der von Fresnel²⁾ gegebenen Formel

$$(3) \quad \cos \frac{\delta}{\lambda} 2\pi = \frac{2\mu^2 \sin^4 J - (\mu^2 + 1) \sin^2 J + 1}{(\mu^2 + 1) \sin^2 J - 1}$$

berechnet. Daneben stehen der Vergleichung wegen die Werthe von δ für Licht, das durch den Rand des elliptischen Fleckes hindurchgegangen ist. Man übersieht sofort, daß diese Werthe von δ in der letzten Spalte der vor-

1) Vergl. die Bemerkungen §. 13.

2) *Ann. de chim. et de phys.* t. 29, 1825, p. 183. Vergl. das Ende des §. 18.

stehenden Tabelle sich von den Werthen derselben GröÙe δ für reflectirtes Licht nur durch die GröÙe 2 vor dem Komma unterscheiden, d. h. daÙ die GröÙen δ um eine halbe Wellenlänge verschieden sind.

Die Uebereinstimmung des Ausdrucks (3) mit dem Versuch hat für total reflectirtes Licht schon Jamin ¹⁾ nachgewiesen mit einer der hier angewandten ähnlichen Methode.

Es ist aber dabei zu berücksichtigen, daÙ die Oberfläche des Glases Aenderungen erleidet, auf die schon Aug. Seebeck ²⁾ aufmerksam gemacht hat. Diese Oberflächen-Aenderungen lassen sich sehr schwer übersehen, da sie zum Theil in einer Condensation von Luft, zum Theil auch in einer Condensation von Wasser auf der Glasoberfläche zu bestehen scheinen, wie ich dies früher bei vielen festen Körpern gezeigt habe ³⁾ und wie es in neuerer Zeit durch Beobachtungen von Magnus ⁴⁾ nach einer ganz anderen Methode bestätigt worden ist.

In der Tabelle XVII §. 22 finden sich Beobachtungen an demselben Flintglasprisma, bei denen sich eine gröÙere Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach Gleichung (3) berechneten Werthen des Phasenunterschiedes für total reflectirtes Licht zeigt. Das Prisma war kurz vor diesen letzteren Beobachtungen nach vorhergegangener sorgfältiger Reinigung, wie sie gewöhnlich stattfand, längere Zeit in reinen Alkohol gelegt und mit einem reinen leinenen Tuche abgerieben worden, wodurch die Verunreinigungen der Oberfläche entfernt worden waren.

In manchen Fällen reicht diese Reinigungsmethode nicht aus, und man würde die Oberflächen neu schleifen und poliren müssen, um ganz reine Oberflächen zu erhalten.

Aehnliche Beobachtungen, die über total reflectirtes

1) *Ann. de chim. et de phys.* t. 30, 1850, p. 257 sqq.

2) A. Seebeck, *Observationes de corporum lucem simpliciter refringentium angulis polarisationis diss.* Berolini 1830, p. 42.

3) *Pogg. Ann.* Bd. 108, 1859, p. 326.

4) *Pogg. Ann.* Bd. 121, 1864, p. 186.

Licht an frisch polirtem Crown Glas angestellt wurden und sich in Tabelle XVI §. 22 zusammengestellt finden, ergeben ebenfalls eine gute Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe von δ .

17.

Legte man die beiden Flintglasprismen so übereinander, daß sich nur die rechte Hälfte der Hypotenusenfläche des ersten Prismas über der linken Hälfte des zweiten Prismas befand (vergl. Fig. 10 Taf. I), so liefs sich in den Werthen von r und β kein Unterschied finden, mochte das Licht total reflectirt worden seyn an einer Stelle der Hypotenusenfläche mit einer Luftschicht von wenigen Wellenlängen Dicke darunter (zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen) oder an einer Stelle, unter der eine Luftschicht von unendlicher Dicke sich befand.

Liefs man das Licht auf einer Stelle der ebenen Hypotenusenfläche in das erste Prisma zurück reflectiren, wo der dunkle elliptische Fleck erschien, so hatte der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator die Gestalt Fig. 8 Taf. I wie für das durchgegangene Licht. Die dabei beobachteten Werthe von r und β waren um so kleiner, je näher die betreffende reflectirende Stelle der Berührungsstelle der beiden Hypotenusenflächen lag.

Die Einstellung des analysirenden Nicol'schen Prismas und des Compensators wird jedoch für das Licht, das von dem dunklen elliptischen Fleck reflectirt worden ist, dadurch erschwert, daß die nebenliegenden Stellen der Hypotenusenfläche sehr viel mehr Licht reflectiren.

Es gilt diels alles, wie hier gleich im Voraus erwähnt werden mag, auch für den Fall, daß Wasser zwischen die Hypotenusenflächen der Prismen gebracht wird, oder daß statt der Prismen von Flintglas solche von Crown Glas angewandt werden (vergl. §. 20).

Wurden die beiden Flintglasprismen lose aufeinander gelegt, und dann mit einem Paar Kitttropfen an einander befestigt, so ergaben die Beobachtungen über das Licht, das von der *dünnsten* Stelle der Luftschicht zwischen den

Hypotenusenflächen durchgelassen oder reflectirt wurde, folgende Resultate. Die Bezeichnungen sind dieselben wie früher.

XI c. Flintglas - Luft.

(Bei totaler Reflexion durch eine dünne Luftschicht hindurchgegangenes und reflectirtes Licht.)

$$\mu = 1,6160 \text{ (} 38^\circ 14' \text{)}$$

$$\alpha = 7,177 \quad \alpha = 45^\circ.$$

J	durchgegangen				reflectirt			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
				λ				λ
38° 50'	1,700	55° 17'	1,437	-0,237	1,700	30° 21'	0,583	-2,237
39 27	1,940	56 49	1,524	-0,270	1,512	32 34	0,636	-2,211
40 8	2,220	55 32	1,453	-0,309	2,064	40 15	0,844	-2,288
41 55	2,610	53 43	1,361	-0,364	2,600	40 16	0,846	-2,362
42 8	2,820	53 4	1,330	-0,393	2,820	44 28	0,961	-2,393
45	3,245	51 24	1,253	-0,452	2,925	43 39	0,934	-2,408
48 5	3,840	46 34	1,056	-0,535	3,800	45 41	1,024	-2,529
51 10	3,584	43 16	0,937	-0,499	3,700	43 58	0,960	-2,516
57 18	3,460	35 57	0,712	-0,481	3,500	47 45	1,081	-2,488
63 1	3,000	32 10	0,602	-0,418	2,720	47 50	1,057	-2,379

Man sieht, wie auch hier wieder der Phasenunterschied δ für reflectirtes und durchgegangenes Licht sich nur durch die 2 vor dem Komma, d. h. um eine halbe Wellenlänge unterscheiden. Im durchgehenden Licht hat die Componente senkrecht zur Einfallsebene polarisirt die grössere Amplitude, wenn im reflectirten Licht die Componente parallel zur Einfallsebene polarisirt die grössere Amplitude hat, und umgekehrt.

Es folgt aus diesen Versuchen, dass auf die Eigenschaften des total reflectirten Lichtes Stellen des dünneren Mediums von Einfluss sind, die sich in merklicher Entfernung von der Gränzfläche beider Medien befinden. *Der Phasenunterschied nimmt mit der Dicke der Schicht unter der Gränzfläche zu und nähert sich mit wachsender Dicke einem Maximum, das durch die von Fresnel angegebene Gleichung (3) ausgedrückt wird.*

Es ist bei der Beurtheilung dieser Tabellen zu beachten, daß für durchgegangenes und reflectirtes Licht bei der angegebenen Compensatorstellung bei einem positiven Werthe von α (vergl. Anm. §. 15, S. 208) auch ein positiver Werth von β am Kreise des analysirenden Nicol'schen Prismas abgelesen und auch in den Tabellen aufgeführt worden ist. Für reflectirtes Licht wird bei dem Einfallswinkel 0° , wo beide Strahlencomponenten sich gleich verhalten müssen, bei einem positiven Werth von α (vergl. Anm. §. 15) ein negativer Werth von β gefunden. Die Polarisationsebene des reflectirten Strahles ist dieselbe, wie die des einfallenden, aber die Kreistheilungen der beiden Nicol'schen Prismen liegen jetzt beide nach derselben Seite, nämlich beide dem Heliostaten zugewandt. Mit wachsendem Einfallswinkel wächst der Gangunterschied beider Strahlencomponenten von 0° bis $-\frac{\lambda}{2}$ welchen letzteren Werth er bei dem Gränzwinkel der totalen Reflexion erreicht. β nimmt dabei zuerst ab und später wieder zu, und man liest für einen Einfallswinkel $=$ diesem Gränzwinkel an der Kreistheilung einen negativen Werth β ab (wenn man von dem Einfluß der Brechung durch die Kathetenflächen absieht), der gleich dem Werthe α ist, und am Compensator einen Werth $r = 2\alpha$. Analysirendes und polarisirendes Nicol'sches Prisma stehen dann parallel zu einander.

Läßt man das Licht nicht durch den Compensator gehen, oder schraubt den Compensator auf 0 , so fällt ebenfalls geradlinig polarisirtes Licht auf das analysirende Nicol'sche Prisma. Man muß dasselbe aber in das durch $+\beta$ der Kreistheilung bestimmte Azimuth stellen, um den schwarzen Streifen zwischen den Parallelfäden des Compensators erscheinen zu lassen. Da nun bei der Aenderung des Einfallswinkels auch gleichzeitig, während der Compensator von 0 bis $r = 2\alpha$ geschraubt wird, der reflectirte Strahl entgegengesetzte Richtung annimmt, so wird das Vorzeichen von β 2 Mal geändert, einmal durch die

Richtungsänderung des Strahles und dann zweitens durch den Gangunterschied $-\frac{\lambda}{2}$ der beiden Strahlencomponenten. Mit anderen Worten, das Vorzeichen von β bleibt ungeändert, und die Polarisationssebene des einfallenden Strahls fällt mit der des reflectirten zusammen.

In der Tabelle XIb müßten also eigentlich unter r Werthe stehen, die um $2a = 14,354$ größer wären, als die angeführten Zahlen, und die Werthe von β mit negativem Vorzeichen, da ja das Azimuth α (vergl. Anm. §. 15), positiv gerechnet wurde, wenn es an der Kreistheilung des polarisirenden Nicol'schen Prismas negativ abgelesen war. Der Genauigkeit der Beobachtungen wegen habe ich es aber vorgezogen eine kleinere Anzahl Schraubengänge r und positive Werthe von β abzulesen, und auch in den Tabellen aufzuführen.

Aus dem eben angeführten ergibt sich auch der Grund weshalb ich in der Tabelle XIb zu den Werthen von δ (ausgedrückt in Viertel-Wellenlängen) wie sie aus der Gleichung (3) des vorigen Paragraphen folgen, noch zwei Viertel-Wellenlängen zugezählt, also vor dem Komma die Ziffer 2 statt 0 gesetzt habe.

Wenn daher aus theoretischen Gründen die Zahlenwerthe δ für reflectirtes und durchgehendes Licht in jenen Tabellen sich durch die 2 vor dem Komma unterscheiden, so verhalten für den Versuch doch beide Lichtmengen sich vollkommen gleich. Damit in Uebereinstimmung beobachtet man (vergl. §. 9) bei derselben Lage des analysirenden Nicol'schen Prismas auch dieselbe Farbe der Bravais'schen Doppelplatte, sowohl für das bei der totalen Reflexion eingedrungene, wie für das zurückgeworfene Licht.

19.

Wurde zwischen die Hypotenusenflächen der Flintglasprismen Wasser gebracht, und eine Reihe von Beobachtungen wie bei einer Luftschicht zwischen den Hypotenusenflächen in §. 12 angestellt, so ergaben sich folgende in Tabelle XII zusammengestellten Resultate.

XIIa. Flintglas-Wasser.

(Bei totaler Reflexion durch das dünnere Medium hindurchgegangenes Licht.)

$$\mu = 1,2096 \text{ (} 55^\circ 46' \text{)}.$$

$$a = 7',177. \quad \alpha = 45^\circ.$$

J	Mitte				Rand			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
				$\frac{\lambda}{\tau}$				$\frac{\lambda}{\tau}$
55° 43'	0,440	45° 55'	1,018	-0,061				
56 2	0,453	46 12	1,027	-0,063	0,547	54° 2'	1,358	-0,076
56 37	0,400	45 54	1,015	-0,056	0,871	54 49	1,395	-0,121
57 13	0,470	46 11	1,023	-0,065	1,085	54 9	1,359	-0,151
60 10	0,605	46 19	1,017	-0,084	1,530	50 22	1,172	-0,213
63 1	0,760	46 36	1,013	-0,106	1,757	47 8	1,031	-0,245
68 26	1,458	44 53	0,915	-0,203	1,514	45 55	0,949	-0,211

XIIb.

(Total reflectirtes Licht.)

$$a = 7',177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	r	β	k	reflectirt		durchge- gangen
				δ beob.	δ ber.	δ beob.
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$
55° 43'	0,050	45° 57'	1,019	-2,007	-2	
56 2	0,290	45 23	0,999	-2,040	-2,110	-0,076
56 37	0,700	45 3	0,985	-2,098	-2,117	-0,121
57 13	0,904	45 47	1,009	-2,126	-2,148	-0,151
60 10	1,406	46 2	1,006	-2,196	-2,219	-0,213
63 1	1,590	46 33	1,010	-2,222	-2,239	-0,245
68 26	1,396	47 31	1,003	-2,194	-2,228	-0,211
69 28	1,312	47 57	1,008	-2,183	-2,221	

Die Bezeichnungen sind dieselben wie in §. 12.

Die Flintglasprismen wurden dann gereinigt, wieder zusammengelegt, und Terpenthinöl zwischen die Hypotenusenflächen gebracht. Die erhaltenen Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

XIII a. Flintglas - Terpenthin.

(Bei totaler Reflexion durch das dünnere Medium hindurchgegangenes Licht.)

$$\mu = 1,0911 \text{ (66° 25')}.$$

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	Mitte				Rand			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
66° 36'	0,378	51°	1,153	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,053$	0,420	51° 26'	1,171	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,058$
66 49	0,576	51 37'	1,176	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,080$	0,400	50 7	1,115	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,056$
68 26	0,620	49 44	1,085	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,088$	0,596	49 36	1,080	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,083$
69 28	0,378	50 15	1,093	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,053$	0,697	48 46	1,087	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,097$

XIII b.

(Total reflectirtes Licht.)

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	r	β	k	reflectirt		durchge- gangen
				δ beob.	δ ber.	δ beob.
66° 36'	$-\frac{r}{\tau}, 0,068$	46° 51'	0,996	$-\frac{\lambda}{\tau}, 1,990$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,031$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,058$
66 49	0,080	46 34	0,984	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,011$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,045$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,056$
68 26	0,376	46 55	0,982	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,052$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,086$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,083$
69 28	0,396	46 56	0,973	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,055$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 2,098$	$-\frac{\lambda}{\tau}, 0,097$

20.

Wurden statt der Flintglasprismen mit ebener und convexer Hypotenusenfläche Crownglasprismen angewandt, so ergab sich für das durch den mit Luft erfüllten Raum zwischen den Hypotenusenflächen hindurchgegangene Licht folgendes:

XIV a. Crown Glas - Luft.

(Bei totaler Reflexion durch das dünnere Medium hindurchgegangenes Licht.)

$$\mu = 1,5149 \quad (41^\circ 19')$$

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	Mitte				Rand			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
41° 22'	0,908	46° 9'	1,040	-0,127	0,908			-0,127
41 42	0,260	45 16	1,008	-0,036	2,000	65° 2'	2,146	-0,279
42 22	0,340	45 14	1,008	-0,047	2,330	63 27	2,000	-0,325
43 1	0,550	44 39	0,967	-0,077	2,840	60 58	1,801	-0,386
43 41	0,340	44 48	0,993	-0,047	2,917	58 59	1,663	-0,406
44 20	0,430	45 11	1,006	-0,060	3,300	57 57	1,597	-0,460
45	1,940	50 34	1,216	-0,270	3,386	54 21	1,394	-0,472
46 59	0,260	45 18	1,010	-0,036	3,798	52 9	1,286	-0,529
49 37	0	45 56	1,031	-0	3,804	47 13	1,077	-0,530
51 35	0	44 43	0,987	-0	3,811	43 49	0,956	-0,531
58 3	0,180	44 21	0,963	-0,025	3,760	36 51	0,738	-0,524
64 26	1,204	47 27	1,053	-0,168	3,300	32 56	0,626	-0,460
70 6	0,840	45 13	0,941	-0,117	2,660	30 36	0,552	-0,371
71 13	0,260	46 41	0,982	-0,036	2,420	29 42	0,528	-0,337

Wurde an der Goniometeraxe das Crown Glasprisma mit ebener Hypotenusenfläche allein befestigt, und das von derselben total reflectirte Licht untersucht, so ergaben sich folgende Werthe, die in derselben Weise wie in §. 12 mit den Beobachtungen über durchgegangenes Licht zusammengestellt sind. Dabei muß jedoch bemerkt werden, daß die Beobachtungen über reflectirtes Licht kurze Zeit nach Anfertigung der Glasprismen, die über durchgegangenes Licht etwa 1 Jahr später angestellt wurden.

XIV b. Crown Glas - Luft.

(Total reflectirtes Licht.)

$$\mu = 1,5149 \quad (41^\circ 19').$$

$$\alpha = 7,870$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	r	β	k	reflectirt		durchgegang.
				δ beob.	δ bes.	δ beob.
41° 22'	0,223	44° 25'	0,979	-2,028	-2,068	-0,127
41 42	0,708	44 48	0,992	-2,090	-2,180	-0,279

Fortsetzung von Tabelle XIVb.

J	r	β	k	reflectirt		durchge- gangen
				δ beob.	δ ber.	δ beob.
				$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$	$\frac{\lambda}{\tau}$
42° 22'	2,126	44° 28'	0,981	-2,270	-2,275	-0,325
43 1	2,603	44 29	0,982	-2,331	-2,338	-0,396
43 41	2,828	44 41	0,989	-2,359	-2,382	-0,406
44 20	3,195	45 20	1,012	-2,406	-2,412	-0,460
45	3,288	45 53	1,031	-2,418	-2,440	-0,472
46 59					-2,485	-0,529
49 37	3,922	45 15	1,008	-2,498	-2,511	-0,530
51 85	3,832	44 26	0,977	-2,487	-2,514	-0,531
58 3	3,695	45 53	1,016	-2,469	-2,475	-0,524
64 26	3,128	46 26	1,016	-2,397	-2,401	-0,460
70 6	2,460	46 29	0,984	-2,312	-2,321	-0,371

21.

Wurde zwischen die Hypotenusenflächen der Crown-
glasprismen Wasser gebracht, so ergab sich für das von
dieser Schicht total reflectirte oder durch den hellen ellip-
tischen Fleck durchgelassene Licht folgendes:

XVa Crownglas-Wasser.

(Bei totaler Reflexion durch das dünnere Medium hindurchgegangenes
Licht.)

$$\mu = 1,1339 \quad (61^\circ 52')$$

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	Mitte				Rand			
	r	β	k	δ	r	β	k	δ
				$\frac{\lambda}{\tau}$				$\frac{\lambda}{\tau}$
61° 49'	0,293	45° 49'	1,003	-0,041	0,913	51° 54'	1,228	-0,127
62 26	0,360	46 47	1,035	-0,050	1,040	51 26	1,220	-0,145
63 3	0,381	46 49	1,034	-0,053	1,113	50 36	1,181	-0,155
64 26	0,436	47 18	1,047	-0,061	1,160	49 38	1,137	-0,162
67 26	0,424	46 48	1,013	-0,059	1,440	48 1	1,057	-0,201
70 6	0,432	47 6	1,006	-0,060	1,440	46 51	0,995	-0,201
71 13	0,430	47 15	1,002	-0,060	1,270	45 56	0,957	-0,177

XVb. Crown Glas-Wasser:

(Total reflectirtes Licht.)

$$\mu = 1,1389 \text{ (} 61^\circ 52' \text{)}$$

$$\alpha = 7,177$$

$$\alpha = 45^\circ$$

J	r	β	k	reflectirt		durchge- gangen
				δ beob.	δ ber.	δ beob.
61° 49'	1,026	45° 50'	1,003	-2,143	-2	-0,127
62 26	1,355	45 33	0,885	-2,175	-2,069	-0,145
63 3	1,360	45 52	1,000	-2,189	-2,095	-0,155
64 28	1,509	46 29	1,018	-2,210	-2,128	-0,162
67 15	1,680	46 37	1,006	-2,234	-2,156	-0,201
70 6	1,760	46 52	0,997	-2,245	-2,159	-0,201
71 13	1,620	47 6	0,996	-2,226	-2,156	-0,177

22.

Legt man ein Crownglasprisma mit convexer und ein Flintglasprisma mit ebener Hypotenusenfläche aufeinander, wie es in §. 6 beschrieben worden ist, befestigt diese an der Goniometeraxe und läßt auf die Kathetenfläche des Crownglasprismas im Azimuthe $\alpha = 45^\circ$ polarisirtes Sonnenlicht auffallen, so ist das aus dem Flintglasprisma austretende Licht elliptisch polarisirt und läßt sich in der oben (§. 16) beschriebenen Weise mit dem Babinet'schen Compensator untersuchen.

In der folgenden Tabelle XVI sind die Beobachtungen zusammengestellt für Licht, das am Rande des hellen elliptischen Fleckes durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen beider Prismen hindurchgegangen oder für Licht, das in das Crownglasprisma total zurückgeworfen war am Rande der Hypotenusenfläche, mit einer Luftschicht von mehreren Wellenlängen unter derselben.

Es sey wieder wie in §. 6 J der Einfallswinkel im Crownglas, J_1 der dazu gehörige Brechungswinkel für den Uebergang des Lichtes aus Crownglas in Flintglas, so ist für die angewandten Prismen

$$(A) \quad \sin J_1 = \frac{1,5149}{1,6160} \sin J.$$

Nennt man i den Einfallswinkel der Strahlen für die Kathetenfläche AB des ersten Crownglasprismas in Luft (vergl. Fig. 1 Taf. I) und i_1 den dazu gehörigen Brechungswinkel; nennt man ferner die entsprechenden Winkel für die Kathetenflächen $A_1 B_1$ des Flintglasprismas j und j_1 , so sind diese Winkel durch die Gleichungen bestimmt.

$$(B) \quad \begin{cases} J - 45^\circ = i_1 & J_1 - 45^\circ = j_1 \\ \sin i = 1,5149 \sin i_1 & \sin j = 1,6160 \sin j_1 \end{cases}$$

und das Verhältnisse k der Amplituden S und P der Strahlencomponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisirt ist für das reflectirte Licht wie früher durch die Gleichung (1) (§. 16) gegeben

$$(a) \quad k = \frac{S}{P} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \cos^2 (i - i_1)$$

für das durchgehende Licht aber durch die Gleichung

$$(b) \quad k = \frac{S}{P} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \cos (i - i_1) \cos (j - j_1)$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen sind die betreffenden Werthe von k in der folgenden Tabelle XVI aus den Beobachtungen berechnet. Die übrigen Bezeichnungen sind dieselben, wie früher.

XVI. Crown-glass - Luft - Flint-glass.

$$\mu = 1,5149 \text{ (41° 19')}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 7,177$$

Im Crown-glass J	durchgegangen				reflectirt				Im Flint-glass J_1
	r	β	k	δ	r	β	k	δ	
41° 42'	1,300	66° 58'	2,346	$\frac{\lambda}{i}$ -0,181	0,840	44° 25'	0,979	$\frac{\lambda}{i}$ -2,117	39° 35'
42 22	2,230	65 34	2,196	-0,311	1,700	44 16	0,974	-2,275	39 11
43 1	2,690	64	2,047	-0,369	2,148	45 41	1,024	-2,338	39 45
45	3,340	57 50	1,589	-0,465	3,160	45 23	1,013	-2,440	41 31
46 59	3,700	55 30	1,454	-0,516	3,660	44 45	0,991	-2,485	43 16
48 18	4,120	53 5	1,331	-0,574	3,902	45 3	1,001	-2,497	44 25
49 37	4,310	49 43	1,179	-0,601	3,906	45 40	1,022	-2,511	45 34
51 35	4,120	46 16	1,043	-0,574	3,700	44 42	0,986	-2,514	47 16
56 3	3,820	38 17	0,776	-0,592	3,484	45 38	1,008	-2,475	52 43
64 26	2,950	32 59	0,632	-0,411	2,820	45 13	0,974	-2,401	57 44

Lieft man umgekehrt die Strahlen zuerst auf das Flintglasprisma fallen und untersuchte sie nach dem Austritt aus dem Crownglasprisma, so war für das in Flintglas zurückgeworfene Licht

$$(c) \quad k = \frac{S}{P} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \cos^2 (j - j_1)$$

und für das durch beide Prismen hindurchgegangene Licht

$$(d) \quad k = \frac{S}{P} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \cos (j - j_1) \cos (i - i_1).$$

Die Beobachtungen finden sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt. J_1 ist dabei der Einfallswinkel im ersten Prisma von Flintglas, J der entsprechende durch Gleichung A gegebene Winkel im zweiten Prisma von Crownglas.

XVII. Flintglas - Luft - Crownglas.

$$\mu = 1,6160 \text{ (38° 14')}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\alpha = 7,177$$

Im Flintglas J_1	durchgegangen				reflectirt				Im Crownglas J
	r	β	k	δ $\frac{\lambda}{\tau}$	r	β	k	δ beob. $\frac{\lambda}{\tau}$	δ ber. $\frac{\lambda}{\tau}$
38° 50'	1,160	67° 46'	2,440	-0,162	1,404	44° 52'	0,979	-2,204	-2,262
39 27	2,129	64 30	2,092	-0,287	2,192	45 33	1,016	-2,305	-2,342
40 40	3,180	62 40	1,933	-0,463	3,188	44 2	0,965	-2,444	-2,446
41 55	3,420	58 39	1,641	-0,476	3,810	44 32	0,963	-2,531	-2,507
43 8	3,770	53 38	1,358	-0,525	4,096	45 5	1,003	-2,571	-2,542
46	4,100	51	1,234	-0,571	4,114	45 19	1,011	-2,572	-2,574
46 52	4,651	47 2	1,072	-0,564	4,046	45 2	1,061	-2,563	-2,568
48 5	4,080	45 36	1,017	-0,569	4,120	44 55	0,986	-2,574	-2,590
51 10	3,880	41 21	0,873	-0,541	4,040	45 50	1,025	-2,563	-2,580
57 13'	3,840	34 31	0,670	-0,535	3,760	45 28	1,004	-2,433	-2,523

Um die Zahlen beider Tabellen vergleichen zu können, muß man die Werthe von J aus der ersten Spalte der Tabelle XVI mit denen von J aus der letzten Spalte der Tabelle XVII zusammenstellen.

Es ergibt sich dann, daß die Werthe von k dieselben sind, mag das Licht den Weg Crownglas-Luft-Flintglas oder Flintglas-Luft-Crownglas zurücklegen.

Ebenso sind auch die Werthe von δ für beide Fälle dieselben. Es überwiegt zwar der Phasenunterschied δ für den ersten Fall Crownglas-Luft-Flintglas, doch sind die Unterschiede innerhalb der Fehlerquellen dieser Versuche.

Die Beobachtungen konnten nicht alle an demselben Tage angestellt werden, und leicht können sich die Oberflächen der Hypotenusenflächen der Prismen ein wenig geändert haben. Die Unterschiede, die man nach den Ergebnissen des §. 6 hätte erwarten können, sind auch außerordentlich gering, da mit wachsender Dicke des dünneren Mediums der Phasenunterschied sich einem Maximalwerth nähert. Möglicher Weise würde sich ein Unterschied finden, wenn die Brechungsexponenten der angewandten Glasarten mehr von einander verschieden wären, als es bei den mir zu Gebote stehenden Prismen der Fall war.

In Tabelle XVI ist der Werth von δ für durchgegangenes Licht größer als derselbe Werth δ für reflectirtes Licht, wenn man die 2 vor dem Komma bei diesem letzteren fortläßt (vergl. §. 18). Durch Anwendung einer stärker brechenden Substanz als zweites Prisma wird also der Phasenunterschied des durchgegangenen Lichts vergrößert, wie das nach den Resultaten der §§. 16 bis 20 zu erwarten war.

In Tabelle XVII ist der Phasenunterschied für durchgegangenes Licht nur wenig kleiner oder nahezu gleich demjenigen für total in das Flintglasprisma zurückgeworfenes Licht, wenn man wieder bei diesem letzteren von der 2 vor dem Komma absieht. Es scheint aber, als ob hier eine Oberflächenänderung stattgefunden hätte, denn die früher angeführten Beobachtungen an demselben Flint-

glasprisma ergeben größere Werthe derselben GröÙe δ für reflectirtes Licht, so daß diese Beobachtungen das eben angeführte Gesetz zu bestätigen scheinen.

Auch diese Beobachtungen über total reflectirtes Licht zeigen wie die früheren (§§. 16 bis 20), daß sich der Phasenunterschied δ durch die von Fresnel gegebene Formel 3 (§. 16) ausdrücken läßt.

Ich habe absichtlich diese Beobachtungen nicht fortgelassen, weil sie ein deutliches Bild von den Fehlerquellen geben, die trotz aller Sorgfalt bei diesen Beobachtungen vorkommen können. Möglich, daß man bei Beobachtungen im vollkommen luftleeren Raume und bei frisch polirten Flächen mit genaueren Beobachtungsmethoden eine größere Uebereinstimmung erreichte, immerhin würde dies aber neue Fehlerquellen anderer Art mit sich bringen.

Es mag hier noch bemerkt werden, daß der Babinet'sche Compensator wieder für die dickste Luftschicht den größten Phasenunterschied zeigte und daß der dunkle Streifen wie bei einem Paare gleichartiger Prismen, die in Fig. 8 Taf. I dargestellte Form hatte.

23.

Beobachtungen an demselben Apparat, wenn man Wasser anstatt Luft zwischen das Flintglas- und Crownglasprisma brachte, ergaben ähnliche Resultate, wie sich aus der folgenden Zusammenstellung ergibt. Die Bezeichnungen sind dieselben, wie im vorigen Paragraphen, wie sich denn auch die Werthe von δ und k in derselben Weise aus den beobachteten GröÙen r und β berechnen.

XVIII. Crown-glas - Wasser - Flintglas.

$$\mu = 1,1339 \quad (61^\circ 52')$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 7,177$$

Im Crown-glas J	durchgegangen			reflectirt			Im Flintglas J_1
	r	β	k	δ	r	β	
$61^\circ 49'$	0,444	$54^\circ 29'$	1,373	$\frac{\lambda}{\lambda}$ -0,062	0,660	$45^\circ 18'$	$\frac{\lambda}{\lambda}$ -2,084
64 26	1,066	51 29	1,226	-0,149	0,900	45 13	-2,125
70 6	1,570	48 12	1,061	-0,219	1,400	46 29	-2,195
							$\frac{\lambda}{\lambda}$ -2,128
							-2,159
							55° 43'
							57 44
							61 49

XIX. Flintglas - Wasser - Crown-glas.

$$\mu = 1,2096 \quad (55^\circ 46')$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 7,177$$

Im Flintglas J_1	durchgegangen			reflectirt			Im Crown-glas J
	r	β	k	δ	r	β	
$56^\circ 2'$	0,268	$53^\circ 41'$	1,332	$\frac{\lambda}{\lambda}$ -0,037	0	45°	$\frac{\lambda}{\lambda}$ -2,000
57 13	1,340	51 41	1,233	-0,188	0,628	$44^\circ 32'$	-2,088
63 1	1,480	46 58	1,005	-0,206	1,520	45	-2,212
68 26	0,940	45 49	0,851	-0,131	1,700	$47^\circ 11'$	-2,245
							$\frac{\lambda}{\lambda}$ -2,110
							-2,148
							-2,239
							-2,228
							62° 13'
							63 45
							71 55
							83 47

24.

Um zu sehen, ob die Lichtintensität auf den Phasenunterschied des Lichtes von Einfluß wäre, welches durch den Raum zwischen den Hypotenusenflächen eines Prismenpaares hindurchgegangen oder von ihm reflectirt worden, wurde folgendermaßen verfahren.

Der dunkle Streifen im Babinet'schen Compensator wurde in der §. 16 beschriebenen Weise hervorgebracht, zwischen polarisirendes Nicol'sches Prisma und Heliostaten aber noch ein drittes Nicol'sches Prisma eingeschaltet. Durch Drehen dieses dritten Prismas konnte ich die Intensität kleiner und kleiner, ja 0 werden lassen, ohne das Azimuth und die Richtung der auf die Hypotenusenflächen des Prismenpaares auffallenden Strahlen zu ändern. Ich sah aber bei den verschiedensten Apparaten und den verschiedensten Einfallswinkeln, sowohl für reflectirtes wie durchgegangenes Licht keine merkliche Verschiebung oder Verblässung des dunklen Streifens im Compensator. Derselbe verschwand allmählich an derselben Stelle des Gesichtsfeldes. Trat eine Verschiebung ein, so war sie jedenfalls äußerst gering, und konnte von einer Ablenkung der Strahlen und einer Aenderung des Einfallswinkels durch das dritte Nicol'sche Prisma herrühren.

Demnach wäre der Phasenunterschied für das bei totaler Reflexion durchgegangene oder zurückgeworfene Licht unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichtes.

25.

Die hauptsächlichsten Versuche, welche im Vorhergehenden beschrieben worden sind, lassen sich, wenn es nicht auf Messungen ankommt, sehr leicht mit folgendem einfachen Apparate wiederholen, den nach meiner Angabe die HH. Schmidt und Haensch in Berlin, Dragonerstraße 19, angefertigt haben.

Für diesen Apparat benutze ich die länglichen Prismen, welche im Handel als Zierrath für Kronenleuchter vielfach vorkommen. Diese aus Spiegelglas gefertigten gleichseiti-

gen Prismen haben statt eines rechten Winkels einen Winkel von etwa 95° , der so berechnet ist, daß Strahlen, welche gegen die Kathetenfläche AB oder AC (Fig. 1 Taf. I) senkrecht stehen, die von Luft begränzte Hypotenusenfläche BC nahezu unter dem Gränzwinkel der totalen Reflexion treffen. Es geschieht dies um außer durch Brechung auch noch durch den von der totalen Reflexion herrührenden sogenannten blauen Bogen Farben zu erhalten.

Von diesen länglichen Prismen werden kürzere Stücke von 15 bis 20^{mm} Höhe abgeschnitten. Kittet man mit Canadabalsam auf die Hypotenusenfläche eines solchen Prismas eine gewöhnliche Convexlinse aus Spiegelglas (ein Brillenglas) von 1 bis 2^{mm} Brennweite, so erhält man ein Prisma mit convexer Hypotenusenfläche, das nun auf einem anderen Prisma mit ebener Hypotenusenfläche in der §. 2 beschriebenen Weise mit Kitt oder Fäden befestigt wird. Natürlich würde man, wenn man die größeren Kosten nicht scheut, auch direct eine convexe Fläche von schwacher Krümmung statt der ebenen Hypotenusenfläche an ein solches Prisma anschleifen können.

Ein so vorgerichtetes Prismenpaar wird in einer passenden Röhre von schwarzgebranntem Messing mit Kork so befestigt, daß die gegenüberliegenden Kathetenflächen AC und A_1C_1 (vergl. Fig. 1 Taf. I) normal gegen die Röhrenaxe stehen. Die Röhre selbst hat etwa 40^{mm} Höhe und ist durch zwei Platten mit kreisförmigen centralen Oeffnungen von 9^{mm} Durchmesser geschlossen. Der kleine Apparat ist in Fig. 9 Taf. I in halber natürlicher Gröfse dargestellt.

Hält man ihn in der Weite des deutlichen Sehens vom Auge entfernt gegen hellen Hintergrund, so zeigen sich, sobald man ihn ein wenig um eine Prismenkante dreht, Newton'sche Ringe im durchgelassenen Lichte. Bei weiterer Drehung in entgegengesetzter Richtung verschwinden die Ringe, es bleibt der oben (§. 2) beschriebene helle elliptische Fleck mit braunrothem Rande, der bei weiterer Neigung sich deutlich zusammenzieht und mit einem Nicol-

schen Prisma oder einem gefärbten Glase betrachtet, die oben beschriebenen Aenderungen zeigt.

Um an dem Apparate auch die Erscheinungen im reflectirten Lichte betrachten zu können, schließt man die Oeffnung an dem einen Röhrendende durch eine Klappe *K*, und dreht den Ring *R* so, daß die Oeffnung in denselben über die seitliche Oeffnung der Röhre und also gleichzeitig über die Kathetenfläche *AC* des ersten Prismas fällt. Hält man den Apparat wieder in der Entfernung des deutlichen Sehens vom Auge entfernt, so wird man leicht bei passender Neigung die Newton'schen Ringe im reflectirten Lichte wahrnehmen, die bei weiterer Drehung verschwinden; nur der dunkle centrale elliptische Fleck mit blauem Rande bleibt, der dann dieselben Aenderungen, wie der helle elliptische Fleck für durchgehendes Licht zeigt.

Mit einer Bravais'schen Doppelplatte und einem gewöhnlichen Polarisationsapparate läßt sich auch die elliptische Polarisation des durchgegangenen und reflectirten Lichtes an dem eben beschriebenen Instrumente leicht nachweisen.

Berlin, im October 1865.

III. *Ueber die Bespinnung des Kupferdrahts der elektromagnetischen Spiralen;* *von Julius Dub.*

In den Sitzungen vom 9., 16. und 30. Jan. 1865 hat Hr. Du Moncel der pariser Akademie der Wissenschaften Mittheilungen über eine Beobachtung gemacht, welche von ihm, wie von dem Referenten eines deutschen Journals eine „ganz unerwartete“ genannt und auch von anderen Physikern als bemerkenswerth hervorgehoben worden ist.

Die Beobachtung besteht darin, daß elektromagnetische Spiralen unter Umständen einen stärkeren Magnetismus her-

vorrufen, wenn sie aus unbesponnenen Drähten gewickelt sind, als wenn der sie bildende Draht besponnen ist. Nach meiner Meinung enthält diese Erscheinung weder Neues, noch bietet sie für die Herstellung von Elektromagneten irgend welche Vortheile dar.

Unter den vielen Spiralen, welche ich theils selbst gewickelt, theils unter meiner Aufsicht habe anfertigen lassen, sind auch mehrere, welche aus unbesponnenem Kupferdraht bestehen. Eine Anfertigung von derartigen Spiralen wurde aber weder ohne Sorge für die Isolirung der Drähte, noch zu dem Zwecke unternommen, um dadurch ein günstigeres Resultat zu erzielen, sondern es geschah bei größter Sorgfalt für die Isolirung, theils um Kosten zu vermeiden, theils um zu verhüten, daß sehr dicke und weiche Drähte durch das Auf- und Abwickeln beim Besspinnen wieder hart würden.

Zu den genannten Spiralen gehören auch besonders diejenigen, welche ich in Vereinigung mit d'Heureuse, Behufs der Untersuchung sehr großer Elektromagnete anfertigen ließ¹⁾. Diese Spiralen waren aus $4\frac{1}{2}$ mm dickem Kupferdraht folgendermaßen gewickelt. Die Windungen der untersten Lage wurden auf eine Holzhülse gewunden, in welche eine spiralförmige Rinne gedreht war. In diese paßte nun der Draht so, daß die Windungen möglichst dicht neben einander lagen ohne sich zu berühren. Ueber jede Lage von Windungen wurde Wachstaffet gelegt und dann die folgende Lage darüber gewickelt, wobei sich die Windungen zum Theil in die Zwischenräume der darunter befindlichen Drahtschicht legten, nur durch den Wachstaffet von einander getrennt. Zwei von diesen Spiralen hatten je 900 Windungen, jede wog 242 Pfund, war 9" lang und hatte 9" inneren und 18" äußeren Durchmesser, so daß die Windungen selbst $4\frac{1}{2}$ " hoch über einander lagen. Außer diesen beiden Spiralen wurden noch zwei andere in derselben Weise gewickelt, welche nur 6" weit, aber 3" lang waren und aus 600 Windungen bestanden.

1) Pogg. Ann. Bd. 94, § 581 n. f.

Als wir nach der Anfertigung die beiden großen Spiralen auf ihren Widerstand prüften, zeigte die eine von beiden einen nicht ganz unerheblich größeren Widerstand für den galvanischen Strom als die andere. Diese Erscheinung konnte einen zweifachen Grund haben. Entweder der Draht der einen war von dem der anderen verschieden, so daß diejenige, welche den größeren Widerstand zeigte, weniger reines Kupfer enthalten hätte, oder die mit geringerem Widerstande war beim Bewickeln schadhast geworden, so daß der Wachstift an einigen Stellen durchgedrückt, und der Strom also nicht gezwungen war, die ganze Drahtlänge zu durchlaufen. Die erste der beiden Möglichkeiten hatte nichts Wahrscheinliches, da der Draht gleichzeitig aus derselben Fabrik gekauft war. Wäre dies aber dessen ungeachtet der Fall gewesen, so mußte ein Experiment darüber entscheiden. In dem ersten Falle nämlich, wo der Draht selbst ohne Fehler in der Bewicklung den geringeren Widerstand leistete, mußte bei *gleichem* Strome auch der Einfluß auf einen Eisenkern derselbe seyn; wogegen im Falle der fehlerhaften Bewicklung die Spirale mit geringerem Widerstande bei *gleichem* Strom geringeren Magnetismus erzeugen mußte. Das angestellte Experiment entschied in der That für das Letztere, es gab den unerfreulichen Aufschluß, daß die eine der Spiralen, welche geringeren Widerstand hatte, auch weniger Magnetismus erregte.

Es war hiernach nicht gut anders denkbar, als daß beim Wickeln der einen Lage von Windungen auf die andere der Wachstift entzwei gepresst worden, und daher die Windungen zweier aufeinander folgenden Lagen sich berührten. Der dadurch hervorgerufene Nachtheil mußte größer oder geringer seyn, je nachdem die Berührung zu Anfang oder zu Ende der Drahtlagen stattfand. Denken wir uns nämlich eine Lage fertig gewickelt, und die erste Windung der folgenden Lage durchbricht den Taft so, daß diese Windung die unter ihr liegende berührt, so muß der Strom aus der unteren in die obere Windung durch die Berüh-

rungsstelle gehen, nicht aber, oder doch nur in verschwindend kleiner Menge, durch die Windung, welche also für die Wirkung auf den Elektromagneten verloren geht. Durchbricht dagegen die letzte Windung der zweiten Lage den Taff, und berührt so die erste Windung der ersten Lage, so geht nun ebenfalls der Strom aus der ersten Windung der ersten Lage sogleich in die letzte Windung der zweiten Lage, und es geht dann für die Wirkung auf den Magneten nicht nur eine Windung verloren, sondern es sind alle Windungen beider Lagen ohne Strom und also wirkungslos.

Nach dieser Erwägung muß im ungünstigsten Falle die ganze Spirale wirkungslos werden, wenn nämlich nur halb so viel fehlerhafte Stellen vorhanden sind, als die Spirale Lagen von Windungen hat, und die Durchbrechungen stets so liegen, daß immer die erste Windung der ersten, dritten, usw. Lage die letzte der zweiten, vierten usw. darüber befindlichen berührt.

Die beobachtete Differenz der Widerstände der beiden großen Spiralen konnte nun aber entweder ihren Grund darin haben, daß die eine Spirale fehlerlos war, und die andere wenige Fehler an nicht ungünstigen Stellen hatte, oder auch darin, daß beide fehlerhaft waren, und also die Differenz der beobachteten Widerstände nur durch die Differenz der Größe und Zahl der Fehler erzeugt wurde. Hätte der letztere Fall stattgefunden, so wären wir ohne Weiteres genöthigt gewesen, die Bewicklung noch einmal vorzunehmen. Um uns davon zu überzeugen, berechneten wir die Wirkung einer Spirale nach der einer kleineren, welche aus gut besponnenem Drahte gewickelt war, und prüften nun experimentell diese Wirkung. Das Resultat war durchaus beruhigend. Während nämlich die Rechnung unter gegebenen Bedingungen $4\frac{1}{2}$ Pfund Anziehungskraft verlangte, ergab der Versuch genau 4 Pfund.

Nach diesem Versuche waren wir sicher, daß die eine der großen Spiralen ohne merklichen Fehler war, und die Fehler der anderen auch nur unbedeutend waren konnten;

da sie allerdings nur wenig geringere Anziehung zeigte. Allein es ist für die hier zu besprechenden Umstände durchaus nicht außer Acht zu lassen, daß die Spirale mit geringerem Widerstande doch wirklich geringere Anziehung zeigte, wovon denn mit Sicherheit zu schliessen war, daß der eben angegebene Grund den beobachteten geringeren Widerstand hervorrief.

Außer den beiden bisher besprochenen Spiralen waren nun aber noch zwei andere von geringerer Weite und größerer Länge aus demselben Drahte und in gleicher Weise gewickelt worden, deren jede 600 Windungen hatte. Die Wirkung dieser beiden Spiralen entsprach durchaus nicht den Erwartungen, und wir entschlossen uns endlich dieselben wieder aufwickeln und mit Baumwolle stark bespinnen zu lassen. Beim Aufwickeln der Spiralen fand sich nun unsere Vermuthung hinsichtlich der durchbrochenen Stellen des Wachstoffs durchaus bestätigt. Der Taft war, so viel ich mich entsinnen kann, an zwei oder drei Stellen durchbrochen, und die über einander liegenden Drähte berührten sich, so daß hierdurch etwa zwei ganze Drahtlagen verloren gingen. Nach Abrechnung dieser stimmten die früher gemachten Beobachtungen mit denen an den großen Spiralen überein, und es war hiernach klar durch den Augenschein herausgestellt, daß die mangelhafte Wirkung dieser Spiralen durch die unmittelbare Berührung von Spiraldrähten hervorgerufen worden. Eine zuverlässigere Bestätigung hierfür wurde noch dadurch geliefert, daß die nun aufs Neue aus dem bespinnenen Drahte gewickelten Spiralen, deren Wicklung ich aufs Sorgfältigste beaufsichtigt hatte, durchaus den Anforderungen entsprachen, d. h. durchaus eine so große Kraft hervorriefen, als nach der Rechnung erwartet werden mußte.

Obgleich ich noch mehrere andere in Bezug auf die hier in Rede stehende Frage gemachten Beobachtungen anführen könnte, so unterlasse ich es doch, weil ich glaube, daß diese Beispiele genügen werden, um diejenigen, welche selbst nicht speciell mit elektromagnetischen Untersuchungen

sich beschäftigt haben, zu überzeugen, daß die geringste Berührung zweier ungünstig liegenden Spiralwindungen den magnetisirenden Einfluß der Spiralen schwächen muß.

Mit diesen Beobachtungen erscheint nun direct im Widerspruche die Mittheilung des Hrn. Du Moncel, welcher behauptet, daß unbesponnen über einander gewickelte Spiraldrähte in einigen Fällen gleichen, in anderen grösseren, in anderen geringeren Magnetismus hervorriefen, als besponnene Drähte.

Ich glaube jedoch, daß alle die von Hrn. Du Moncel angeführten Erscheinungen mit längst bekannten Thatsachen vollkommen im Einklange stehen, daß nämlich dieselben sich einfach aus dem Ohm'schen Gesetz erklären lassen, wenn man sich nur vergegenwärtigt, welche Umstände in den beobachteten Fällen obgewaltet haben.

Man bespinnt den Draht einer magnetisirenden Spirale, damit die Drähte bei der Wicklung neben und über einander sich nicht berühren. Ist man im Stande, unbesponnenen Draht so zu wickeln, daß auch seine Windungen sich nicht berühren, während sie ebenso dicht neben und über einander liegen, wie bei dem besponnenen Draht, so muß eine solche Spirale sich genau ebenso verhalten, wie eine aus besponnenem Draht. Abgesehen davon, daß es nicht wohl möglich ist, eine Spirale in der genannten Weise aus unbesponnenem Draht zu wickeln, sieht auch Hr. Du Moncel die Sache selbst nicht so an, da er ja von den Stromablenkungen durch die Berührung der Windungen spricht. Hiernach laufen also die gemachten Beobachtungen auf die Beantwortung der Frage hinaus:

„Wie können Spiralen, deren Drahtwindungen sich berühren, eine magnetisirende Wirkung äußern?“

Zunächst führt Hr. Du Moncel Fälle an, in denen einzelne Spiralen, aus z. B. 3^{mm} dickem unbesponnenem Draht gewickelt, beinahe keine Wirkung gaben. Diese Erscheinung wird Niemand unerwartet finden. Eine solche Spirale verhält sich, wenn alle Windungen sich vollständig berühren, wie ein dicker Kupfering, in den der Strom an

dem einen Ende ein- und an dem anderen wieder austritt, ohne durch eine der Windungen geflossen zu seyn. Da nun aber die vollständige Berührung aller Windungen in den meisten Fällen auch nicht vorauszusetzen ist, da gewiß einzelne Strecken ohne unmittelbare Berührung vorhanden seyn werden, so bildet bei dieser Bewicklung die ganze Drahtmasse eine Art von Spirale, welche aus theils sehr dicken, theils dünnen Drahtbündeln besteht, die dann je eine Windung darstellen, und deren Bildung Umständen überlassen bleibt, die von der Bildung der galvanischen Spirale ganz unabhängig, also in dieser Beziehung zufällig sind. In dem Maasse, als die Drähte sich weniger berühren, wird die Zahl der sich bildenden isolirten Windungen und die magnetisirende Kraft der Spiralen wachsen.

Hiernach läuft dann die Sache, wie wir sogleich sehen werden, auf die Frage hinaus: »Wie erhält man das Maximum der magnetischen Wirkung einer unter verschiedenen Bedingungen zu einer Spirale verwendeten Drahtmenge bei gegebener Oberfläche der ganzen galvanischen Säule?« —

Diese Frage läßt sich nun nach dem Ohm'schen Gesetz sehr einfach beantworten. Nennen wir nämlich die Stromintensität i , die elektromotorische Kraft eines Elementes der galvanischen Säule E , den Widerstand desselben w , die Anzahl der Elemente x , den Widerstand einer Windung r , und die Anzahl der Windungen n , so ist nach dem Ohm'schen Gesetz

$$i = \frac{x E}{w x + n r}.$$

Die Stromstärke durchfließt jede einzelne Windung der elektromagnetischen Spirale, und da der freie Magnetismus der Anzahl der Windungen proportional ist, so giebt das Product aus i und n die Größe des in jedem Falle entstehenden freien Magnetismus m , d. h.

$$i n = m = \frac{n x E}{w x + n r}.$$

Nehmen wir hierzu den Satz Jacob's, daß das Maximum der Stromstärke erreicht wird, wenn der Widerstand

in der galvanischen Säule gleich dem Widerstande außerhalb derselben ist, so lassen sich hiernach die von Hrn. Du Moncel aufgestellten Sätze prüfen.

Die wichtigsten Sätze, welche er aus seinen Beobachtungen zu folgern sich für berechtigt hält, sind folgende:

I. »Wenn die Elemente der Batterie so verbunden sind, daß der Strom in derselben durch einen großen Querschnitt geht (nach Quantität), so erhält man durch Elektromagnete mit unbesponnenem Draht, gegen die mit besponnenem, Verstärkung des Magnetismus«.

II. »Immer erreichen Spiralen mit übersponnenem Draht größere Wirkung, wenn der äußere Theil der Schließung außer der Spirale großen Widerstand leistet«.

III. »Jede Disposition der Säule, welche die Spannung des Stroms vermehrt, wirkt zu Gunsten der Elektromagnete mit übersponnenem Draht«.

Das Ohm'sche Gesetz lehrt, daß diese Sätze nicht allgemeine Geltung haben. Einige Beispiele werden dies klar machen.

1. Setzen wir in der obigen Formel

$$n = 27000$$

$$r = 1$$

$$w = 10$$

$$\alpha = 36$$

d. h. nehmen wir an, daß die galvanische Säule aus 36 Elementen besteht, deren jedes einen Widerstand $= 10$ hat, wenn der Widerstand einer jeden der 27000 Windungen $= 1$ ist, so erhält man

$$i = \frac{36 E}{360 + 27000} = \frac{E}{760},$$

$$in = m = \frac{27000 E}{760} = 35,5 E.$$

Es ergibt sich also als Magnetismus $35,5 E$, wo E eine Constante bedeutet, die von der Art der Säule abhängig ist.

Nehmen wir nun an, die Säule würde so verbunden, daß alle Elemente zu einem vereinigt würden, so hätten wir $n = 1$ und $\alpha = 1$. Alsdann wäre nahezu

$$i = \frac{E}{27000} \text{ und daher } in = n = E.$$

Wir finden, daß in diesem Falle der Magnetismus fast nur $\frac{1}{3}$ des im anderen Falle wäre! —

2. Untersuchen wir nun, welches Resultat sich unter der Annahme ergibt, daß der Draht unbespannen ist, und bei der Wicklung alle Drähte sich so berühren, daß das Ganze zehn Windungen bildet. Für diesen Fall, ist in der Formel, wenn die Säule nach Quantität verbunden bleibt:

$$n = 10$$

$$r = \frac{1}{2700}$$

$$w = \frac{10}{18}$$

$$x = 1$$

Als dann ergibt sich

$$i = 3,55 E \text{ und } in = n = 35,5 E.$$

In diesem Falle ist der Magnetismus vollkommen gleich dem, der sich ergeben hatte, als alle Drähte isolirt und die Elemente der Säule nach Intensität verbunden waren.

Hiernach müßte man schließen, es sey gleichgültig, ob der Draht bespannen oder unbespannen wäre, in dem einen Falle gäbe die nach Intensität, im anderen die nach Quantität verbundene Säule dieselbe Menge Magnetismus.

Bei Verbindung der Säule in diesem Falle nach Intensität erhält man dagegen

$$i = \frac{E}{10} \text{ und } in = n = \frac{E}{10}.$$

3. Es ist nun die Frage, ob es nicht Fälle giebt, in denen der Magnetismus überhaupt größer wird, als in den bisher betrachteten. Nach dem Jakobi'schen Satze muß dies allerdings der Fall seyn, denn danach erhält man das Maximum des Magnetismus, wenn die zur Verfügung stehende Drahtmasse, sowie die gegebene Oberfläche der Säule in der Weise verwendet werden, daß der Widerstand in

der Säule gleich dem aufser der Säule ist, d. h. wenn in der gegebenen Formel

$$wx = nr$$

ist. Dieses Ziel kann auf verschiedenem Wege erreicht werden. Setzt man $n = 3000$, d. h. nimmt man an, dass je 9 Windungen des Drahtes zu einer vereinigt werden, so wird der Widerstand einer solchen Windung $\frac{1}{9}$ des früheren, und wir haben also $r = \frac{1}{9}$. In diesem Falle ergibt sich bei Verbindung der Säule nach Intensität

$$i = \frac{36E}{360+333} = \frac{E}{19,2} \text{ und } m = 156E,$$

wogegen, wenn alle Elemente zu einem verbunden werden, sich

$$i = \frac{E}{11+333} = \frac{E}{334} \text{ und } m = 9E.$$

ergibt.

4. Setzt man dagegen $n = 90$, so dass $r = \frac{1}{10}$ wird, so erhält man bei einer Verbindung der Säule nach Intensität ziemlich genau

$$i = \frac{E}{10} \text{ und } m = 9E,$$

wogegen bei der Verbindung der Säule nach Quantität

$$i = \frac{40E}{23} \text{ und } m = \frac{3600E}{23} = 156E$$

wird. Wir sehen, dass in diesem Falle sich das Verhältniss gegen das frühere gerade umkehrt, wogegen ein Vergleich der vier Resultate in No. 3 und 4 mit denen in 1 und 2, diese jenen analog zeigt, nur dass die Werthe überhaupt grösser sind.

Betrachten wir noch zwei Fälle in denen andere Verhältnisse gewählt sind, setzen wir:

$$5. \quad n = 346$$

$$r = \frac{1}{78}$$

$$w = \frac{12}{5}$$

$$x = 4$$

$$6. \quad n = 27000$$

$$r = 1$$

$$w = 90$$

$$x = 324$$

so ergibt sich

$$5. \quad i = \frac{4E}{\psi + 4,44\dots} = \frac{9E}{20} \text{ und } m = 156E$$

$$6. \quad i = \frac{324E}{29180 + 27000} = \frac{9E}{1560} \text{ und } m = 156E.$$

Wir finden hier ebenfalls als Maximum des Magnetismus $156E$, weil in beiden Fällen das Jakobi'sche Gesetz annähernd zur Geltung gebracht ist.

Wir haben in den hier ausgeführten Rechnungen die Leitungsdrähte von der Säule zur magnetisirenden Spirale unberücksichtigt gelassen, wir haben, mit anderen Worten, dieselben so kurz und dick angenommen, daß ihr Einfluß auf die Stärke des Stromes verschwindend klein ist. Es bedarf aber weiter keiner Auseinandersetzung, daß alle Werthe geringer ausfallen müssen, wenn bei gleichem Widerstande der Leitung die Zahl der Windungen, welche den Magnetismus erregen, kleiner wird, oder wenn bei gleicher Windungszahl der Widerstand des ganzen Stromkreises vergrößert wird. Eines von beiden findet aber stets bei Vergrößerung der Leitungsdrähte zwischen Säule und Spirale statt.

Bevor wir diejenigen Beobachtungen des Hrn. Du Moncel, welche gegen alle seine Erwartungen waren, mit den nach dem Ohm'schen Gesetz berechneten Fällen vergleichen, muß ich noch auf zweierlei aufmerksam machen.

Fürs Erste sind die Fälle, in denen eine unbespinnene Spirale nur aus einer Lage von Windungen besteht, von denen zu unterscheiden, bei welchen viele Lagen übereinander liegen. Wenn auch Hr. Du Moncel bemerkt, daß in dem letzteren Falle, wie z. B. bei der von ihm untersuchten Spirale von 27000 Windungen, zwischen jede Lage ein Blatt Papier gelegt worden, so stellen sich doch bei einer solchen Spirale Uebelstände heraus, welche im anderen Falle wenig oder gar nicht vorhanden sind. Man kann nämlich ohne große Mühe eine Lage von Windungen so wickeln, daß wenig oder gar keine Berührung zwischen den Drähten stattfindet, wogegen es nicht leicht gelingen wird, dies bei vielen Lagen herzustellen. Kommt nun aber bei

den über einander gewickelten Drähten durch die Berührung mehrerer eine Spirale zu Stande, welche einer von dicken Drähten entspricht, so bleiben doch immer die Uebergänge von einer Lage zur anderen entweder einfach, oder die ganze Spirale wird aus dem bereits vorn besprochenen Gründen ganz wirkungslos.

Ferner muß ich noch hervorheben, daß Hr. Du Moncel in seiner ersten Mittheilung vom 9. Jan. 1865 einen Versuch mit zwei Magneten anführt, deren einer 103 Windungen von unbesponnenem Draht in einer Lage, neben einander, der andere 77 besponnenen Windungen trägt. Diese beiden Magnete geben nun als Tragkraft 3,9 und 2,4 Kilogr., ein Resultat, welches ziemlich genau dem entspricht, wie es sich ergeben haben würde, wenn auch der unbesponnene Draht besponnen gewesen wäre, aber mit der Bespinnung bei gleicher Stromstärke nicht größeren Durchmesser als unbesponnen gehabt hätte. Da nämlich, wie dies Hr. Du Moncel auch später sagt, die Anziehung und Tragkraft dem Quadrate der Windungszahl proportional ist¹⁾, so muß sich die Anziehung der beiden Magnete in dem vorliegenden Falle wie 10609 : 5929 verhalten. Dies würde aber, wenn der eine Magnet 3,9 Kilogr. trägt, für den anderen 2,18 Kilogr. geben. Wenn nun Hr. Du Moncel 2,4 Kilogr. findet, so ist dies mehr als nach dem bekannten Satze zu erwarten war, nicht aber weniger. Es ist also, wenn keine Versuchsfehler vorhanden sind, wahrscheinlich, daß sich einige Drahtwindungen berührt haben. Wäre dies nicht der Fall gewesen, so hätte bei einer Kraft des Magnetens von 2,4 Kilogr. der mit unbesponnenem Draht 4,29 Kilogr. geben müssen.

Halten wir nun die übrigen Versuchsergebnisse des Hrn.

1) Als historische Notiz erlaube ich mir hierbei zu bemerken, daß der Satz: »Die Anziehung ist dem Quadrate der Windungszahl der galvanischen Spirale proportional«, nicht von Hrn. Jakobi, sondern von mir im 85. Bande S. 245 dieser Annalen nachgewiesen ist. Siehe auch Dub's Elektromagnetismus S. 159.

Du Moncel mit den vorn nach dem Ohm'schen Gesetze berechneten Fällen zusammen.

I. Zuerst sagt Hr. Du Moncel: »Die nach Quantität verbundene Säule wirkt stets zu Gunsten der unbesponnenen Spirale. No. 2 der vorn berechneten Fälle zeigt aber unter der Bedingung, daß *alle* Drähte sich berühren, für die unbesponnene Spirale denselben Magnetismus, den in No. 1 die besponnene Spirale giebt.

Hiergegen läßt sich einwenden, daß bei den Versuchen des Hrn. Du Moncel eben die Drähte sich nicht alle berührt haben. Nehmen wir nun an, es hätten bei der Spirale von 27000 Windungen so viele Drähte einander berührt, daß die ganze Drahtmasse 3000 Windungen bildete, so ergäbe nach No. 3 die nach Intensität verbundene Säule als Magnetismus 156*E* und die nach Quantität verbundene 9*E*. Wir finden also auch in diesem Falle den Satz des Hrn. Du Moncel nicht bestätigt.

Nimmt man dagegen an, daß unter den gegebenen Bedingungen die ganze Drahtmasse nur 90 Windungen gebildet habe, so kehrt sich nach No. 4 das Verhältniß um, und Hr. Du Moncel sieht hier seinen Satz bestätigt. No. 5 und 6 zeigen nun aber, daß man dasselbe Ziel auch auf anderem Wege erreichen kann. Besonders giebt No. 6 zu erkennen, daß eine in gehöriger Weise nach Intensität verbundene Säule von derselben Oberfläche ebenso starken Magnetismus erzeugt, als eine nach Quantität verbundene mit einer anders construirten Spirale. Daraus geht hervor, daß man im Stande ist, die Säule so einzurichten, daß unter, *übrigens gleichen Umständen* eine besponnene Spirale von 27000 Windungen mit einer nach Intensität verbundenen Säule ebenso starken Magnetismus ergeben kann, als eine unbesponnene mit einer nach Quantität verbundenen Säule.

Da nun die hier ausgeführten Rechnungen zeigen, daß auch alle anderen sonst vorkommenden Fälle demselben Gesetz unterworfen seyn müssen, so liegt der Schluß nahe, daß die von Hrn. Du Moncel angewandten unbesponnen-

nen Spiralen in ihrer Construction den genannten Fällen entsprechen werden.

Hierzu unterscheidet sich dann eine besponnene Spirale nur dadurch von einer unbesponnenen, daß man bei jener mit der größten Sicherheit im Voraus die Kraft bestimmen kann, während man es bei der Wicklung dieser dem Zufalle überläßt, wieviel Drähte nicht mit einander in Berührung kommen, oder mit andern Worten, wieviel Windungen sich ganz ungleichmäfsig bilden. Ich überlasse es der Entscheidung des Lesers, ob er es darauf ankommen lassen will, welches Resultat er erhält, wenn er zu einem bestimmten Zwecke sich eine Spirale herstellt. Einerseits würde er bei einer Spirale aus unbesponnenem Draht erst durch Probiren herauszubringen haben, wieviel Paare der Säule er zu einem verbinden müsse, um das relative Maximum der Wirkung zu erhalten, und andererseits wäre er sicher, daß dieses Maximum nicht das absolute ist, da es ganz unzweifelhaft ist, daß die sich bildenden Draht-complexe nicht gleichmäfsig sind. Ausserdem würde darauf zu halten seyn, daß der Draht besonders an den Stellen, wo er aus einer Lage in die darüber liegende übergeht, einzeln, ohne Berührung mit anderen Drähten, zu liegen kommt. Diese Stellen würden aber sicher bei einer Verbindung der Säule nach Quantität bald geschmolzen werden, und es wäre dann mit der ganzen Wirkung zu Ende.

II. Wir haben gesehen, daß, wenn bei einer nach Intensität verbundenen Säule der Magnetismus verhältnißmäfsig stark ist, derselbe sich bei der nach Quantität verbundenen Säule verringern muß, und daß man ihn wieder verstärken kann, wenn man unter anderem den Widerstand aufser der Säule dadurch verringert, daß man die Zuleitungsdrähte verkürzt, oder dicker macht. Wird nun diese Bedingung beschränkt, wird ein großer Widerstand durch die Leitungsdrähte gefordert, so kann man natürlich durch eine nach Quantität verbundene Säule keine so große Wirkung erzielen; denn man ist nicht im Stande das Faraday'sche Gesetz auszuführen. Für diesen Fall muß also

eine nach Intensität verbundene Säule größere Wirkung haben. Da nun aus den besprochenen Gründen eine besponnene Spirale *ceteris paribus* aus mehr Windungen besteht, als eine unbesponnene, so muß bei langen Leitungsdrähten die erstere größeren Effect liefern. In sofern hat also Hr. Du Moncel recht, wenn er sagt: »Immer erreichen Spiralen von besponnenem Draht größere Wirkung, wenn die Zuleitungsdrähte großen Widerstand haben.« Der Grund hiervon liegt aber im Wesentlichen nicht in der Bessinnung, sondern in der Anzahl der Spiralwindungen. Stellt man nämlich eine Spirale her, welche, obgleich aus unbesponnenem Draht, mehr Windungen hat, als eine aus besponnenem, so muß der Satz des Hrn. Du Moncel gerade umgekehrt heißen: Der Satz, welcher den hier in Rede stehenden Fall feststellt ist der allbekannte:

»Bei gleicher Einrichtung der Säule und verhältnißmäßig größerem Widerstande der Verbindungsdrähte zwischen Säule und Spirale erreicht man um so größeren Magnetismus, je größer die Zahl der Spiralwindungen bei gleichem Durchmesser ist, mag der Draht besponnen oder unbesponnen seyn.«

III. Endlich spricht nun Hr. Du Moncel von einer vortheilhaften Wirkung des besponnenen Drahtes, wenn sich die Spannung des Stromes vermehrt, und erklärt dies, wenn ich ihn richtig verstanden habe, daraus, daß zwar Berührung zwischen den unbesponnenen Drähten vorhanden, daß aber diese Berührung unvollkommen ist, weil sich etwa eine schwache Oxydschicht, oder eine Schicht einer anderen auf den Draht gebrachten Substanz zwischen den Drähten befindet. Ist nun in diesem Falle die Spannung der durch den Draht geleiteten Elektricität gering, so ist es möglich, daß diese Schicht noch nicht durchbrochen wird, und die Drähte wirken dann wie besponnen, wogegen ein Strom von größerer Intensität die schwache Isolirungsschicht durchbricht und dann mehrere Windungen zu einer vereinigt. Gegen diese Erklärung läßt sich zwar nichts einwenden, allein sie ist nach meiner

Meinung gerade ein Grund gegen die Anwendung der unbespannenen Drähte. Hat nämlich ein Strom geringe Intensität, so muß er nach dieser Erklärung durch viele Windungen gehen, und seine magnetisirende Wirkung ist gering. Gibt man ihm nun durch andere Verbindung der Säule größere Intensität, so wird dadurch die Anzahl der Windungen geringer, und man hat nun wieder aus diesem Grunde geringe magnetisirende Wirkung. Zwischen diesen beiden Fällen liegt eine bestimmte Intensität in der Mitte, welche zwar relativ das Maximum gehen muß, allein es liegt wohl sehr nahe, daß nur eine sehr entfernte Möglichkeit vorhanden ist, daß das zufällig erhaltene Resultat, das absolute Maximum ergibt, während man dieses doch mit bespannenen Drähten sehr sicher durch einfache Rechnung nach dem Ohm'schen Gesetz zu erzielen im Stande ist.

Aus allen diesen Betrachtungen folgt, daß es nie vortheilhaft ist, unbespannene Drähte als Magnetisirungsspiralen zu wickeln, ohne auf ihre Isolirung bedacht zu sein. Dieselben bieten weder Vortheile in Bezug auf die zu erzielende Kraft noch in Bezug auf ökonomische Rücksichten. Beides wird sicherer durch verhältnißmäßig dicke, aber bespannene Drähte erreicht.

Berlin, im November 1865.

IV. Ueber die Reibung der Gase; von Oskar Emil Meyer.

Zweite Abhandlung.

Ueber die Strömung der Gase durch Capillarröhren.

In meiner ersten Abhandlung über die Reibung der Gase¹⁾ bin ich zu dem Resultate gelangt, daß die Constante der inneren Reibung der atmosphärischen Luft von deren Dichtigkeit unabhängig oder wenigstens nur in geringem Grade mit derselben veränderlich sey. Ich habe dasselbe für Werthe des Druckes bestätigt gefunden, welche zwischen den Grenzen des halben und des vollen Atmosphärendrucks schwankten. Ferner hat sich aus meinen Beobachtungen ergeben, daß die Reibungsconstante der Luft mit steigender Temperatur sich weit weniger verändert, als die tropfbarer Flüssigkeiten; und im Gegensatze zu diesen scheint die Reibung der Luft mit steigender Temperatur ebenfalls zuzunehmen, nicht wie jene sich zu verringern.

Diese Resultate sind in naher Uebereinstimmung mit den Forderungen einer Theorie, welche Maxwell²⁾ aus der Annahme, daß die kleinsten Theilchen eines Gases in rascher geradliniger Bewegung begriffen seyen, entwickelt hat, und welche ich a. a. O. in etwas anderer Weise reproducirt habe³⁾. Nach dieser Theorie soll der Reibungscoefficient eines vollkommenen Gases von der Dichtigkeit

1) Pogg. Ann. Bd. 125, S. 177, 401 und 564.

Berichtigungen zu jener Abhandlung.

S. 203 Z. 9 v. u. lies Glasplatte l.

In §. 8 ist die S. 591 Z. 5 v. u. eingeführte GröÙe s irrtümlich als Halbmesser eines Moleküls bezeichnet worden, während sie den Abstand der Mittelpunkte zweier Theilchen beim Zusammenstoß, also, wenn keine Wirkungsphäre angenommen wird, den Durchmesser eines Theilchens darstellt.

2) Phil. mag. 4th ser., Vol. 19, p. 31. 1860.

3) Pogg. Ann. Bd. 125, S. 586.

desselben unabhängig seyn; ferner soll er der Quadratwurzel aus der sogenannten absoluten Temperatur proportional seyn, er wird also mit wachsender Temperatur in etwa halb so starkem Verhältnisse zunehmen, wie der Druck der Luft. Hiermit sind meine Beobachtungen in genügender Uebereinstimmung, und dadurch gewinnt meine Meinung, die richtige Erklärung meiner Beobachtungen gefunden zu haben, erheblich an Wahrscheinlichkeit.

Bewiesen wird, aber ein Naturgesetz nicht durch vorgesezte theoretische Ansichten, noch auch durch deren Uebereinstimmung mit *einzelnen* Beobachtungen, sondern nur durch die übereinstimmende Bestätigung durch *alle* verschiedenen Beobachtungsmethoden, durch welche seine Richtigkeit geprüft werden kann. So bedürfen denn auch meine Resultate über den Reibungscoefficienten der Luft, da sie bis jetzt nur auf Beobachtungen über den Einfluß der Luft auf die Schwingungen eines pendelnden Apparats beruhen, noch weiterer Prüfung durch andere Beobachtungsmethoden, ehe sie als festgestellt anzusehen sind.

Von nicht geringerer Bedeutung, als jene Messungen, sind für die Entscheidung von Fragen, welche die Natur der Reibung eines Mediums betreffen, Beobachtungen der Verzögerung, welche die Strömung des Mediums durch Röhren wegen der Reibung desselben erleidet. Es handelt sich namentlich um Messungen mit solchen Röhren, welche einen möglichst großen Reibungswiderstand bieten, also mit langen und engen Capillarröhren.

Derartige Beobachtungen sind nicht allein über Flüssigkeiten, sondern auch über verschiedene Gase in sehr großer Zahl angestellt worden. Unter den mit Gasen angestellten zeichnen sich die von Graham mitgetheilten ¹⁾ durch ihre Vollständigkeit, durch die Sorgfalt der Ausführung, sowie durch die ausführliche Angabe der beobachteten Zahlen sehr vorthellhaft aus. Dieselben sind daher

1) *On the motion of gases. Phil. Transact. of the roy. soc. of London*, 1846, p. 573; 1849, p. 349. Erstere Abhandlung im Auszuge auch *Ann. d. Chem. u. Ph.* Bd. 76, S. 438.

ganz besonders zu einer eingehenden Controle der oben angeführten Resultate einer ganz anderen Beobachtungsmethode geeignet.

In dieser zweiten Abhandlung habe ich mir nun die Aufgabe gestellt, diese Controle meiner Resultate durch Graham's ältere Beobachtungen, soweit es sich thun läßt, durchzuführen. Dabei wird sich ergeben, daß die Graham'schen Beobachtungen die aus den meinigen gezogenen Folgerungen vollkommen bestätigen. Sie sind also auch mit den Consequenzen der von Maxwell aufgestellten Theorie in Uebereinstimmung.

Um dies nachzuweisen, gehe ich in der folgenden Untersuchung von dem Resultate der Maxwell'schen Theorie aus, daß die Reibungsconstante eines Gases mit der Dichtigkeit desselben nicht veränderlich sey, mit steigender Temperatur aber proportional der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur zunehme. Dasselbe darf nach meinen früher mitgetheilten Versuchen mindestens als angenähert richtig vorausgesetzt werden. Nach Einführung dieser Annahme läßt sich die mathematische Analyse der Strömung eines Gases durch eine Capillarröhre mit derselben Leichtigkeit durchführen, wie es für den Fall tropfbarer Flüssigkeiten bereits geschehen ist. Die Rechnung führt zu einem Resultate, welches dem für tropfbare Flüssigkeiten bekannten vollkommen analog ist. Man findet auch für Gase, falls sie an der Wand der Röhre haften, das Gesetz bestätigt, welches Poiseuille¹⁾ und Hagen²⁾ für tropfbare Flüssigkeiten aufgestellt haben, und welches später theoretisch abgeleitet worden ist³⁾. Es ergibt sich, daß

1) *Recherches exp. sur le mouvement des liquides. Mémoires prés. par div. savants à l'Acad. des sciences, tome 9, p. 439, Paris 1846; Du Rouge. Comptes rendus t. 11, p. 961, 1841; t. 12, p. 112; t. 15, p. 1167. Ann. de Chim. et de Phys. 3^{ème} sér. t. 7, p. 50. 1843.*

2) *Abh. d. Berl. Akad. 1854, p. 17.*

3) *Stokes, Camb. Tr. Vol. 8. 1849. part. 3. 1847, p. 304, §. 9. — Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. 99, S. 218. 1856. — F. Neumann, u. H. Jacobson, Arch. f. Anat. u. Phys. 1860, S. 80; 1861, S. 304; Naturforscher-Versamml. in Königsberg 1860, S. 142. — Hagen-*

bei stationärem Zustande der Bewegung das Volumen Gas, welches in der Einheit der Zeit durch die Röhre strömt, der vierten Potenz des Radius der Röhre direct, der Länge derselben umgekehrt proportional ist; ferner ist dieses Volumen proportional dem Unterschiede des Druckes, unter dem das Gas in die Röhre eintritt, und desjenigen, unter welchem es dieselbe verläßt, wenn der Druck, unter welchem das durchgeflossene Volumen gemessen wird, der arithmetische Mittelwerth aus den genannten Werthen am Anfang und am Ende der Röhre ist. Dieses Gesetz ist genau das Poiseuille'sche, von dem es sich nur durch die für Gase nöthwendig hinzutretende Bestimmung über den Druck unterscheidet, bei welchem das Gasvolumen gemessen seyn soll.

Wenn das Gas an der Röhrenwand nicht haftet, so erfüllt dieß Gesetz, gerade wie bei tropfbaren Flüssigkeiten, nur die Aenderung, daß statt der vierten Potenz des Radius der Röhre ein Ausdruck eintritt, welcher die vierte und die dritte Potenz desselben enthält.

Aus diesem für den stationären Zustand der Strömung geltenden Gesetze lassen sich leicht Formeln herleiten, welche den von Graham zur Anwendung gebrachten Beobachtungsmethoden entsprechen. Diese Formeln stellen die durch die Strömung entstehenden Aenderungen des Druckes als Function der verfloßenen Zeit dar. Es gelingt leicht, Combinationen dieser veränderlichen Elemente anzugeben, deren Werth für jede Röhre unter allen Umständen, nur die Temperatur constant vorausgesetzt, sich gleich bleiben muß, wenn die eingeführte Voraussetzung richtig ist, daß der Reibungscoefficient des Gases vom Drucke desselben unabhängig ist.

Durch Einführung der von Graham angegebenen Zahlenwerthe des Druckes und der Zeit läßt sich nun der Werth dieser angeblich constanten Größen berechnen. Man

baeh, Pogg. Ann. Bd. 109, S. 385. 1860. — Helmholtz, Wiener Sitzungsber. Bd. 40, S. 607. 1860. — Stefan, ebendasselbst Bd. 46, 2te Abth. S. 495. 1862.

findet in der That eine Uebereinstimmung der berechneten Zahlen unter einander, welche nichts zu wünschen übrig läßt. Dieselben zeigen eine nur geringe Zunahme bei wachsendem Drucke, welche auf nicht mehr als 7 Procent steigt, wenn der Druck des einströmenden Gases von dem einer Atmosphäre auf den von zwei Atmosphären, also um 100 Procent zunimmt.

Die Formeln entsprechen also mit sehr großer Annäherung der Wirklichkeit, und man wird hieraus zu schließen haben, daß auch die den Formeln zu Grunde liegenden Voraussetzungen richtig sind. Es ist demnach das Resultat der Maxwell'schen Theorie, daß der Reibungscoefficient eines Gases von der Dichtigkeit und dem Drucke desselben unabhängig sey, als sehr nahe richtig anzunehmen. Dieses Gesetz hat somit eine doppelte Bestätigung durch zwei ganz verschiedene Classen von Beobachtungen gefunden, durch meine Beobachtungen über Schwingungen in der Luft, und durch die Versuche Graham's über die Strömung von Gasen durch Röhren. An seiner Richtigkeit kann folglich nicht gezweifelt werden.

Ich kann hier nicht unerwähnt lassen, daß Maxwell selber von seinem Gesetze sagt, das einzige Experiment, das er über diesen Gegenstand aufgefunden habe, scheine die Folgerungen seiner Theorie nicht zu bestätigen. Graham's in den Jahren 1846 und 1849 veröffentlichte Beobachtungen hat also Maxwell zur Entscheidung über die Richtigkeit seines 1860 publicirten Gesetzes nicht herangezogen; und das ist sehr erklärlich, weil Strömungsbeobachtungen nur zu einer indirecten Prüfung desselben verwandt werden können. Er wird sich nach Pendelversuchen umgesehen haben; und wenn das ist, so kann kaum zweifelhaft seyn, daß er einen Versuch von Sabine¹⁾ meint, aus welchem Stokes²⁾ schließen zu müssen glaubte, daß die Reibungsconstante der Luft der Dichtigkeit der-

1) *Phil. Transact. of the roy. soc. of London* 1829, p. 226.

2) *Transact. of the Cambridge phil. soc. Vol. 9, 1856, part 2, 1851, p. [16].*

selben proportional sey. Ich habe aber bereits in meiner ersten Abhandlung nachgewiesen, welche unrichtige Voraussetzung diesem, schon von Stokes selbst als zweifelhaft hingestellten Schlusse zu Grund liegt.

Die Berechnung des Reibungscoefficienten in absoluten Maasse könnte aus den Werthen der erwähnten constanten Größen erhalten werden, wenn es für das betreffende Gas bewiesen ist, daß es, wie eine benetzende Flüssigkeit, an der Wand der Röhre fest haftet, daß ein Gleiten an derselben nicht stattfindet, daß also die äußere Reibung fortfällt. Dies vorausgesetzt, hängen jene constanten Größen nur von der Constante der inneren Reibung und, außer dieser von den Dimensionen des Apparates ab, namentlich von der Länge und dem Durchmesser der zum Versuche verwandten Röhre. Nun aber fehlen leider bei den meisten Beobachtungen Graham's genaue Angaben über die Weite der Röhren. Nur für eine sehr enge, aber auch sehr kurze Glasröhre sind alle nöthigen Angaben in ausreichender Zuverlässigkeit vorhanden. Eine directe Prüfung, ob das Poiseuille'sche Gesetz auch für Gase seiner Gültigkeit behalte, ist daher aus den Versuchen Graham's nicht zu erhalten.

Berechnet man nun aus den mit jener engen Glasröhre erhaltenen Versuchszahlen die Reibungsconstante der atmosphärischen Luft unter der Voraussetzung, daß die Luft unmittelbar am Glase fest an demselben haften, so erhält man einen Werth derselben, der nicht viel mehr als halb, so groß ist, wie der, den ich in meiner ersten Abhandlung aus Bessel's und meinen eignen Schwingungsbeobachtungen hergeleitet habe. Daß er merklich kleiner ausfallen werde als jener, läßt sich freilich erwarten; denn, wie ich früher hervorgehoben habe¹⁾, liefert die Methode, die Reibungsconstante durch Beobachtung der Strömung in Röhren zu bestimmen, wahrscheinlich zu kleine Werthe, während die Coulomb'sche Methode, sie durch die Beobachtung einer schwingenden Scheibe zu bestimmen, zu große

1) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 420.

Werthe ergibt 1)). Der Unterschied der nach beiden Methoden für die Reibungsconstante der Luft erhaltenen Werthe ist aber doch zu bedeutend, um sich durch diese Fehler der Methoden erklären zu lassen. Auch kann man schwerlich an einen so grossen Fehler einer Messung glauben.

Ich halte es daher für wahrscheinlich, daß das verschiedene Resultat beider Bestimmungsmethoden der inneren Reibung in einem verschiedenen störenden Einflusse der äusseren Reibung seinen Grund hat. Diese habe ich in meiner ersten Abhandlung als sehr gross vorausgesetzt und daher näherungsweise unendlich gross gesetzt. Es zeigte sich durch Vergleichung von Beobachtungen, welche mit Scheiben von verschiedenem Stoffe und verschiedener Grösse angestellt wurden, daß dieses für die Coulomb'sche Methode gestattet ist. Daraus folgt aber noch keineswegs, daß es auch für Strömungsbeobachtungen voraussetzen richtig sey. Vielmehr ist leicht einzusehen, daß der Einflusse der äusseren Reibung, wenn er überhaupt merklich ist, bei Beobachtungen der Strömung durch Röhren sehr viel erheblicher seyn wird als bei Schwingungsbeobachtungen nach der Coulomb'schen Methode.

Wenn diese Erklärung der Abweichung richtig ist, so sind die nach der Schwingungsmethode bestimmten Werthe der inneren Reibung die richtigeren; und man kann dann die Graham'sche Beobachtung benutzen, die Constante für die Gleitung der Luft an Glas zu berechnen. Auf diese Weise habe ich einen Werth erhalten, der sehr viel kleiner ist als die von Helmholtz²⁾⁾ aus Beobachtungen von Girard und v. Piotrowski hergeleiteten Werthe der Gleitung zwischen Wasser und Kupfer, sowie Wasser und Gold. Der gefundene Zahlenwerth ist also nicht im geringsten unwahrscheinlich; denn Luft haftet wahrscheinlich sehr viel fester an Glas, als Wasser an Metallen.

1) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 67; Bd. 125, S. 404; Journal f. Math. Bd. 59, S. 246.

2) Wiener Sitzungsberichte Bd. 40, S. 656.

Für Luft und andere Gase glaube ich noch aus einem zweiten Grunde ein Gleiten an der Röhrenwandung annehmen zu müssen. Es zeigen nämlich Beobachtungen, welche Graham zur Bestimmung des Einflusses der Temperatur auf die Geschwindigkeit der Strömung unternommen hat, daß dieser Einfluss in sehr engen und in weiteren Röhren sehr verschieden ist. Bei verhältnißmäßig weiten Röhren ergiebt sich die von der Maxwell'schen Theorie geforderte Stärke der Aenderung, bei sehr engen eine doppelt so große Einwirkung der Temperatur. Diese Verschiedenheit findet eine sehr einfache Erklärung in der Annahme, daß die äußere Reibung der Gase an festen Körpern mit steigender Temperatur proportional der absoluten Temperatur wachse, während die innere Reibung der Gase, wie es die Maxwell'sche Theorie verlangt, der Quadratwurzel aus dieser Größe proportional zunehme. Diese Annahme ist nach den dieser Theorie zu Grunde liegenden Anschauungen keineswegs unwahrscheinlich; und sie erklärt das von Graham beobachtete Verhalten, weil bei engen Röhren die äußere Reibung über die innere überwiegt, bei weiteren umgekehrt die innere über die äußere.

Somit sind also auch hinsichtlich des Einflusses der Temperatur die Beobachtungen Grahams mit der Maxwell'schen Theorie in Uebereinstimmung. Diese kann demnach als richtig, mindestens als angenähert richtig angesehen werden, obwohl eine eingehendere Prüfung zur Erlangung völliger Gewissheit wünschenswerth bleibt.

Die nähere Untersuchung der angeregten Fragen und die Begründung der angeführten Resultate bilden den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung. Der erste §. derselben enthält die theoretische Herleitung des Poiseuille'schen Gesetzes für gasförmige Flüssigkeiten. In §. 2 und §. 3 wird dies Gesetz benutzt, theoretische Formeln für die beiden von Graham angewandten Beobachtungsmethoden zu erhalten; diese Formeln werden mit den Resultaten der Messung verglichen, und aus der gefundenen Uebereinstimmung wird auf die Richtigkeit der eingeführ-

ten Voraussetzung geschlossen, daß der Reibungscoefficient eines Gases sich mit dem Drucke desselben nicht erheblich verändere. In §. 4 reducire ich die gefundenen Zahlenwerthe auf absolutes Maafs. Es wird die Nothwendigkeit erörtert anzunehmen, daß eine in einer Röhre strömende gasförmige oder tropfbare Flüssigkeit an der Wand der Röhre nicht haften, sondern gleite, und die daraus folgende Ungenauigkeit der Methode besprochen, nach welcher die Reibung eines Mediums durch Beobachtung seiner Strömung durch eine Röhre bestimmt wird. Diefes führt in §. 5 zur Berechnung der Constante der äußeren Reibung von Luft an Glas. Endlich enthält §. 6 einen eben noch nicht erwähnten Gegenstand, nämlich die Berechnung der numerischen Werthe der Reibungscoefficienten verschiedener Gase in absolutem Maafse aus den von Graham angegebenen relativen Zahlenwerthen.

§. 1.

Ueber die Strömung eines Gases durch eine Capillarröhre.

Die Strömung einer tropfbaren Flüssigkeit, welche der inneren Reibung unterworfen ist, durch eine lange und enge cylindrische Röhre, bei stationärem, d. h. mit der Zeit nicht veränderlichem Zustande der Bewegung, ist schon vielfach Gegenstand mathematischer Untersuchung geworden. Die auf diese Erscheinung bezüglichen Rechnungen haben zu einem Gesetze geführt, das vorher von Poiseuille und Hagen experimentell aufgefunden worden war¹⁾. Dieses Gesetz giebt die Flüssigkeitsmenge, welche während einer bestimmten Zeit durch die Röhre geflossen ist, als Function der Dimensionen der Röhre und der Stärke des treibenden Druckes an. Das Gesetz gilt nicht allgemein, sondern nur innerhalb gewisser Werthe des Druckes, sowie der Weite und Länge der Röhre. Die mathematische Theorie hat den Grund dieser beschränkten Gültigkeit des Gesetzes kennen gelehrt. Das Poiseuille'sche Gesetz gilt nur dann, wenn im Inneren der Röhre jedes

1) Die einschlagende Literatur ist oben S. 255 zusammengestellt.

Flüssigkeitstättchen auf einer der Röhrenaxe parallelen geradlinigen Bahn sich fortbewegt; dies setzt voraus, daß an allen Punkten jedes beliebigen kreisförmigen Querschnitts des Rohrs der Druck denselben Werth hat; und diese Verhältnisse können nur dann wirklich oder annähernd stattfinden, wenn der Radius der Röhre eine von der Länge derselben abhängige obere Gränze nicht überschreitet.

Es liegt nun die Frage nahe, ob ein Gas, welches mit einer mit der Zeit nicht veränderlichen Geschwindigkeit durch eine lange und enge cylindrische Röhre strömt; dabei demselben oder einem ähnlichen Gesetze folgt, wie eine tropfbare Flüssigkeit. Durch Th. Graham's schöne Versuche¹⁾ ist bereits in mehrfacher Beziehung die große Analogie nachgewiesen, welche zwischen beiden Arten von Medien in dieser Beziehung stattfindet. Es sind aber aus diesen Versuchen noch nicht alle Schlussfolgerungen gezogen worden, zu denen sie berechtigen, weil bis jetzt eine mathematische Analyse derselben fehlte.

Daß eine solche bis jetzt nicht versucht worden ist, hat ohne Zweifel seinen Grund in der Unsicherheit, welche darüber herrschte, ob und wie der Reibungscoefficient eines Gases von dessen Dichtigkeit abhängt. Es ist jetzt durch Maxwell's Theorie der inneren Reibung der Gase²⁾ wahrscheinlich gemacht und durch meine Beobachtungen über die Abnahme der Schwingungen eines in der Luft, folglich unter dem Einflusse ihrer Reibung, oscillirenden Apparates bestätigt worden, daß der Reibungscoefficient der Luft nur in sehr unbedeutendem Grade mit der Dichtigkeit derselben sich verändert. Dieses Resultat macht es möglich, die Theorie der Strömung eines Gases durch eine Capillarröhre mit derselben Strenge durchzuführen, wie es für tropfbare Flüssigkeiten bereits geschehen ist. Es wird dabei nur eine Voraussetzung über das Experiment zu machen seyn, welche auch bei tropfbaren Flüssigkeiten eine Bestätigung des Poiseuille'schen Gesetzes erforderlich ist.

1) Phil. Mag. 1846, p. 373; 1849, p. 349; 1850, p. 100.

2) Phil. mag. 4th ser. Vol. 19, p. 31. 1860.

Es ist nöthig, daß innerhalb des bewegten Gases sich keine bedeutenden Verschiedenheiten des Druckes finden, daß also das Gas durch einen nicht zu bedeutenden Ueberdruck in Bewegung versetzt wird. Unter dieser Voraussetzung kann der Reibungscoefficient des Gases als constant angesehen werden, und dadurch wird die Aufgabe sehr erleichtert.

Es erscheint ferner unbedenklich; auch die übrigen Voraussetzungen, die sich als Grundlage einer Theorie für den Fall einer tropfbaren Flüssigkeit bewährt haben, ebenfalls für die Gase beizubehalten. Ich werde also annehmen, daß, wenn das Rohr eng und lang genug ist, innerhalb eines Querschnitts der Druck des Gases nicht variirt, und daß in Folge davon die Bewegung an jeder Stelle im Rohre der Axe desselben parallel gerichtet ist. Ich vernachlässige endlich die Schwerkraft, was gestattet ist, wenn das Rohr horizontal liegt, und setze einen von der Zeit unabhängigen Zustand der Bewegung voraus.

Die Bewegungen eines der inneren Reibung unterworfenen luftförmigen Mediums werden nach Stokes¹⁾ durch die Differential-Gleichungen

$$\rho \frac{dx}{dt} = \eta D u + \frac{1}{3} \eta \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \frac{dy}{dt} = \eta D v + \frac{1}{3} \eta \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \frac{dz}{dt} = \eta D w + \frac{1}{3} \eta \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$0 = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z},$$

bestimmt. In denselben sind x, y, z drei geradlinige Coordinaten eines rechtwinkligen Systems; u, v, w sind die parallel diesen Coordinaten gerichteten Componenten der Geschwindigkeit eines Flüssigkeitstheilechens, welches sich

1) *Comp. phil. transact. Vol. 8.* Die Gleichungen, welche Stefan aufgestellt hat (Wiener Sitzungsberichte Bd. 46. Abth. 2. S. 8) unterscheiden sich von diesen nur durch Glieder, welche im folgenden vernachlässigt werden; sie würden also zu demselben Resultate führen.

zur Zeit t an der durch die Coordinaten x, y, z bestimmten Stelle befindet. Ferner ist p der Druck, der an dieser Stelle zu derselben Zeit wirksam ist, ρ die dabei stattfindende Dichtigkeit des Gases und η sein Reibungscoefficient. Endlich ist zur Abkürzung durch D die durch die Gleichung

$$Du = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

definirte Operation bezeichnet, es bedeutet

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z},$$

und es ist

$$\Delta = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

gesetzt, so daß Δ den Differentialquotienten der räumlichen Dilatation nach der Zeit darstellt.

Indem ich diese allgemeinen Differential-Gleichungen auf das vorliegende Problem anwende, lege ich die Axe der z in die Axe der cylindrischen Röhre und rechne die Coordinaten von dem Mittelpunkte des Anfangsquerschnitts aus. Ferner führe ich statt y und z Polarcoordinaten r und φ durch die Gleichungen

$$y = r \cos \varphi$$

$$z = r \sin \varphi$$

ein, so daß r den Abstand eines Flüssigkeitstheilchens von der Axe der Röhre bedeutet, und nehme, den besprochenen Voraussetzungen gemäß, an, daß die Geschwindigkeit, der Druck p und die Dichtigkeit ρ des Gases von dem Winkel φ unabhängig seyen. Die beiden letzteren Größen p und ρ setze ich ferner nach dem obigen unabhängig von r , und über die Geschwindigkeit nehme ich ebenso an, daß sie parallel der Coordinate z gerichtet sey, so daß v und $w = 0$ werden. Endlich setze ich alle Größen unabhängig von der Zeit, indem ich einen stationären Zustand der Bewegung annehme. Dann reduciren sich die allgemeinen Differentialgleichungen auf die folgenden.

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} = \eta \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] - \frac{dp}{dx}$$

$$0 = \frac{1}{2} \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial r}$$

$$0 = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}$$

Zu diesen Gleichungen tritt dann noch eine Relation zwischen dem Drucke p und der Dichtigkeit ρ hinzu; diese ist das Gesetz von Mariotte und Gay-Lussac

$$p = k\rho(1 + \alpha\vartheta),$$

wenn k eine Constante, α den Ausdehnungscoefficienten der Gase und ϑ die Temperatur bezeichnet.

Man überzeugt sich nun aber leicht, daß den vier aufgestellten Gleichungen durch die drei Größen u , ρ , p nur dadurch zu genügen ist, daß diese Größen sämmtlich nur von x , nicht aber von r abhängig angenommen werden. Wenn das aber geschieht, so vermag u nicht der Bedingung zu genügen, welche wegen der Reibung an der Rohrenwandung zu erfüllen ist, es sey denn $u = 0$, was nicht möglich ist.

Dies Resultat beweist, daß die angenommenen Voraussetzungen einander widersprechen, und hieraus folgt, daß eine geradlinige Strömung eines der Reibung unterworfenen gasförmigen Mediums parallel der Axe des Rohres streng genommen nicht stattfinden kann, sowie daß die Gleichheit des Druckes in jedem Querschnitte des Rohres streng genommen nicht existirt.

Beide Annahmen sind aber vielleicht als annäherungsweise gültig zulässig. In der That werden sie durch das Resultat der Rechnung bestätigt, wenn es erlaubt ist, in den Differentialgleichungen die Differentialquotienten von

$$u^2 \text{ und } \frac{\partial u}{\partial x},$$

also die Größen

$$u \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial r},$$

als sehr klein zu vernachlässigen. Dies scheint gestattet

zu seyn, wenn der die Bewegung des Gases verursachende Ueberdruck an dem einen Ende der Röhre gering ist. Denn dann ist sowohl u von geringem Werthe, als auch der Differentialquotient von p nach x klein im Verhältniß zu p selbst, und ebenso der von p klein gegen ρ selbst. Wegen der dritten Differentialgleichung, die sich

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} + \frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial x}$$

schreiben läßt, ist dann aber der Differentialquotient von u nach x klein im Verhältniß zu u , welches an sich schon von geringem Werthe seyn soll. Man darf demnach die Größen

$$u^2 \text{ und } \frac{\partial u}{\partial x}$$

als kleine Größen ansehen. Die Differentialquotienten derselben sind vollends zu vernachlässigen, wenn jene Größen nicht etwa verhältnißmäßig stark veränderlich sind. Ich vernachlässige daher die genannten drei Glieder. Ob das berechtigt ist, muß das Resultat der Rechnung lehren.

Lassen wir diese Annäherung eintreten, so verwandeln sich die obigen vier Gleichungen in folgende drei:

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right);$$

$$0 = \frac{\partial(\rho u)}{\partial x};$$

$$p = k\rho(1 + \alpha\vartheta);$$

denen durch die drei Functionen u , p , ρ genügt werden kann. Die erste dieser Gleichungen ist ganz der für tropfbare Flüssigkeiten aufgestellten analog; wie aus jener, ergibt sich auch aus der neuen Gleichung das Poiseuille'sche Gesetz.

Ferner haben die Functionen u und p noch gewissen Gränzbedingungen zu genügen. Der Druck p hängt der Voraussetzung gemäß nur von x ab; er unterliegt daher nur zwei Bedingungen für den Anfangs- und für den Endquerschnitt der Röhre, d. h. für die Werthe 0 und λ der Coordinaten x , wenn λ die Länge der Röhre bezeichnet.

In dem Reservoir, aus dem die Luft in die Röhre strömt, wirke der Druck p_1 , und es sey p_2 der Druck, unter dem das Gas die Röhre verläßt; dann sind die Bedingungen zu erfüllen, daß

$$p = p_1 \text{ wird, wenn } x = 0; \text{ und } p = p_2 \text{ „ „ „ } x = \lambda.$$

Die Geschwindigkeit u hat zunächst der Bedingung zu genügen, daß die von r abhängende Function u für den Werth $r = 0$ keine Unstetigkeit erleidet. Es besteht also die Gleichung

$$0 = \frac{\partial u}{\partial r} \text{ für } r = 0.$$

Eine zweite Bedingung ist an der Wandung der Röhre zu erfüllen, also für den Werth $r = R$, wenn R der Halbmesser der Röhre ist. Diese Bedingung verlangt, daß der auf die äußerste Schicht des strömenden Gases ausgeübten inneren Reibung das Gleichgewicht gehalten werde durch die äußere Reibung, welche das Gas an der Röhrenwand erleidet. Ist die Constante dieser äußeren Reibung E , so lautet diese für $r = R$ geltende Bedingung

$$0 = \eta \frac{\partial u}{\partial r} + Eu$$

oder

$$0 = \zeta \frac{\partial u}{\partial r} + u,$$

wenn zur Abkürzung die GröÙe ζ , welche ich mit Helmholtz den *Gleitungscoefficienten* nennen will,

$$\zeta = \frac{\eta}{E}$$

gesetzt wird. Gleitet das strömende Gas nicht an der Röhrenwandung, sondern haftet fest an derselben, wie ich das in meiner ersten Abhandlung für schwingende Apparate angenommen habe, so ist die neu eingeführte GröÙe $\zeta = 0$ zu setzen, oder $E = \infty$. Ich werde hier die Rechnung ohne diese beschränkende Voraussetzung durchführen.

Zum Behufe der Integration der Differentialgleichungen mache ich von der, jedenfalls angehöret richtigen Bemerkung Gebrauch, daß η von der Dichtigkeit ρ , also auch

vom Drucke p unabhängig, mithin absolut constant sey. Dasselbe setze ich von dem Coëfficienten der äußeren Reibung E voraus, folglich von ζ . Indem ich dann ferner berücksichtige, daß ρ wie p nicht von r abhängt, so kann ich die erste Differentialgleichung schreiben:

$$\rho \frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial}{r \partial r} \left(r \frac{\partial (\rho u)}{\partial r} \right);$$

und da nach der zweiten ρu nicht von x abhängt, so darf auch gesetzt werden

$$\rho \frac{dp}{dx} = \eta \frac{d}{r dr} \left(r \frac{d(\rho u)}{dr} \right).$$

Somit stehen in dieser Gleichung auf beiden Seiten nicht mehr *partielle* Differentialquotienten *mehrerer* Variablen, sondern *gewöhnliche* einer *einsigen* Veränderlichen; und zwar hängt die linke Seite nur von x , die rechte nur von r ab. Dies ist nur möglich, wenn die Function auf jeder Seite des Gleichheitszeichens constant ist. Der Werth dieser Constanten sey m . Dann ist

$$\rho \frac{dp}{dx} = m;$$

$$\eta \frac{d}{r dr} \left(r \frac{d(\rho u)}{dr} \right) = m.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen wird durch Einführung der Beziehung zwischen ρ und p :

$$p \frac{dp}{dx} = mk(1 + \alpha \phi);$$

hieraus folgt durch Integration

$$p^2 = c + 2mk(1 + \alpha \phi)x$$

und durch die für $x=0$ und $x=\lambda$ geltenden Bedingungen

$$p^2 = p_1^2 - \frac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda} x.$$

Nachdem so die Constante m bestimmt ist, hat man zur Berechnung von u

$$\frac{d}{r dr} \left(r \frac{d(\rho u)}{dr} \right) = \frac{p_1^2 - p_2^2}{2\eta \lambda k(1 + \alpha \phi)}$$

und durch Integration

$$\rho u = a + b \log \rho - \frac{(p_1^2 - p_2^2)r^2}{8\eta\lambda k(1 + \alpha\theta)}$$

sowie endlich in Folge der für $r=0$ und $r=R$ gelten, den Bedingungen

$$\rho u = \frac{p_1^2 - p_2^2}{8\eta\lambda k(1 + \alpha\theta)} [R^2 - r^2 + 2\zeta R].$$

Ersetzt man die Dichtigkeit ρ durch den Druck p , so erhält man für die Geschwindigkeit u den Ausdruck

$$u = \frac{p_1^2 - p_2^2}{8\eta\lambda p} [R^2 - r^2 + 2\zeta R].$$

Damit sind alle gesuchten Größen bestimmt, und es ist sämtlichen Gleichungen genügt worden.

Es ist zu bemerken, daß die gefundenen Ausdrücke die eingeführten Vernachlässigungen rechtfertigen, wenn nur die Länge λ der Röhre groß genug, dagegen der Radius R derselben, sowie die treibende Druckdifferenz $p_1 - p_2$ hinreichend klein sind.

Zur Anwendung auf das Experiment ist noch von Interesse, das Volumen Luft zu bestimmen, welches während einer bestimmten Zeit durch die Röhre strömt. Durch irgend einen Querschnitt der Röhre in der Entfernung x vom Anfange derselben fließt während der Zeit t eine Luftmenge, welche, gemessen unter dem in diesem Querschnitte stattfindenden Drucke p , das Volumen

$$V = 2\pi t \int_0^R u r dr$$

einnimmt; dies ist nach Einsetzung des Werthes von u

$$V = \pi t \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p} \frac{R^4}{8\eta\lambda} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right).$$

Wird also dies Volumen, das für jeden Querschnitt derselben Luftmasse entspricht, beim Eintritt in das Rohr unter dem Drucke p_1 gemessen, so beträgt es

$$V_1 = \pi t \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} \frac{R^4}{8\eta\lambda} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right);$$

und wenn es nach seinem Austritte aus dem Rohre unter dem Drucke p_2 gemessen wird,

$$V_1 = \pi t \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} \frac{R^4}{8\eta\lambda} \left(1 + 4\frac{\zeta}{R}\right).$$

Würde endlich das Gas unter dem mittleren Drucke p_0

$$p_0 = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

gemessen, so würde sein Volumen

$$V_0 = \pi t (p_1 - p_2) \frac{R^4}{8\eta\lambda} \left(1 + 4\frac{\zeta}{R}\right)$$

seyn. Diefes aber ist die für tropfbare Flüssigkeiten bekannte Formel, welche für solche Flüssigkeiten, welche die Wand benetzen, für welche also $\zeta=0$ ist, das Poiseuille'sche Gesetz

$$V_0 = \pi t (p_1 - p_2) \frac{R^4}{8\eta\lambda}$$

liefert. Dieses Gesetz gilt also, wenn die entwickelte Theorie richtig ist, nicht blofs für tropfbar, sondern auch für elastisch-flüssige Medien.

Unter den sehr zahlreichen Versuchen Graham's findet sich nur eine Reihe von Messungen, auf welche diese Formeln ohne weitere Vorbereitung angewandt werden können. Es ist die erste von ihm mitgetheilte Reihe¹⁾. Sie ist mit trockener atmosphärischer Luft angestellt. Die Röhre, durch welche bei diesen Versuchen die Luft strömte, war die 20 Fufs lange Capillarröhre E. Die Luft floss durch dieselbe in die Glocke einer Luftpumpe, in der durch anhaltendes Pumpen ein gutes Vacuum erhalten wurde; der Druck p_2 war also fast $=0$. Vor dem Eintritte in die Röhre befand sich die Luft in einem kugelförmigen Gefäfs, in welchem sie durch Wasser abgesperrt war. Diefes Gefäfs stand mit dem Sperrwasser unter der Glocke einer zweiten Luftpumpe, durch welche der Luftdruck in demselben beliebig erniedrigt werden konnte²⁾. Es wurde die Zeit t beobachtet, welche bei verschiedenen Werthen des Druckes p_1 nöthig war, das kugelförmige Gefäfs zu entleeren.

1) Phil. Transact. 1846, p. 591.

2) Phil. Tr. 1846. Kupfertafel 33, Fig. 2.

Da das Gas unter dem Drucke p_1 gemessen wurde, so ist das Volumen desselben, d. h. die oben mit V_1 bezeichnete Größe gleich dem Inhalt des kugelförmigen Gefäßes zu setzen. Zugleich ist $p_2 = 0$. Demnach ergibt sich die Gleichung

$$V_1 = \frac{\pi p_1 R^3}{16 \cdot \eta \lambda} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right).$$

Da der Apparat in der ganzen Versuchsreihe ungeändert geblieben ist, so sind V_1 , R und λ Constanten. Dasselbe gilt nach unserer Hypothese von η und ζ . Die Theorie verlangt also, daß

$$p_1 t = \text{Const.}$$

seyn solle, oder daß die Zeiten den Druckwerthen umgekehrt proportional seyen. Diese Folgerung hat schon Graham aus seinen Zahlen gezogen. Seine Resultate sind im Mittel

	p_1	t	$p_1 t$
1	Atmosph.	799",5	799,5
0,75	"	1050	787,5
0,5	"	1543,5	771,75

Die drei Zahlen sind in der That einander nahe gleich; sie unterscheiden sich um nicht mehr als den 30^{sten} Theil ihres eigenen Werths. Diese geringe Abweichung beruht vielleicht lediglich auf der Unvollkommenheit der Beobachtungsmethode, möglicher Weise aber auch auf einer geringen Veränderlichkeit der Reibung mit dem Drucke der Luft. Jedenfalls geht auch aus diesen Versuchen hervor, daß die Reibungsconstante *nahes* von der Dichtigkeit unabhängig ist.

Graham zieht eine andere Folgerung aus seinen Versuchen. Nachdem er darauf aufmerksam gemacht hat, daß die Geschwindigkeit der Strömung eines Gases durch eine lange Röhre in anderer Weise von der Dichtigkeit abhängt, als die Schnelligkeit seines Ausflusses aus einer feinen Oeffnung in dünner Wand, hebt er die Nothwendigkeit hervor, beide Erscheinungen, die er Transpiration und Effusion nennt, scharf gesondert zu halten. Dann fährt er

fort.¹⁾: »Dieses scheint die Transpiration auch von der gewöhnlichen Wirkung der Reibung zu sondern, denn je dichter die Luft, um so mehr sollte ihr Durchströmen durch die Reibung verzögert werden«. Gewiß eine einleuchtende Folgerung, so lange das auffallende Resultat der erklärenden Theorie Maxwell's nicht bekannt war.

§. 2.

Erste Beobachtungsmethode Graham's.

Die besprochene Versuchsreihe ist (abgesehen von einer mit einer anscheinend zu kurzen Röhre ausgeführten Reihe²⁾) unter Graham's Experimenten die einzige, die bei stationärem Zustande der Strömung angestellt worden ist. Bei allen übrigen änderte sich in Folge der Strömung der Druck und durch diesen die Geschwindigkeit der Strömung selbst. Graham hat aber die Versuche immer so eingerichtet, daß an einem Ende der Röhre der Druck dennoch immer ungeändert blieb. Bei dieser Anordnung der Versuche sind zwei wesentlich verschiedene Methoden der Beobachtung möglich, welche beide angewandt worden sind.

Nach der ersten dieser beiden Methoden³⁾ wird der Druck p_1 , unter dem das Gas in die Röhre eintritt, constant erhalten, wozu verschiedene Hülfsmittel benutzt wurden. Dagegen ist der Druck p_2 , unter welchem das Gas die Röhre verläßt, veränderlich. Das austretende Gas sammelte sich nämlich in einem anfangs nahezu luftleeren Recipienten, in welchem durch die allmähliche Füllung mit Gas der Druck nach und nach stieg. Es wurde die Zeit beobachtet, während welcher dieser Druck einen bestimmten Werth erreichte.

Die zweite Beobachtungsmethode hat Graham bei seiner zweiten Arbeit über die Bewegung der Gase zur An-

1) A. a. O. S. 593.

2) Phil. Tr. 1849, p. 384.

3) Phil. Tr. 1848, p. 592.

wendung gebracht¹⁾, Er verband eine Glasröhre oder auch ein Bündel vieler feiner Capillarröhren luftdicht mit einem Gefäße, in welchem das Gas comprimirt wurde. Er ließ dann das Gas durch die Capillarröhren ausströmen, entweder in die freie Luft oder in einen Raum, in welchem künstlich ein constanter Druck erhalten wurde. Er beobachtete das Sinken des Druckes im Compressionsgefäße. Bei dieser Beobachtungsmethode ist also p_2 constant und p_1 variabel.

Streng genommen sind auf diese beiden Beobachtungsmethoden die oben entwickelten Formeln, welche einen stationären, d. h. von der Zeit unabhängigen Zustand der Bewegung voraussetzen, nicht anwendbar. Es ging aber bei allen Versuchen die Aenderung des Druckes sehr langsam vor sich; so waren bei Beobachtungen nach der ersten Methode zum Steigen des Quecksilber-Manometers um einen Zoll 8 Sekunden bis 2½ Minuten erforderlich; und bei Anwendung der zweiten Methode fiel es um ebenso viel in 20 Sekunden bis 5½ Minuten. Während einer beschränkten Zeit sind daher die Formeln des vorigen Paragraphen als angenähert gültige Formeln auf die Experimente anwendbar, wenn man statt der veränderlichen Druckwerthe die Mittelwerthe dieser Größen während jener Zeit einführt. Man kann namentlich dann das oben entwickelte Gesetz der Strömung auch bei diesen Versuchen als vollkommen richtig ansehen, wenn man es nicht auf eine endliche Zeit t , sondern nur auf einen Zeitmoment dt anwendet. Diese Bemerkung werde ich der folgenden Entwicklung einer Theorie dieser Versuche zu Grunde legen.

Bei Beobachtungen nach der ersten Methode wird das durch die Röhre fließende Gasvolumen gemessen durch die Aenderung des variablen Druckes p_2 . Es ist also für das Volumen die Formel, welche V_2 bestimmt, zur Anwendung zu bringen, und zwar in der für eine unendlich kleine Zeit gültigen abgeänderten Form

1) *Phil. Trans.* 1849, p. 359 u. 360.

$$dV_2 = \pi \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_2} \frac{R^4}{8\eta^2} \left(1 + 4\frac{\zeta}{R}\right) dt,$$

worin jetzt V_2 und p_2 Functionen von t darstellen.

Das Gasvolumen dV_2 verbreitet sich durch den ganzen Raum des Recipienten, dessen Cubikinhalt W_2 sey, und bringt in demselben eine Erhöhung des Luftdrucks p_2 um eine unendlich kleine GröÙe dp_2 hervor. Nach dem Mariotte'schen Gesetze stehen beide unendlich kleinen GröÙen in dem Zusammenhange

$$p_2 dV_2 = W_2 dp_2.$$

Wendet man diese Gleichung auf die vorige an, so erhält man

$$\frac{2dp_2}{p_1^2 - p_2^2} = \frac{1}{C} dt,$$

wenn zur Abkürzung die constante GröÙe

$$\frac{\pi \cdot R^4}{8\eta^2 W_2} \left(1 + 4\frac{\zeta}{R}\right) = \frac{1}{C}$$

gesetzt wird. Durch Integration ergibt sich

$$C \log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{p_1 - P_2}{p_1 + P_2} \right) = p_1 t$$

wenn P_2 den Werth bezeichnet, den p_2 beim Beginne des Versuchs zur Zeit $t = 0$ besaß. Durch diese Formel ist p_2 als Function von t bestimmt.

Dieselbe enthält ein neues, dem Poiseuille'schen analoges Gesetz. Es ist nämlich für alle Versuche, welche mit demselben Apparate und demselben Gase angestellt werden, die GröÙe

$$\frac{p_1 t}{\log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{p_1 - P_2}{p_1 + P_2} \right)} = C$$

constant, wenn η und ζ vom Drucke des Gases unabhängig sind. Graham's Versuche bestätigen dies vollkommen, wie ich sogleich nachweisen werde.

Die gefundene Formel enthält ein von Graham aufgestelltes Gesetz als speciellen Fall. Dasselbe lautet¹⁾ „Für gleiche Volumina Luft von verschiedener Dichtigkeit

1) *Phil. Tr.* 1846, p. 593.

verhalten sich die Transpirationszeiten umgekehrt wie die Werthe der Dichtigkeit. Das Gesetz bezieht sich auf die Strömung eines Gases in einen nahezu luftleeren Raum, und es ist das durchfließende Volumen gemessen gedacht vor und nicht nach der Transpiration.

Nach derselben nimmt das Gas unter dem Drucke p_2 das Volumen W_2 ein; vorher erfülle es unter dem Drucke p_1 das Volumen W_1 . Dann ist

$$p_1 W_1 = p_2 W_2;$$

und es ist

$$\frac{p_1}{C} = \frac{\pi p_1 R^4}{8 \eta l W_1} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right) = \frac{p_2}{C}.$$

Daraus folgt

$$\frac{p_2 t}{\log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \right)} = C$$

also constant für gleiche Volumina W_1 . Wenn nun p_2 , wie es annäherungsweise richtig ist, $= 0$ gesetzt wird, so ist

$$t = \frac{C}{p_1} \log \frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2};$$

ist auch p_2 klein, so convergirt die Entwicklung

$$t = 2 \frac{C}{p_1} \left[\frac{1}{1} \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{3} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^3 + \dots \right]$$

sehr rasch, und man hat angenähert

$$t = \frac{2C}{p_1};$$

diese Formel aber enthält das von Graham aufgestellte Gesetz.

Um auch das allgemeinere Gesetz durch die Beobachtung zu prüfen, benutze ich dieselbe Versuchsreihe, aus der Graham die für seinen Zweck tauglichen Messungen ausgewählt hat. Es ist ein sehr vollständiges System von Versuchen¹⁾ mit der schon erwähnten langen Röhre E , das bei einem Barometerstande von 29,08 engl. Linien und einer Temperatur von $53^\circ \text{ F.} = 11,7^\circ \text{ C.}$ mit atmosphärischer Luft ausgeführt worden ist. Die Mittelwerthe der

1) Tabelle VII, *Phil. Trans.* 1846, p. 592.

beobachteten Gröſſen und die Resultate der Rechnung sind in folgender Tabelle zusammengestellt. C ist nicht in natürlichen Logarithmen angegeben, wie es eigentlich seyn sollte, sondern in Briggs'schen. Außerdem ist in dieser Gröſſe der Factor p_1 nicht in den absoluten Einheiten der Kraft, sondern, durch die Höhe einer Quecksilbersäule in englischen Zollen angegeben. Dasselbe gilt von allen weiter unten aufgeführten Zahlenwerthen.

p_1	1 Atm. = p_2	t	C
2	Atm.	28"	0"
		20	66 ,5
		12	136
		8	173
		4	212 ,5
		2	232
1,75	"	28	0
		20	85 ,5
		12	176
		8	225
		4	278
		2	306 ,5
1,5	"	28	0
		20	114
		12	237 ,5
		8	307
		4	384 ,5
		2	425 ,5
1,25	"	28	0
		20	161 ,5
		12	342
		8	451 ,5
		4	584 ,5
		2	663
1	"	28	0
		20	254
		12	564 ,3
		8	784 ,7
		4	1133 ,7
		2	1462

„Man sieht, daß die berechneten Werthe der Constanten C sich nicht im geringsten verändern, wenn p_1 sich ändert; dagegen zeigt sich eine geringe Abnahme der Werthe von C mit abnehmendem Werthe von p_1 . Dies scheint auf eine geringe Veränderlichkeit der Reibung mit dem Drucke der Luft hinzuweisen; doch ist kein sicheres Urtheil hierüber möglich, weil keine Angaben über die Genauigkeit der Messung des Druckes vorliegen.

Es sei eine solche Veränderlichkeit giebt sich nicht zu erkennen in einer ähnlichen Versuchsreihe, die Graham in seiner zweiten Abhandlung mittheilt¹⁾. Zu dieser diente eine andere Capillarröhre M von 52,5 engl. Zoll Länge. Das Barometer stand auf 30,1 engl. Zoll, und das Thermometer $66^\circ \text{ F.} = 18,9^\circ \text{ C.}$ Bei diesen Versuchen wurde p_2 nicht variiert, sondern es war immer zu Anfang des Versuchs

$$p_2 = p_1 = 1 \text{ Atm.} = 28",5 = 1",6$$

und am Ende desselben

$$p_2 = 1 \text{ Atm.} = 23",5 = 6",6$$

Die beobachteten Werthe der Dauer t eines Versuchs für die verschiedenen Werthe von p_1 und die daraus berechneten Werthe von C , in Briggs'schen Logarithmen angegeben, sind:

p_1	t	C
2,5 Atm.	176	228000
2,25 "	217,5	228000
2 "	276,5	230000
1,75 "	359	228000
1,5 "	493	228000
1,25 "	707	227000
1 "	1095,5	224000

Die Abnahme von C ist hier also sehr viel geringer.

Außer diesen beiden Reihen hat Graham noch sehr zahlreiche Versuche mitgetheilt, welche nach dieser Me-

1) Phil. Tr. 1849, p. 385.

thode mit verschiedenen Gasen angestellt sind. Bei allen diesen Versuchen ist der Druck p_1 immer constant gleich dem der Atmosphäre. Die Versuche haben daher weniger Interesse, als die bisher besprochenen; ich habe deshalb nicht alle der Rechnung unterworfen, sondern einige Reihen ausgewählt, welche wegen besondrer Umstände interessant ist.

Dahin gehören namentlich Versuche, welche mit drei verschieden langen Stücken einer sehr engen Glasröhre C ausgeführt sind¹⁾. Diese Beobachtungen erlauben eine Prüfung, ob der Werth der GröÙe

$$C \propto \frac{p_1^2}{\log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{p_1 - p_3}{p_1 + p_3} \right)}$$

wirklich proportional der Länge λ der angewandten Röhre ist, wie es die Formel

$$\frac{1}{C} = \frac{\pi R^4}{8\eta \lambda W_2} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R} \right)$$

verlangt. Dabei ist hinderlich, daß leider auch das Volumen W_2 des Recipienten der Luftpumpe bei den verschiedenen Versuchsreihen verändert worden ist. Ich habe daher nicht die GröÙe C berechnet, sondern eine andere

$$D = \frac{t}{\lambda W_2 \log \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{p_1 - p_3}{p_1 + p_3} \right)},$$

deren Werth constant seyn muß, da

$$\frac{1}{D} = \frac{\pi p_1 R^4}{8\eta} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R} \right)$$

nur von constanten GröÙen abhängt. Die mittleren Resultate der Versuche und die der ausgeführten Berechnung sind in folgender Tabelle enthalten. Die Werthe von D sind nicht auf natürliche Logarithmen reducirt, sondern in Briggs'schen angegeben.

¹⁾ Tabellen XIV, XV und XVI, S. 600 und 601. Phil. Tr. 1846.

$p_1 - p_2 = 28'' \quad 20'' \quad 12'' \quad 8'' \quad 4'' \quad 2''$

Erste Reihe. (Tabelle XIV.)

$\lambda = 1''; W_1 = 41,64 \text{ Cub. Z.}; p_1 = 28'',81; \phi = 60^\circ \text{ F.}$

Luft.

$t = 0''$	248'',7	531'',0	717'',0	1002'',0	1270'',5
$D =$	23,90	22,95	22,42	21,82	21,49

Sauerstoff.

$t = 0''$	272'',2	589'',7	786'',0	1100'',7	1402'',2
$D =$	26,15	25,09	24,57	24,10	23,71

Wasserstoff.

$t = 0''$	108'',0	234'',5	321'',5	458'',0	590'',5
$D =$	10,28	10,13	10,05	9,97	9,99

Kohlensäure.

$t = 0''$	287'',5	498'',5	665'',5	909'',5	1136'',5
$D =$	22,81	21,54	20,81	19,81	19,22

Zweite Reihe. (Tabelle XV.)

$\lambda = 2''; W_1 = 21,26 \text{ Cub. Z.}; p_1 = 29'',32.$

Luft.

$t = 0''$	211'',5	465'',5	642'',0	922'',5	1195'',0
$D =$	20,12	19,89	19,80	19,78	19,89

Sauerstoff.

$t = 0''$	234'',0	515'',3	711'',7	1032'',5	1334'',0
$D =$	22,26	22,01	21,96	22,14	22,20

Wasserstoff.

$t = 0''$	101'',7	226'',0	314'',0	453'',7	597'',2
$D =$	9,68	9,65	9,68	9,73	9,94

Dritte Reihe. (Tabelle XVI.)

$\lambda = 4''; W_1 = 21,26 \text{ Cub. Z.}; \phi = 65^\circ \text{ F.}$

Luft.

$t = 0''$	418'',0	930'',0	1290'',5	1865'',5	2436''
$D =$	19,88	19,86	19,90	20,00	20,27

Sauerstoff.

$t = 0''$	467''	1042''	1445''	2093''	2752''
$D =$	22,26	22,25	22,30	22,39	22,90

Die Uebereinstimmung der zweiten und dritten Reihe läßt kaum etwas zu wünschen übrig. Die Beobachtungen bestätigen also auch in diesem Punkte die Theorie. Die Zahlen der ersten Reihe sind dagegen durchgängig größer

und viel veränderlicher. Es kann nicht wohl zweifelhaft seyn, daß der Grund dieser Abweichung in der allzu geringen Länge der Röhre liegt.

Endlich habe ich die Formel noch auf eine Beobachtungsreihe angewandt, die mit einer kupfernen Capillarröhre angestellt worden ist¹⁾, um dadurch zu zeigen, daß das Gesetz der Erscheinung vom Stoffe der Röhre unabhängig ist. Die Schwierigkeit der Herstellung einer metallenen Capillarröhre läßt zweifelhaft erscheinen, ob die theoretisch vorausgesetzte cylindrische Form der Oeffnung erreicht ist. Man darf daher vermuten, daß die Uebereinstimmung der Zahlen unter einander nicht so groß seyn wird, wie bei Beobachtungen mit gläsernen Röhren. Dies bestätigt die folgende Tabelle, in welcher aus den Beobachtungen die Größe

$$H = \frac{C}{P_1} = \frac{t}{\log \left(\frac{P_1 + P_2}{P_1 - P_2} \cdot \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right)}$$

berechnet worden ist.

$$p_2 = 29^{\circ},97; \phi = 58^{\circ} \text{ F.}$$

$p_1 - p_2 = 26''$	20	12	8	4	2
Luft.					
$t = 0''$	233",7	525",3	730",3	1065",0	1408",3
$H =$	961,0	965,1	966,8	969,2	1003,7
Sauerstoff.					
$t = 0''$	260",5	584",5	812",5	1185",0	1573",5
$H =$	1066,5	1074	1076	1088,5	1120
Stickoxydul.					
$t = 0''$	198",0	442",0	612",0	888",0	1172",0
$H =$	814,1	812,1	810,6	815,6	834,5
Kohlensäure.					
$t = 0''$	199",0	444",0	614",5	890",5	1178",0
$H =$	799,7	815,8	813,9	817,9	838,7

Diese Beispiele mögen genügen, die Uebereinstimmung der theoretischen Formel mit der Beobachtung zu zeigen.

1) Tabelle XXV, S. 609. *Phil. Tr.* 1846.

Die Formel ist auf die Voraussetzung gegründet, daß die Reibung eines Gases vom Drucke desselben unabhängig sey. Durch die Bestätigung der Formel wird also zugleich die Richtigkeit dieser Voraussetzung bewiesen.

(Schluß im nächsten Heft.)

V. Ueber die niederen Oxyde des Molybdäns; von C. Rammelsberg.

Berzelius hat ¹⁾ bekanntlich die von Bucholz angenommene Mehrzahl von Molybdänoxyden auf drei reducirt: Molybdänoxydul, Molybdänoxyd und Molybdänsäure. In der Molybdänsäure fand er, nach einem Versuche, wobei molybdänsaures Ammoniak durch salpetersaures Bleioxyd zersetzt wurde, und nach Correction der damals benutzten Atomgewichte für Stickstoff und Blei, 47,68 Th. Molybdän verbunden mit 24 Th. Sauerstoff. Durch die späteren Versuche von Svanberg und Struve einerseits, von Berlin andererseits, ist die Zahl 46 an die Stelle von 47,68 getreten.

Molybdänoxyd, durch Erhitzen von molybdänsaurem Natron mit Chlorammonium bereitet, gab Berzelius beim Behandeln mit Salpetersäure 112,55 Prot. Molybdänsäure. Wenn diese nun auf 46 Molybdän 24 Sauerstoff einhält, so sind in 112,55 Th. 78,98 Th. Molybdän gegen 38,57 Sauerstoff enthalten, in dem Oxyd aber ist dieselbe Menge Metall mit 26,02 Sauerstoff verbunden. Da $\frac{2}{3}$ von 38,57 = 25,71 ist, so verhalten sich die Sauerstoffmengen in der Säure und im Oxyd = 3 : 2 = $1\frac{1}{2}$: 1.

Nach den neueren Versuchen von Uhrlaub ²⁾ ist aber Molybdänoxyd, welches auf die angeführte Art oder durch

1) K. Vet. Acad. Handl. 1825. Diese Ann. Bd. 6, S. 331, 369.

2) Diese Ann. Bd. 101, S. 624.

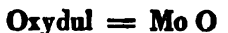
Erhitzen von molybdänsaurem Ammoniak dargestellt wird, stickstoff- und wasserstoffhaltig, d. h. es enthält etwas Molybdännitretamid. Dafs dieser Umstand jedoch nur einen geringen Einfluß auf die Zusammensetzung des Oxyds hat, ergibt sich aus den Versuchen von Svanberg und Struve¹⁾, und H. Rose²⁾, wonach 100 Th. Molybdänsäure (= 34,28 Sauerstoff) bei gelindem Erhitzen in Wasserstoff, bis das Gewicht constant war, 11,65 Proc. und 11,72 Proc. Sauerstoff verloren, d. h. ein Drittel der Gesamtmenge.

Dasselbe Resultat habe ich erhalten. 2,97 Grm. Molybdänsäure verloren in Wasserstoff 0,353 = 11,88 Proc. (berechnet 11,43 Proc.).

Die niedrigste Oxydationsstufe, das *Molybdänoxydul*, welche nach Berzelius durch Reduction der Molybdänsäure durch Chlorwasserstoffsäure und Zink, oder durch Behandlung von Molybdänchlorid (dem Oxyd entsprechend) mit Kaliumamalgam entsteht, ist von Berzelius nicht analysirt worden; er bemerkt, die Analysen hätten kein befriedigendes Resultat gegeben.

Der Molybdänsäure und dem Molybdänoxyd entsprechen zwei Schwefelverbindungen, in denen die Schwefelmengen mithin ebenfalls = 3:2 sind.

Diese Multipeln hatten Berzelius veranlaßt, in der Molybdänsäure, deren Sättigungscapacität nach ihm zugleich $\frac{1}{2}$ ihres Sauerstoffs ist, 3 At. des letzteren anzunehmen; und indem er in dem Oxydul 1 At. voraussetzte, die Oxydreihe des Molybdäns als



festzustellen.

Schon im J. 1847 fand v. Kobell³⁾, dafs beim Kochen von natürlichem molybdänsaurem Bleioxyd (Gelb-

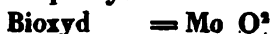
1) Journ. f. pr. Chem. Bd. 44, S. 257.

2) Diese Ann. Bd. 75, S. 319.

3) Journ. f. pr. Chem. Bd. 41, S. 158.

bleierz) mit Chlorwasserstoffsäure und Kupfer eine braunrothe Auflösung entsteht von einem Molybdänoxyde, welches halb so viel Sauerstoff als die Säure enthält, also Mo^2O^3 , welches eben-owohl eine eigene Oxydationsstufe als eine Verbindung von Oxydul und Oxyd, $\text{MoO} + \text{MoO}^2$, seyn konnte. Svanberg und Struve haben in ihrer Arbeit angeführt, daß 100 Th. Molybdänsäure, während 9 Stunden in Wasserstoff der stärksten Hitze einer Lampe mit doppeltem Luftzuge ausgesetzt, 17,3 Proc. Sauerstoff verloren hatten, d. h. die Hälfte; sie betrachten aber den grauen metallisch glänzenden Rückstand als MoMo oder vielmehr als $3\text{Mo} + \text{Mo}$, wobei es auffallend erscheint, daß sie daran den Schluss reihen: die Molybdänsäure lasse sich hiernach in Glasgefäßen durch Wasserstoff nur bis zu dem niedrigsten Oxyde, nicht zu Metall reduciren, da ja doch jenes nach Berzelius das Oxydul Mo , und der Verlust der Molybdänsäure $= \frac{2}{3}$ ihres Sauerstoffs hätte seyn müssen.

Als Blomstrand ¹⁾ versuchte, nach Berzelius's Angabe, das dem Oxydul entsprechende Chlorür MoCl darzustellen, fand er, daß dieser Körper das Sesquichlorid Mo^3Cl^3 ist, und daß dieselbe Verbindung oder die entsprechende Oxydationsstufe bei der Reduction der Molybdänsäure durch Chlorwasserstoffsäure und Zink entsteht, so daß die Angaben Berzelius's über das Oxydul und dessen Salze auf dieses Sesquioxid zu beziehen, und die Molybdänoxyde



mit dem Sauerstoffverhältniß $= 1\frac{1}{2} : 2 : 3 = 3 : 4 : 6$ sind.

Das durch Ammoniak gefällte Hydrat des Sesquioxids ist $\text{Mo} + 3 \text{ aq.}$

Die Eigenschaften der Salze vom Sesquioxid (Oxydul Berzelius) und vom Bioxyd (Oxyd) sind sehr ähnliche;

1) Journ. f. pr. Chem. Bd. 71, S. 453.

unter den Verbindungen mit Sauerstoffsäuren giebt es keine krystallisirbare; ihre Auflösungen oxydiren sich an der Luft mehr oder minder leicht zu Molybdänsäure.

Ich habe die im Vorstehenden zusammengestellten Angaben über das Sesquioxyd des Molybdäns durch einige Versuche geprüft, und zugleich das Verhalten des metallischen Molybdäns zu der Auflösung von Molybdänsäure in Chlorwasserstoffsäure näher untersucht.

Die vollständige Reduction der Molybdänsäure in Wasserstoffgas erfordert keine Weissglühhitze; sie erfolgt in einem Platinrohr über einer Gaslampe bei Quantitäten von einigen Gramm in 2 bis 3 Stunden.

2,97 Grm. Molybdänsäure verloren $1,019 = 34,31$ Proc. (berechnet 34,28 Proc.).

Kann man bei analytischen Arbeiten einen derartigen Apparat mit einem Platinschiffchen benutzen, so möchte die vollständige Reduction der von H. Rose empfohlenen partiellen zu Bioxyd noch vorzuziehen seyn, weil letztere das genaue Einhalten einer bestimmten niederen Temperatur und öfteres Wägen erfordert. Auch hat mir bei eigenen Versuchen dieser Art geschehen, daß der Inhalt des Gefäßes, selbst wenn das Gewicht sehr nahe das richtige war, kein homogener, sondern unterhalb grau, oben braun aussah, also vielleicht unten schon weiter reducirt war, oben noch etwas Molybdänsäure enthielt.

I. Reduction der Molybdänsäure durch Zink

Statt reiner Molybdänsäure wurde ein krystallisirtes Ammoniaksalz angewandt, welches 82,36 Proc. Molybdänsäure enthielt.

2,194 Grm. in Wasser gelöst, mit Chlorwasserstoffsäure und Zink digerirt, gaben eine dunkelbraune Flüssigkeit, aus welcher sich zuletzt der größte Theil des Oxyds in Flocken niederschlug. Nachdem durch einen Zusatz von Säure die sowohl als das überschüssige Zink aufgelöst worden, verdünnte man die braune Flüssigkeit bis zu einem

bestimmten Volum und benutzte abgemessene Mengen zur volumetrischen Bestimmung mittelst übermangansauren Kalis. Hierbei geht die Farbe der Flüssigkeit in grün über bevor sie verschwindet, und ein geringer Ueberschuß des Mangansalzes die vollständige Oxydation des entstandenen niederen Molybdänoxyds zu Molybdänsäure nachweist. Es wurden 169 CC. einer Chamäleonlösung verbraucht, welche dem auf Eisen gestellten Titre zufolge 0,3044 Sauerstoff entsprachen.

Da nun 2,194 Ammoniumsalz = 1,807 Molybdänsäure waren, und diese = 0,6196 Sauerstoff sind, die Hälfte desselben = 0,3098 sehr nahe der gefundenen Menge entspricht, so beweist der Versuch, daß die Molybdänsäure durch Chlorwasserstoffsäure und Zink zu Molybdänsäureoxyd reducirt wird, nicht aber zu Oxydul, wie Berzelius angenommen hatte.

Für 100 Theile Molybdänsäure = .

			gefunden
Molybdän	65,72		
Sauerstoff	34,28	$\frac{1}{2} = 17,14$	16,85
	100.		

II. Reduction der Molybdänsäure durch Kupfer.

Berzelius hat, wohl ohne analytische Versuche zu machen, die Bildung von Molybdänbioxyn (MoO²) hierbei angenommen.

A. Gelbbleierz. v. Kobell fand in zwei Versuchen, daß: aus 100 Th. beim Kochen mit Chlorwasserstoffsäure von einer gewogenen Menge Kupfer soviel aufgelöst wird, daß der der Molybdänsäure entzogene Sauerstoff 6,39 und 6,54 Proc. betrug. Da 100 Th. molybdänsaures Bleioxyd 38,55 Molybdänsäure = 18,22 Sauerstoff enthalten, dessen Hälfte = 6,61 ist, so beweisen die Versuche die Reduction zu Mo³O³ sehr genau.

Ich fand bei Anwendung von 2,151 Gelbbleierz 1,079 Kupfer aufgelöst, entsprechend 0,135136 Sauerstoff = 6,28 Procent.

B. Molybdänsaures Ammoniak. Das hierzu benutzte Salz enthielt 82,36 Proc. Molybdänsäure.

a, 1,731 = 1,693 Kupfer = 0,2136 Sauerstoff

b, 1,265 = 1,44 " = 0,1817 "

a = 1,4256 Molybdänsäure

b = 1,0449 "

Hiernach haben 100 Th. Molybdänsäure an Sauerstoff verloren:

a, 14,98 Proc.

b, 17,39 "

Die berechnete Menge ist 17,14 Proc.

C. Molybdänsäure.

a) 0,98 erhitzte pulverige Säure, mit Chlorwasserstoffsäure und sodann mit Kupfer gekocht, ergaben 1,347 aufgelöstes Kupfer = 0,17 Sauerstoff.

b) 0,45 sublimirte Säure = 0,461 Kupfer = 0,08 Sauerstoff.

Oder 100 Th. Säure haben an Sauerstoff verloren:

a = 17,35 Proc. b = 17,77 Proc.

Die Molybdänsäure wird mithin an und für sich sowohl, als auch in Verbindung mit Basen durch Chlorwasserstoffsäure und Kupfer oder Zink der Hälfte ihres Sauerstoffs beraubt und in Sesquioxyd verwandelt.

III. Reduction der Molybdänsäure durch Molybdän.

Erhitzt man eine Auflösung von Molybdänsäure oder von molybdänsaurem Ammoniak in Chlorwasserstoffsäure mit metallischem Molybdän, wie es durch Reduction in Wasserstoff erhalten wird, so entsteht eine dunkel braunrothe Auflösung, welche der des Sesquioxys vollkommen gleicht. Dem Eintreten der braunen Farbe geht die einer schön blauen voran, von der Bildung von molybdänsaurem Molybdänoxid herrührend.

Berzelius hat auch hier die Bildung von Molybdänbisoxyd (Mo O^2) angenommen; da er jedoch keine analytische Belege dafür mitgetheilt hat, so schien es erforderlich, den Vorgang näher zu prüfen.

a) Eine größere Menge Molybdänsäure wurde auf die

angeführte Art in einem verschlossenen Kolben mehre Tage in der Wärme behandelt; zuletzt wurde das Ganze einige Zeit im Kochen erhalten, verdünnt, von dem unaufgelösten Metall klar ab- und in eine Mefsflasche gegossen.

100 CC. der Auflösung, mit Salpetersäure abgedampft, gaben 2,1925 Molybdänsäure.

100 CC. wurden stark verdünnt, und mit übermangensaurem Kali volumetrisch behandelt, wobei die Flüssigkeit vorübergehend grün wurde. Im Mittel von drei Versuchen wurde soviel verbraucht, dafs dadurch 0,1073 Sauerstoff angezeigt wurden, welche zu Verwandlung des Oxyds in Säure erforderlich waren; mithin mußten in dem ersteren enthalten seyn

Molybdän	1,4695 = 46
Sauerstoff	0,6157 19,2

Diese Zahlen entsprechen dem Verhältnifs



(b). 6,174 Grm. molybdänsaures Ammoniak = 5,0997 Molybdänsäure wurden mit einer gewogenen Menge Metall in ähnlicher Art behandelt; das unaufgelöste und in Wasserstoff stark geglühte Metall wurde gewogen, wobei sich ergab, dafs 1,111 sich aufgelöst hatten. Die braune Auflösung verbrauchte im Mittel eine Menge übermangensauren Kalis = 0,5954 Sauerstoff.

Da 5,0997 Molybdänsäure = 3,3513 Molybdän und 1,7484 Sauerstoff sind, so enthielt die Oxydauflösung

			At.
Molybdän	4,4623 = 46		4
Sauerstoff	1,7484 18,2		9

Die Quantitäten des Metalls in der Säure und die aufgelöste verhalten sich = 3,3513 : 1,111 = 46 : 15,3 = 3 : 1.

Ferner verlangen 4,4623 Molybdän 2,328 Sauerstoff, um Molybdänsäure zu bilden. Es sind aber 2,328 minus 1,748 = 0,58 Sauerstoff (gefunden 0,595), d. h. $\frac{1}{2}$ des Ganzen.

Hieraus würde folgen, daß 3 At. Molybdänsäure 1 At. Molybdän aufgenommen, und die Verbindung



gebildet haben.

c) 1,865 molybdänsaures Ammoniak = 1,536 Molybdänsäure nahmen in gleicher Art 0,421 Metall auf. Da 1,536 = 1,009 Molybdän + 0,527 Sauerstoff sind, so enthält die Verbindung

			At.
Molybdän	1,43	= 46	1
Sauerstoff	0,527	16,9	2,1

Die beiden Mengen Molybdän verhalten sich = 1:0,4 = 5:2, so daß 5 At. Säure 2 At. Metall aufgenommen und sich in



verwandelt hätten.

Die braune Auflösung erforderte eine Quantität übermangansauren Kalis = 0,204 Sauerstoff, was mit der Differenz

$$\begin{array}{r} 0,746 \text{ Sauerstoff für } 1,43 \text{ Mo} \\ - 0,527 \\ \hline 0,219. \end{array}$$

ziemlich übereinstimmt.

Eine schon früher aus Molybdänsäure, Chlorwasserstoffsäure und metallischem Molybdän bereitete braune Oxydauflösung, worin dieses Oxyd die Zusammensetzung $\text{Mo}^3 \text{O}^3$ zu haben schien, wurde von neuem mit Molybdän anhaltend digerirt und gekocht.

200 CC. gaben beim Abdampfen und Behandeln des Rückstandes mit Salpetersäure 0,75136 Molybdänsäure.

Eine gleiche Menge bedurfte im Mittel soviel übermangansauren Kalis, daß dies = 0,0841 Sauerstoff war.

Das Oxyd der braunen Auflösung bestand hiernach aus

Molybdän	0,4937	= 46
Sauerstoff	0,1735	16

d. h. es war genau Bioxyd, $\text{Mo} \text{O}^3$.

Wenn nun die drei früheren Versuche etwas mehr Sauerstoff gegeben haben, so rührte dies von einer, nicht ganz vollständigen Reduction her.

Die Resultate der angeführten Versuche beweisen, daß die Wirkung des Molybdäns auf die Molybdänsäure eine andere ist als die des Zinks oder Kupfers, und daß es nicht Sesquioxyd, sondern Bioxyd bildet, wie schon Berzelius behauptet hat.

Die beiden letzten Versuche ergeben in 100 Th. des Oxyds

c, 73,07 Metall

d, 74,0 "

(berechnet 74,2).

Gegen die Annahme, das Bioxyd sey eine Verbindung von $\text{Mo}^2\text{O}^3 + \text{MoO}^3$, spricht, daß jene braune Auflöser von Ammoniak gefällt werden; der Niederschlag, welcher wie Eisenoxydhydrat aussieht, ist das Hydrat des Bioxyds und im Filtrat ist ein wenig Molybdänsäure enthalten.

Ich habe versucht, diesen Niederschlag zu analysiren, was indessen mit Genauigkeit nicht ausführbar ist, da er an der Luft sich höher oxydirt und blau wird, deshalb gaben die Versuche, deren Detail ich hier übergehe, Resultate zwischen MoO^3 und Mo^2O^3 . Daß dieser Niederschlag aber das in der braunen Auflösung enthaltene Oxyd wirklich darstellt, davon habe ich mich überzeugt, indem ich die in ihm enthaltene Menge Molybdän mit derjenigen verglich, die in dem Filtrat als Molybdänsäure sich findet. Letztere war in einem Versuche $\frac{1}{11}$, in einem anderen $\frac{1}{17}$ der im Ammoniakniederschlage enthaltenen.

Es bedarf kaum der Bemerkung, daß die braune Auflösung des Molybdänoxyds an der Luft allmählich heller wird, indem sich letzteres zu Molybdänsäure oxydirt. Hierbei entsteht die blaue intermediäre Verbindung nicht. Es ist mir nicht geglückt, durch Auflösen des Hydrats von Molybdänoxyd in zweifach oxalsaurem Kali ein krystallisiertes Doppelsalz zu erhalten.

IV. Weißes Molybdänoxyd.

Es ist bekannt, daß sich bei der Reduction der Auflösungen von Molybdänsäure durch das Metall selbst oder durch Zink etc. zuerst eine intensiv blaue Flüssigkeit bildet, in welcher ein molybdänsaures Molybdänoxyd enthalten ist. Berzelius fand diesen Körper, den er aus molybdänsaurem Ammoniak und Molybdänchlorid darstellte, und mit Salmiaklösung auswusch, $= \text{Mo}^2\text{O}^3 = \text{Mo}^2\text{O}^3 + 1 \text{ Mo}^2\text{O}^3$ zusammengesetzt.

Ich habe die blaue Verbindung durch Vermischen der im Vorigen untersuchten braunen Auflösung von Mo^2O^3 mit einer solchen von Molybdänsäure in Chlorwasserstoffsäure dargestellt. Der Niederschlag wurde mit einem Gemisch von Alkohol und Salmiaklösung ausgewaschen und über Schwefelsäure getrocknet.

a) 1,752 verloren beim Erhitzen unter Luftabschluß 0,322 Wasser (mit Spuren von Ammoniak und Salmiak). Der braune Rückstand $= 1,43$ lieferte 1,514 Molybdänsäure.

b) 2,154 verloren 0,402, und der Rückstand $= 1,752$ gab 1,8196 Molybdänsäure.

Hiernach besteht dieser Rückstand aus

Molybdän	69,6	68,25
Sauerstoff	30,4	31,75
	100	100

Dies ist die Verbindung Mo^2O^3 .

2 At. Molybdän	$= 92$	$= 69,7$
5 " Sauerstoff	$= 40$	$= 30,3$
	132	100

Die wasserhaltige Verbindung besteht aber aus:

Molybdän	56,81	55,51
Sauerstoff	24,61	23,93
Wasser	18,38	18,66
	100	100

und ist folglich $\text{Mo}^2\text{O}^3 + 3 \text{ H}_2\text{O}$.

berechnet

2 At. Molybdän	=	92	=	57,86
5 " Sauerstoff	=	40	=	25,16
3 " Wasser	=	27	=	16,98
		159.		100.

Da man nicht im Stande ist, einen solchen Körper vollkommen rein darzustellen, so wird das Resultat der Analyse der Rechnung nicht genau entsprechen.

Die blauen Molybdänverbindungen werden durch starke Basen in Molybdänsäure und Molybdänbioxyd zersetzt. Es ist daher weniger angemessen, die hier beschriebene Verbindung



als



anzusehen, wiewohl bei diesem etwas größeren Wassergehalt 56,79 Molybdän, 24,69 Sauerstoff und 18,52 Wasser vorhanden seyn müßten, was den Analysen näher kommt.

Bei langem Stehen des Gemisches aus Molybdänchlorid und molybdänsaurem Ammoniak bemerkt man unter dem blauen Niederschlage einen Absatz von *braunen Krystallen*, welche sich durch Waschen mit Alkohol absondern und bei ihrer Kleinheit nur erkennen lassen, daß sie schiefwinklige Hexaëde sind. Sie sind mit brauner Farbe durchsichtig, lösen sich leicht in Wasser auf, die gelbliche Auflösung erscheint aber trübe, wahrscheinlich durch Absatz von Molybdänbioxyd, welches sich in braunen Flocken absetzt. Silbersalze geben einen gelben, in Salpetersäure leichtlöslichen Niederschlag. Bei Luftausschluß erhitzt, entwickeln die Krystalle Wasser und Ammoniak und hinterlassen einen dunkelblauen Rückstand, der sich beim Rösten in reine Molybdänsäure verwandelt.

a) 1,291 hinterließen 1,022, und diese gaben 1,0425 Molybdänsäure. Hieraus folgt zunächst, daß diese blaue Verbindung aus 3 At. Molybdän und 8 At. Sauerstoff besteht, Mo^2O^3 ,

	berechnet	gefunden
3 Mo = 138	= 68,31	67,02
8 O = 64	= 31,69	
	<u>202.</u>	<u>100.</u>

Sie ist $= \text{Mo O}^3 + 2\text{Mo O}^2$, und steht zwischen der von Berzelius untersuchten und der von mir zuvor beschriebenen.

b) 0,417 gaben mit Platinchlorid einen Niederschlag, der beim Glühen 0,078 Platin hinterließ, was 0,02048 Ammoniumoxyd entspricht.

Der braune krystallisirte Körper enthält also

Molybdän	53,83
Sauerstoff	25,33
Ammoniumoxyd	4,91
Wasser	<u>15,93</u>
	100.

Er läßt sich als ein Doppelsalz von molybdänsaurem Molybdänoxyd und zweifach molybdänsaurem Ammoniumoxyd betrachten,



6 At. Molybdän	= 276 =	54,01
16 „ Sauerstoff	= 128 =	25,05
1 „ Ammoniumoxyd	= 26 =	5,09
9 „ Wasser	= 81 =	<u>15,85</u>
	511.	100.

Es mag hier daran erinnert werden, daß Blomstrand zwei Aeiochloride beschrieben hat, welche den von mir gefundenen blauen Verbindungen entsprechen.

VI. Ueber die Zusammensetzung der molybdänsäuren Salze der Alkalien;
 von Marc Delafontaine. Mit Zusätzen
 von C. Rammelsberg.

Hr. Delafontaine hat es zum Zweck einer Arbeit über die Fluoxymolybdate mit Recht für nöthig gehalten, die bisherigen Angaben über die Zusammensetzung der molybdänsäuren Alkalien zu revidiren, und Hr. Marignac hat die Krystallform derselben bestimmt. Indem ich hier einen Auszug der Abhandlung ¹⁾ gebe, füge ich meine eigenen Erfahrungen in diesem Gebiete hinzu.

Die Versuche von Svanberg, Struve und Zenker haben gelehrt, dass ausser den früher ausschliesslich angenommenen einfach und zweifach molybdänsäuren Salzen, $R\ddot{M}o$ und $R\ddot{M}o^2$, auch noch andere Verbindungen vorkommen, wiewohl nicht diejenigen, welche bei den Wolframiaten gerade die häufigsten sind. Hr. Delafontaine findet jedoch, dass die aus früheren Analysen abgeleiteten Formeln $R^3\ddot{M}o^4$ und $R^4\ddot{M}o^5$ mit $R^5\ddot{M}o^7$ vertauscht werden müssen, wodurch die Analogie mit den Wolframiaten hergestellt wird.

Molybdänsäures Kali.

I. Einfach. $K\ddot{M}o + 5\text{ aq.}$

Hr. D. erhielt anstatt das von Svanberg und Struve beschriebenen Hydrats $2K\ddot{M}o + \text{aq}$ dieses neue, indem er gleiche At. Molybdänsäure und kohlenaures Kali zusammenschmolz und die concentrirte Auflösung freiwillig verdunsten liess.

Die Krystalle sind *sechsgliedrig*, Combinationen eines sechsseitigen Prismas p , der Endfläche c und (häufig) eines

1) *Bibliothèque univ. et Revue suisse (Archiv des sc. phys. et nat.)*
 T. XXIII.

Dihexaëders d , welches die Combinationskanten jener abstumpft.

	Berechnel.	Bestimmt.
$d \left\{ \begin{array}{l} \text{Endk.w.} \\ \text{Seitkw.} \\ \text{Endk.: Axe } o \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} = 131^\circ 2' \\ = 112 \quad 0' \\ = 37 \quad 56 \end{array}$	$\begin{array}{l} 131^\circ 0' \\ 112 \quad 10 \\ \end{array}$
$d : p$	$= 146 \quad 0$	
$d : c$	$=$	$*124 \quad 0'$

Hieraus folgt

$$a : c = 0,7794 : 1.$$

Die Krystalle sind farblos durchsichtig, oft ziemlich groß, leicht löslich in Wasser, und verlieren ihr Wasser bei 100° . Das entwässerte Salz schmilzt vor dem Glühen und bildet eine weiße, strahlige Masse. Aus kohlensaurem Kali treibt es keine Kohlensäure beim Glühen aus.

	Berechnet.	Gefunden.
Molybdänsäure	43,21	
Kali	29,02	
Wasser	27,77	27,22
	<hr/> 100.	

II. Siebendrittelstück. $K^s Mo^s + 4aq$

Dieses Salz ist das $K^s Mo^s$ von *Svanberg* und *Struvé*. Es wird am besten durch Abdampfen von Molybdänsäure mit etwas überschüssigen kohlensaurem Kali und Behandlung des trocknen Rückstandes mit der zur Auflösung gerade erforderlichen Menge heißen Wassers erhalten. Nach dem Erkalten oder nach einigen Tagen setzt es sich in isolirten oder büschelförmig gruppirten Prismen ab.

Es sind zwei, und eingliedrige Krystalle, wegen der Streifung ihrer Flächen nur annähernd messbar. Sie sind mit denen des entsprechenden Ammoniahsalzes (des Salzes $Am^s Mo^s + 3aq$ Svbg. Str.) isomorph, und die entsprechenden Winkel sind

$\sigma : b'$	$= 104^\circ 45'$
$n : b$	$= 112 \quad 30$
$p : b$	$= 121 \quad 50$
$n : o$	$= 115 \quad 26$
$p : o$	$= 119 \quad 10$

Das Salz verliert alles Wasser vor dem Schmelzen und kann im geschmolzenen Zustande stundenlang erhalten werden, ohne sein Gewicht zu ändern.

Berechnet		Gefunden	
		Mittel von	
		3 Anal.	Svanbg.
7 Mo	490 = 73,46	73,03	72,96
3 K	141 = 21,14	21,23	21,19
4 aq.	36 = 5,40	5,62	5,85
	667 100	99,88	100

Svanberg's Analyse stimmt mit dieser Formel besser als mit der von ihm angenommenen.

Es wird durch Wasser in einfach und dreifach saures Salz zersetzt, von denen letzteres sich abscheidet, ist also vielleicht,



III. Dreifach. $\text{K Mo}^3 + 3 \text{aq.}$

Es erscheint als eine voluminöse Fällung, sehr wenig in heißem Wasser löslich, und ist von den genannten Chemikern bereits beschrieben worden.

Molybdänsaures Natrium.

I. Einfach. $\text{Na Mo} + 2 \text{aq.}$

Feinschuppig, selten äußerst dünne rectanguläre oder rhombische Tafeln, jedoch nie Rhomboeder, wie Sv. und Str. angeben.

Die Analyse gab 15,24 Proc. Wasser (berechnet 15,1 Proc.). Das wasserfreie Salz hat Zenker analysirt.

Ein von Gentile angegebenes Hydrat mit 18 At. Wasser liefs sich nicht darstellen.

II. Siebendrittelfach. $\text{Na}_3 \text{Mo}^7 + 22 \text{aq.}$

Es ist Zenkers $\text{Na}^4 \text{Mo}^9 + 28 \text{aq.}$ Man erhält es durch Zusatz von wenig Salpetersäure zu einer Auflösung des vorigen, wobei es in klaren Krystallen sich absetzt, während die späteren bei freiwilligem Verdunsten fast opak

sind. Die zwei- und eingliedrigen Krystalle sind von Zenker gemessen worden¹⁾. Sie lassen sich ohne Zersetzung umkrystallisiren, halten bei 100° 1 At. Wasser zurück, verlieren dasselbe bei 200° und geben einen schmelzbaren in Wasser allmählich sich lösenden Rückstand.

Zenkers Analysen haben gegen 1 At. Basis 2,31 bis 2,38 At. Säure gegeben, im Mittel 1:2,33 oder 3:7. Delafontaine fand 25,07 — 25,14 Proc. Wasser. Es ist also klar, daß die jetzige Formel an die Stelle der früheren treten muß.

	Berechnet	Gefunden
		D. Z.
7 Mo = 490 =	62,74	62,58
3 N = 93 =	11,91	12,89
22 aq = 198 =	25,35	25,00
	<u>701</u> — <u>100</u>	<u>99,97</u>

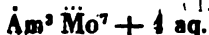
Molybdänsaures Ammoniak.

I. Einfach. Am Mo.

Ein wenig beständiges Salz, dessen Form, früher schon von Marignac beschrieben, zwei- und eingliedrig ist²⁾.

II. Siebendrittelfach.

a) Mit 4 At. Wasser.



Dies ist das längst bekannte und gewöhnlich sich bildende Salz, selbst bei Gegenwart von überschüssigem Ammoniak. Die Krystalle sind oft ziemlich groß, gestreift, mehr oder weniger opak, bisweilen schwach bläulich gefärbt. Seine Form ist bekanntlich zwei- und eingliedrig³⁾, und von Haidinger, später von Marignac und von vom Rath⁴⁾ bestimmt worden. Ich lege im Nachfolgenden die sorgfältigen Messungen des Letzteren der Berechnung zum Grunde.

1) S. mein Handb. d. kryst. Chem. S. 191.

2) S. meine neuesten Forschungen in d. kryst. Chemie S. 96.

3) A. a. O. S. 98.

4) Diese Ann. Bd. 110, S. 101.

Die beobachteten Flächen sind:

v. Rath.

$$o = o = a : b : c$$

$$n = n = a' : b : 2c$$

$$l = p = a : b : \infty c$$

$$s = p^3 = a : 3b : \infty c$$

$$a = a = a : \infty b : \infty c$$

$$b = b = b : \infty a : \infty c$$

Berechnet.

Beobachtet.

		Rath	Marignac	Haidinger
$p : p \text{ an } a =$		*115° 37'		109° 10'
$b =$	64° 23'	64 28		
$p : a =$	147 48	147 55		
$b =$	122 12	122 6	122 — 123°	
$p^3 : p^3 \text{ an } a =$	156 17	156 2		
$b =$	23 43			
$p^3 : a =$	168 8			
$b =$	101 51	102 4	99° 0'	
$p =$	159 39	159 39		159 50
$o : o =$		*150 26	150 24	
$o : b =$	104 47	104 48	104 48	
$p =$		*119 38		
$n : n =$	133 4	133 3		133 18
$n : b =$	113 28	113 32	113 45	
$p =$	137 20	137 0	137 10	
$o =$	115 23	115 37	115 59	

Marignac führt noch einige andere Flächen an:

Das Axenverhältniss ist

$$a : b : c = 0,6297 : 1 : 0,2936$$

$$o = 88° 48'$$

Die Flächen p und p^3 sind vertical gestreift, ein p^3 ist oft herrschend und macht die Krystalle tafelförmig; b , die Spaltungsfläche, hat Perlmutter- oder Seidenglanz. In der Endigung herrscht o ; während n oft nur schmale Abstumpfungen der Kanten o/p^3 bildet oder fehlt; beide Angitpaare sind glatt und glänzend.

Die Messungen in der Horizontalzone, lassen, starke Polyedrie erkennen.

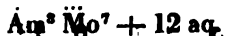
Das Salz wurde früher für zweifach molybdänsaures Ammoniak gehalten. Svanberg und Struve leiteten aus ihren Analysen die Formel $\text{Am}^3 \text{Mo}^3 + 3 \text{aq}$ ab. Die bisherigen Bestimmungen sind:

	Mo	Am	aq
Svbg. Str.	81,55		6,53
Berlin	81,58		
Delffs	80,81		
Marignac	81,31	} N 7,36 H 2,62	
H. Rose	82,57 82,93		
Rg.	82,36 ¹⁾		
Delafont.	81,35		
(Mittel v. 8 Best.)			5,94

Die Formel $\text{Am}^3 \text{Mo}^7 + 4 \text{aq}$, welche durch die Isomorphie des Kalisalzes verbürgt erscheint, fordert:

$$\begin{array}{rcl}
 7 \text{ Mo} & = & 490 = 81,13 \\
 3 \text{ Am} & = & 78 = 12,91 \\
 4 \text{ aq} & = & 36 = 5,96 \\
 \hline
 & & 604 \quad 100
 \end{array}$$

b, mit 12 At. Wasser



Dieses Salz ist neu; Delafontaine und Marignac sowenig wie Svanberg und Struve erwähnen, seine. Ich erhielt es aus den Mutterlaugen des vorigen bei freiwilligem Verdunsten stets in kleinen aber immer durchsichtigen glänzenden Krystallen, welche dem zwei- und eingleidrigen System angehören.

Es bildet gewöhnlich rechtwinklich viereckige Prismen aus dem Hexaëdriken *a* und *b*, deren Kanten durch das rhombische Prisma *p* schief abgestumpft werden. In der Endigung finden sich zwei auf *a* aufgesetzte schiefe Endflächen;

1) Ohne Rücksicht auf den Trockenzustand des Salzes bestimmt.

aus der Diagonalzone der einen, c , ein Flächenpaar q , während die Kanten zwischen der anderen, $\frac{r'}{2}$ und einem hinteren p durch die Flächen o' abgestumpft werden, welche zugleich mit jenen und dem einen q in eine Zone fallen, während die stumpfe Kante ab durch eine Fläche o abgestumpft wird, die mit a , q , o' und andererseits mit $\frac{r'}{2}$, p eine Zone bildet.

Wir dürfen also o und o' als das Hauptoctaëder, p als das erste, q als das zweite zugehörige Paar desselben ansehen.

$$\begin{aligned} o &= a : b : c & p &= a : b : \infty c & a &= a : \infty b : \infty c \\ o' &= a' : b' : c' & q &= b : c : \infty a & b &= b : \infty a : \infty c \\ \frac{r'}{2} &= 2a' : c : \infty b & c &= c : \infty a : \infty b. \end{aligned}$$

	Berechnet	Beobachtet
$o : o'$	$= 141^\circ 6''$	
$o' : o'$	$= 130^\circ 22'$	
(seitl. Endk.) $o' : o'$	$= 78^\circ 24'$	$77^\circ 40''$
(Senk.) $o' : o'$	$= 114^\circ 11'$	
$p : p$ an a	$= 129^\circ 0'$	
b	$= 51^\circ 0'$	$50^\circ 15'$
$p : a$	$= 154^\circ 30'$	$155^\circ 8'$
b	$= 115^\circ 30'$	$115^\circ 29'$
c	$= 97^\circ 3'$	
$q : q$ an c	$= 108^\circ 52'$	$109^\circ 40'$
b	$= 71^\circ 8'$	$71^\circ 12'$
$q : c$	$= 144^\circ 26'$	$145^\circ 0'$
b	$=$	$* 125^\circ 34'$
a	$= 103^\circ 25'$	$103^\circ 16'$
$a : c$	$= 106^\circ 35'$	$196^\circ 50'$
$a : \frac{r'}{2}$	$=$	$* 115^\circ 50'$
$c : \frac{r'}{2}$	$=$	$* 137^\circ 35'$
$o : b$	$= 146^\circ 16'$	$145^\circ 37'$
$o : b$	$= 109^\circ 27'$	

	Berechnet	Beobachtet
$o : c$	$= 131^{\circ} 39'$	
p	$= 145 \ 24$	
q	$= 137 \ 15$	$137^{\circ} 12'$
$o' : a$	$= 135 \ 26$	$135 \ 28$
b	$= 114 \ 49$	
c	$= 114 \ 10$	
p	$= 148 \ 47$	
q	$= 121 \ 9$	$120^{\circ} 0$
Also:	$a : b : c = 0,49775 : 1 : 0,7461$	
	$o = 73^{\circ} 25'$	

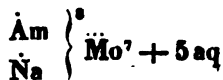
Der Habitus ist ein zweifacher. Entweder prismatisch nach der Horizontalzone, oben und unten ausgebildet, meist aber nur ein p , ein o und ein o' sichtbar; oder nach der Axe b verlängert, d. h. prismatisch nach den Flächen der Verticalzone $a, c, \frac{c'}{2}$, wobei die Parallele von c öfter fehlt, und an dem aufgewachsenen Ende nur b und ein q zu sehen sind. Die Flächen geben zum Theil unsichere Bilder, daher die Messungen nicht immer richtig sind.

Das Salz ist minder schwerlöslich als das vorige; seine Lösung giebt aber beim Anschiefen durch Abkühlung fast nur Krystalle von letzterem. 0,982 hinterliessen 0,7 Molybdänsäure. — 1,77, mit Natronlauge destillirt, gaben 1,865 Ammoniumplatinchlorid = 0,2169 Ammoniumoxyd.

Hiernach enthalten 100 Th.

		Berechnet
Molybdänsäure	71,28	7 Mo = 490 = 72,48
Ammoniumoxyd	12,25	3 Am = 78 = 11,54
Wasser		12 aq = 108 = 15,98
		<hr/> 676. 100.

Molybdänsaures Natron - Ammoniak.

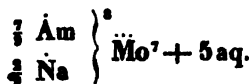


Delafontaine erhielt aus einer Auflösung von Molybdänsäure in kohlensaurem Natron, die zugleich molyb-

Wolfsäures Ammoniak enthält, durch Zusatz von Salpetersäure sehr kleine gestreifte Prismen von 53° , mit einer geraden oder fast geraden Endfläche, welche aus heissem Wasser sich umkrystallisiren liessen. Sie verloren beim Erhitzen 16,8 — 16,95 Proc. Wasser und Ammoniak; mit kohlensaurem Natron geschmolzen, trieben sie soviel Kohlensäure aus, dass daraus auf 79,62 bis 79,76 Säure und 3,43 bis 3,45 Natron zu schliessen war. (Salz A.)

Bei einer wiederholten Bereitung wurde ein ähnliches Salz erhalten, an dem die betreffenden Winkel jedoch $= 57^\circ$ und 92° waren. Sie gaben 18,08 — 18,87 Wasser und Ammoniak, 76,91 — 77,65 Säure, 4,14 — 4,26 Natron. (Salz B.)

Die Berechnung der Säure und des Natron gründet sich aber bloss auf die Annahme, diese Salze seyen $R^2 Mo^7$. Ist dies richtig, so ist das Salz A =



Berechnet

$$7 Mo = 490 \quad = \quad 79,50$$

$$\frac{7}{2} \text{Am} = 60,67 \quad = \quad 9,81$$

$$\frac{3}{2} \text{Na} = 20,67 \quad = \quad 3,37$$

$$5 aq = 45 \quad = \quad 7,29$$

$$\hline 616,34. \quad 100.$$

Die Analysen des Salzes B gestatten keinen sicheren Schluss.

Es ist Hrn. Delafontaine nicht gelungen, kieselmolybdänsaure Salze zu erhalten, dagegen hat er sich mit den Fluoxymolybdaten eingehend beschäftigt, und theilt vorläufig mit, dass das Kalisalz $K^2 Mo \left\{ \begin{array}{l} O^2 \\ Fl^2 \end{array} \right. + aq$ mit dem entsprechenden Wolframat isomorph, und dass das Zinksalz $Zn Mo \left\{ \begin{array}{l} O^2 \\ Fl^2 \end{array} \right. + 6aq$ dem Fluostannat, Titanat und Zirko-

niat des Zinks und Nickels isomorph, sey ein neuer Beweis der Isomorphie von Sauerstoff- und Fluorverbindungen.

VII. Ueber natürliches und künstliches Kupferwismuth; von R. Schneider.

Im vorjährigen Maihefte dieser Annalen (Bd. 125, S. 144) findet sich eine Mittheilung des Dr. Hilger über das Kupferwismuth von Wittichen (Wittichenit), die mir Veranlassung giebt, auf meine früheren Angaben über denselben Gegenstand zurückzukommen und dieselben in einigen Richtungen zu erweitern.

1. Kupferwismuth von der Hahlgube Neuglück zu Wittichen.

Dies ist das Erz, das ich ¹⁾ im Jahre 1854 untersucht und für dessen Zusammensetzung, ich, weil ich neben Kupferwismuth metallisches Wismuth darin fand, die Formel $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{BiS}_2 + x\text{Bi}$ aufgestellt habe. Das damals von mir zur Untersuchung benutzte Material war ein kleineres Fragment von einem Erzstück, das sich im hiesigen Königl. Mineralien-Cabinet befindet und das in dieses mit der weiland Klaproth'schen Sammlung übergegangen ist. Es ist noch jetzt mit der eigenhändigen Bezeichnung von Klaproth versehen und es ist ohne Zweifel dasselbe Stück, dem Klaproth ²⁾ das Material zu seiner Analyse des Kupferwismuthes entnommen hat.

Dass ein Erz, welches, wie das hier in Frage stehende, bestimmt ein Gemenge aus mindestens zwei Substanzen ist, keine gleichmäßige Zusammensetzung besitzen kann, liegt auf der Hand; es wird deshalb nicht befremden dürfen, dass

1) Diese Ann. Bd. 93, S. 305.

2) Beiträge, Bd. IV, S. 91.

diejenigen, die Wasser mir dieses Erz untersucht, von den meinigen zum Theil abweichende Resultate erhielten. Dies gilt namentlich von Schenk¹⁾ und Tobler²⁾, die wie ich bestimmt glaube, gleichfalls Erz von der Grube Neuglück untersucht haben; die darin aber einen erheblich größeren Schwefel- und Bismuthgehalt fanden, als sich bei meinen Analysen ergeben hatte, die außerdem kein Kobalt darin nachweisen konnten, während bei meinen vollständigen Analysen eine zwar kleine, aber doch bestimmbare Menge dieses Metalles gefunden wurde.

Das weiter unten zu besprechende Kupferwismutherz von der Grube Daniel im Gallenbach — wenigstens die mir vorliegende Probe dieses Erzes — zeigt sich sowohl hinsichtlich seiner äußeren Eigenschaften, als auch hinsichtlich seiner Zusammensetzung (s. w. unten) vom dem Erz aus der Grube Neuglück so wesentlich verschieden, daß beide, wenn sie auch dieselbe Verbindung als Hauptbestandtheil enthalten, doch nicht ohne Weiteres miteinander identificirt werden dürfen. Die Angaben von Hilgert³⁾, die sich lediglich auf dieses Erz von der Grube Daniel beziehen, sind demnach nichts weniger als eine Widerlegung dessen, was ich früher über das Erz von der Grube Neuglück ausgesprochen habe.

Da es trotzdem scheinen will, als wenn die Richtigkeit meiner Angaben von gewissen Seiten angezweifelt würde und da sogar bereits ein wissenschaftliches Journal⁴⁾ über die Arbeit Hilgert's in dem Sinne berichtet hat, als seien durch dieselbe meine früheren Angaben über den Gehalt des Kupferwismutherzes an gediegenem Wismuth striete widerlegt, so habe ich mich bewogen gefunden, die Untersuchung des früher von mir analysirten Minerals von Neuem aufzunehmen. Das dabei benutzte Material dank ich wiederum der Güte des Hrn. G. Rose, dem mit zuerkennender Freundlichkeit den größeren Theil derselben er-

1) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 91, S. 232.

2) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 96, S. 207.

3) Chem. Centralblatt, 1865, S. 822.

wählten, aus Klaproth's Sammlung herrührenden Erzstafe zu meiner Verfügung stellte.

In Bezug auf die äußeren Eigenschaften des Erzes habe ich meinen früheren Angaben Nichts hinzuzufügen. Nur darauf möchte ich noch einmal besonders aufmerksam machen, daß man auf frischen Bruchflächen desselben schon mit bloßem Auge, weit deutlicher unter der Loupe, kleine eingesprengte, unregelmäßig gestaltete Partikelchen bemerkt, die sich durch hellere Farbe und durch lebhaften Metallglanz von der dunkelstahlgrauen, mattglänzenden Hauptmasse des Erzes wesentlich unterscheiden. Ich habe triftigen Grund, diese Partikelchen für gediegenes Wismuth anzusprechen. Daß sie in der That nichts Anderes sind, dafür liefert das (früher nicht von mir berücksichtigte) Verhalten des Erzes vor dem Löthrohre einen vortrefflichen und unumstößlichen Beweis.

Erhitet man nämlich ein Stückchen des Erzes vor dem Löthrohre mit der Vorsicht, daß nur eine Ecke oder Kante desselben von einer mächtig heißen Flamme getroffen wird, so dringen alsbald an der Oberfläche des ganzen Stücks zahlreiche, kleine, lebhaft glänzende Metallkugeln (bisweilen bis zur Größe eines kleinen Stecknadelknopfs) hervor, die nach dem Erstarren mit großer Leichtigkeit von der Oberfläche des Erzes losgelöst werden können. Diese Kugeln sind, wie sogleich näher gezeigt werden soll, reines metallisches Wismuth. Das Hervordringen derselben findet statt, sobald die Temperatur des erhitzten Erzstücks den Schmelzpunkt des Wismuths übersteigt und sie ist offenbar die Folge der Ausdehnung, die das ganze Erzstück beim Erhitzen erfährt, wobei das so leicht schmelzbare gediegene Wismuth zum Theil von seiner Stelle gedrängt wird. Diese Erscheinungen sind ganz ähnlich denen, die ich beim Erstarren des schwefelhaltigen Wismuths beobachtet und über die ich schon vor längerer Zeit ¹⁾ ausführlich berichtet habe.

Der Umstand, daß diese Metallkugeln schon bei mäßigem Erhitzen der Erzstücke hervordringen, beweist

1) Diese Annalen, Bd. 96, S. 494.

deutlich, daß das Wismuth als solches in das Erz eingelagert ist und er schließt den Einwand völlig aus, daß das Metall erst durch Zersetzung einer Wismuthverbindung in der Hitze ausgeschieden seyn könnte.

Obgleich die erwähnten Metallkugeln vollkommen den Habitus des metallischen Wismuths besitzen, so habe ich doch geglaubt, durch einen besonderen Versuch ihre wahre Natur feststellen zu müssen. Ich habe mir die Mühe genommen alle die Erzstückchen, die — weil zu sehr mit Gangart durchwachsen — für den Zweck der Analyse nicht wohl benutzt werden konnten, der Saigerungsarbeit im Kleinen zu unterwerfen und die hervordringenden Metallkugeln zu sammeln. Die Ausbeute hierbei ist eine sehr geringe, da hauptsächlich nur der in die äußeren Erzschieben eingelagerte Theil des gediegenen Wismuths ausgesaigert wird; ich bin daher schon sehr zufrieden gewesen, zu dem folgenden Versuche etwas mehr als 1 Decigramm Substanz verwenden zu können.

0,121 Grm. der Metallkugeln wurden in reiner Salpetersäure gelöst, wobei außer einer Spur Schwefel kein Rückstand blieb. Aus der völlig farblosen Lösung wurde durch Ammoniak und kohlensaures Ammoniak das Wismuth gefällt. Das erhaltene Wismuthoxyd wog nach dem Glühen 0,1345 Grm.; dem entsprechen 99,67 Proc. metall. Wismuth.

Es findet sich also, was ich früher allein aus dem Verhalten des Erzes auf nassem Wege — (gegen siedende Salzsäure bei abgehaltener Luft) — geschlossen hatte, bei der Prüfung desselben auf trockenem Wege vollkommen bestätigt und es darf demnach, daß das Kupferwismuthers von der Grube Neuglück eine erhebliche Menge metallischen Wismuths mechanisch beigemischt enthält, als völlig unbestreitbar und ausgemacht angesehen werden.

Diese Thatsache hat gewiß nichts Ueberraschendes, da das Wismuth weit häufiger im gediegenen als im vererzten Zustande vorkommt, und da auch der District von Wittichen zu den Fundstätten des gediegenen Wismuths ge-

hört ¹⁾. Uebrigens hat auch Tobler ²⁾ angegeben, daß das von ihm und von Schenk untersuchte Erz »vielfach mit gediegenem Wismuth durchwachsen« vorkomme. Zwar ist hinzugefügt, daß auf die Sonderung des zur Analyse bestimmten Materials (d. h. auf die Aushaltung des beigemengten gediegenen Wismuths) große Sorgfalt verwendet worden sey; ich muß indess nach meinen Beobachtungen einer vollständigen Sonderung des durch die ganze Masse des Erzes fein vertheilten Wismuths für ganz unmöglich halten. Daß es Tobler nicht gelang, auf nassem Wege gediegen Wismuth in dem Erz aufzufinden; hat wahrscheinlich den Grund, auf den ich schon bei einer früheren Gelegenheit ³⁾ hinzuweisen mich veranlaßt fand; durch Fällungsversuche, nach Art der oben erwähnten angestellt, möchte sich in dem von Tobler und Schenk untersuchten Erz leicht gediegenes Wismuth nachweisen lassen. Ich darf dies mit um so größerer Wahrscheinlichkeit voraussetzen, als ich mich neuerlich bei einer genauen Durchsicht aller im hiesigen Mineralien-Cabinet unter der Bezeichnung »Kupferwismuthherz« vorhandenen Mineralien davon überzeugt habe, daß sie sämmtlich (mehr oder weniger) gediegenes Wismuth enthalten. Es scheint das Vorkommen des gediegenen Wismuths im Kupferwismuthherz die Regel, das Fehlen desselben die Ausnahme von der Regel zu seyn.

Wie die Resultate meiner früheren Analysen untereinander, so zeigen auch die jetzt erhaltenen Data, verglichen mit den früheren, wenig Uebereinstimmung. Beweis genügt dafür, daß die Zusammensetzung des Kupferwismuthherzes von der Grube Neuglück erheblichen Schwankungen unterworfen ist. Ohne Zweifel sind diese Schwankungen haupt-

1) Ich selbst besitze in meiner Sammlung ein aus H. Rosen's Nachlaß herrührendes Mineral »Gediegen Wismuth im Speiskobalt von Wittichen«, in dem sich das gediegene Wismuth in zahllosen Stückchen bis zur Größe einer kleinen Erbse eingelagert findet.

2) l. c. S. 208.

3) Diese Annal. Bd. 97, S. 479.

stetlich durch die ungleichmäßige Vertheilung des metallischen Wismuths in der Masse des Erzes bedingt; wie ungleichmäßig diese aber ist, davon habe ich mich bei den oben erwähnten Sägerungsversuchen deutlich überzeugen können, insofern einzelne Erzstückchen eine verhältnißmäßig bedeutende, andere eine nur geringe Menge metallisches Wismuth hervordringen ließen. Hierbei zeigt sich im Allgemeinen, daß die an Gangart reichsten Stücke am meisten gediegenes Wismuth enthalten und daraus erklärt sich, daß bei meinen früheren Analysen, zu denen aus Mangel an reinem Erz mit Gangart reichlich durchwachsene Substanz verwendet werden mußte, mehr gediegenes Wismuth gefunden wurde, als bei den jetzt mit reinem Erz ausgeführten Bestimmungen.

Die bei der Analyse erhaltenen Resultate waren folgende:

- 1) 1,112 Grm. mit Salzsäure und chlorsaurem Kali bei gewöhnlicher Temperatur bis zur vollständigen Oxydation des Schwefels behandelt, gaben 1,385 Grm. schwefelsauren Baryt.
- 2) 0,987 Grm., durch Salpetersäure zersetzt, gaben 0,520 Grm. Wismuthoxyd, 0,420 Grm. Kupferoxyd, 0,003 Grm. Eisenoxyd und 0,0035 Grm. Kobalt.
- 3) 1,223 Grm. gleichfalls durch Salpetersäure zersetzt, gaben 0,650 Grm. Wismuthoxyd und 0,522 Grm. Kupferoxyd. Eisen und Kobalt wurden bei dieser Analyse nicht bestimmt.
- 4) 0,928 Grm., mit siedender Chlörwasserstoffsäure unter Kohlensäure so lange behandelt, bis der größte Theil des Erzes zersetzt war, ließen einen Rückstand, aus dem erhalten wurden 0,055 Grm. Kupferoxyd = 4,74 Proc. Kupfer und 0,136 Grm. Wismuthoxyd = 14,83 Proc. Wismuth. Dem Kupfergehalte dieses Rückstandes entsprechen aber für die Formel $3\text{Cu}_2\text{S}$, Bi_2S_3 5,19 Proc. Wismuth; diese von den gefundenen 14,83 Proc. abgezogen, giebt einen Rest von

0,14 Proc. Wismuth, das als solches im Erz enthalten war.

Im Rückstande von der Behandlung mit Salzsäure befindet sich außerdem der ganze Kobaltgehalt des Erzes. Dieser Umstand, der mir bei meinen früheren Analysen entgangen war, beweist, daß das Kobalt in einer durch siedende Salzsäure unangreifbaren Form, wahrscheinlich als Speiskobalt im Erz enthalten ist. Ich halte diese Annahme besonders deshalb für statthaft, weil ich mich jetzt durch Löhroberversuche überzeugt habe, daß in dem Erz auch eine kleine Menge von Arsenik enthalten ist. Wahrscheinlich gehört auch ein Theil des überhaupt sehr geringen Eisengehaltes dem Speiskobalt an.

Aus den obigen Analysen ergibt sich folgende procentische Zusammensetzung:

	I.	II.	III.	Mittel
Schwefel	17,10	—	—	17,10
Wismuth	—	47,23	47,65	47,44
Kupfer	—	34,04	34,14	34,09
Eisen	—	0,20	—	0,20
Kobalt	—	0,36	—	0,36
				<u>99,19.</u>

Bringt man nun, unter Verachtlichung des Kobalts und Eisens, das in Anal. 4 bestimmte gediegene Wismuth von dem Nickel in Abrechnung, so ergibt sich ein Rest, der ziemlich gut der Formel $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{Bi}_2\text{S}_3$ entspricht.

	Der Rest beträgt:	Auf 100 Th. berechnet:	Berechnet nach $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{Bi}_2\text{S}_3$
Schwefel	17,10	19,11	19,44
Wismuth	38,30	42,80	42,11
Kupfer	<u>34,09</u>	<u>38,09</u>	<u>38,45</u>
	89,49.	100,00.	100,00.

Die Uebereinstimmung zwischen Versuch und Theorie ist, wie man sieht, keine vollständige und sie kann es nicht seyn, da das gediegene Wismuth für sich von siedender Salzsäure etwas angegriffen, die Menge desselben also stets etwas zu niedrig gefunden wird; indess ist die Annäherung

der gefundenen an die berechneten Zahlen genügend, um die Formel $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{BiS}_2$ haltbar erscheinen zu lassen.

Ich habe hiernach keinen Grund, in meinen früheren Angaben über das Kupferwismutherz von der Grube Neuglück eine wesentliche Aenderung eintreten zu lassen und ich schreibe demnach, wie früher, die rationelle Formel für die Zusammensetzung dieses Erzes:



2. Kupferwismuthern von der Grube Daniel im Gallentbach an Wittichen.

Das Erz von dieser Fundstätte, das ich früher nicht analysirt hatte, ist das von Hilger (l. c.) untersuchte und auf dieses allein beziehen sich seine Angaben. Er fand darin 18,21 Proc. Schwefel, 36,91 Proc. Kupfer, 3,13 Proc. Eisen und 41,53 Proc. Wismuth; aus diesen Daten wurde unter der Voraussetzung, daß das Eisen als FeS einen Theil des Cu_2S vertritt, die Formel $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{BiS}_2$ abgeleitet. In wie weit die gefundenen Zahlen zu dieser Formel stimmen, ergibt sich aus folgender Zusammenstellung:

Hilger fand:	Berechnet nach $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{BiS}_2$
18,21 Proc. Schwefel	19,44
36,91 „ Kupfer	38,45
3,13 „ Eisen	—
41,53 „ Wismuth	42,11
<u>99,78.</u>	<u>100,00.</u>

Während sich hinsichtlich des Wismuths und auch (wenn man einen Theil desselben durch Eisen vertreten denkt) des Kupfers eine ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den gefundenen und den berechneten Zahlen zeigt, findet eine solche betreffs des Schwefels nicht statt: die Analyse hat 1,23 Proc. Schwefel weniger ergeben, als die Formel verlangt. Diese Differenz scheint mir etwas zu groß zu seyn, als daß zur Aufstellung der obigen Formel ohne Weiteres die Berechtigung zugestanden werden könnte.

„Ich habe jetzt, durch die Güte des Hrn. G. Rose mit dem erforderlichen Material versehen, gleichfalls die Analyse des Kupferwismutherzes von der Grube Daniel im Gaßenbach ausgeführt; bin dabei aber zu Resultaten gelangt, die von denen Hilgers wesentlich abweichen.

Das von mir untersuchte Erz war in ziemlich geringer Menge in einen schwach röthlich gefärbten Schwerspath eingewachsen. Dasselbe macht äußerlich — ganz abgesehen von etwas eingesprengtem Kupferkies — nicht den Eindruck einer homogenen Substanz: an einzelnen Stellen derb, feinkörnig und schwach glänzend, zeigt es an anderen Stellen deutlich krystallinisches Gefüge und starken Metallglanz; bisweilen werden beim Zerschlagen des Schwerspaths kleine prismatische Krystallfragmente bloßgelegt, die durch Längstreifung, hellgraue Farbe und sehr lebhaften Glanz an den Habitus des Wismuthglanzes erinnern¹⁾.

Das Erz ist außerdem von einer geringen Menge gediegenen Wismuths begleitet, das an seiner eigenthümlichen Farbe und an seinem krystallinisch-blättrigen Gefüge unter der Loupe leicht erkannt werden kann. Hr. G. Rose hat sich nicht nur von dem Vorhandenseyn des Wismuths überzeugt, er hat sogar die Krystallform desselben deutlich erkannt, theils an dem eingesprengten Metall selbst, theils an den Abdrücken, die es, wo es losgelöst wurde, im Schwerspath hinterlassen hat. In einer hierauf bezüglichen von Hrn. G. Rose mir mitgetheilten Notiz heisst es wörtlich: »es sind Combinationen des hexaëderähnlichen Rhomboëders mit der geraden Endfläche, die durch Vorberflächen

- 1) Leider ist es sehr schwierig, ja fast ganz unmöglich, solche Krystallfragmente, völlig frei von derbem Erz, aus dem Schwerspath herauszulösen. Deshalb hat sich auch ihre Zusammensetzung nicht mit völliger Sicherheit feststellen lassen. Ich kann darüber nur soviel sagen, daß in der salpetersauren Lösung einiger solcher, mit möglichster Sorgfalt ausgelesener Krystallfragmente durch Ammoniak eine sehr deutliche Reaction auf Wismuth, dagegen eine kaum bemerkbare auf Kupfer hervorgebracht wurde. Ich kann es hiernach zwar nicht als bewiesen betrachten, aber ich darf es für wahrscheinlich halten, daß das Erz Wismuthglanz mechanisch beigemengt enthält.

den letzteren Fläche tafelförmig erscheinen. Der Abdruck dieser letzteren Fläche brüht in dem Schwerspahn die dreiseitigen Eindrücke hervor.

Beim Erhitzen auf Kohle vor dem Löthrohre schmilzt das Erz ziemlich leicht (leichter als das von der Grube Neuglück) unter Verbreitung eines schwachen Arsengeruchs. Läßt man auf ein Stückchen desselben eine schwache seitlich auftreffende Löthrohrflamme wirken, so treten hier und da an der Oberfläche vereinzelte kleine, lebhaft glänzende Kugeln hervor, die durchaus den Charakter des metallischen Wismuths besitzen. Dieß Verhalten ist ganz analog dem des Erzes von der Grube Neuglück, nur daß dieses letztere, weil es viel reicher an gediegenem Wismuth ist, bei der Saigerung eine weit größere Menge Metall ausgießt.

Wird das feingepulverte Erz bei freiem Luftzutritt mit siedender Salzsäure behandelt, so löst es sich unter Schwefelwasserstoff-Entwicklung nach kurzer Zeit vollständig darin auf. Läßt man dagegen die Salzsäure bei Luftabschluß (unter Kohlensäure) einwirken, so widersteht ein kleinerer Theil des Erzes hartnäckig der Wirkung der Säure und es erfolgt erst nach lange fortgesetztem Kochen eine vollständige Lösung. Dieses letztere Verhalten widerspricht keineswegs der Thatsache, daß in dem Erz gediegenes Wismuth enthalten ist, denn dieß Metall wird selbst bei Luftabschluß von siedender Salzsäure etwas angegriffen, am stärksten natürlich dann, wenn es als feines Pulver der Wirkung der Säure ausgesetzt wird. Da nun das fragliche Kupferwismutherz überhaupt nur wenig gediegenes Wismuth enthält (s. w. unten), so kann es nicht befremden, daß sich dasselbe bei lange fortgesetztem Sieden mit Salzsäure auch bei Luftabschluß endlich ganz auflöst. Offenbar wird die Auflösung des Wismuths noch schneller als durch die Salzsäure allein dann erfolgen, wenn die während der Zersetzung des Erzes durch den Apparat geleitete Kohlensäure von atmosphärischer Luft nicht völlig befreit wor-

den und somit zur vorübergehenden Bildung von Kupferchlorid Gelegenheit geboten ist¹⁾.

Unterbricht man die Einwirkung der Säure, sobald der größere Theil des Erzes zersetzt ist, so findet man im Rückstande erheblich mehr Wismuth und viel weniger Kupfer als der mittleren Zusammensetzung des Erzes entspricht, und das beweist eben, daß in diesem Rückstande, folglich auch in dem Erz selbst ein Theil des Wismuths als solches enthalten ist.

Hilger (l. c.) glaubt, da er bei der Behandlung des Kupferwismutherzes mit siedender Salzsäure (unter Kohlensäure) eine vollständige Lösung erhielt, damit den Beweis geführt zu haben, daß gediegenes Wismuth in dem Erz gar nicht enthalten ist. Dieser Beweis kann nach dem eben Angeführten auf die Bezeichnung eines scharfen nicht Anspruch machen. Sorgfältig angestellte Säigerungsversuche vor dem Löthrohre, durch die sich das Wismuth auch da noch deutlich nachweisen läßt, wo die Behandlung mit Salzsäure zweifelhafte Resultate giebt, müssen darüber entscheiden, ob das von Hilger untersuchte Erz wirklich frei von gediegenem Wismuth ist.

Bei der Analyse des vom eingesprengten Kupferkies sorgfältig befreiten Erzes wurden folgende Resultate erhalten.

- 1) 0,999 Grm. gaben 1,306 Grm. schwefelsauren Baryt und 0,008 Grm. Schwefel in Substanz; ferner 0,560 Grm. Wismuthoxyd, 0,376 Grm. Kupferoxyd und 0,012 Grm. Eisenoxyd.
- 2) 1,162 Grm. (einer anderen Erzprobe) gaben 0,965 Grm. schwefelsauren Baryt und 0,064 Grm. Schwefel; ferner 0,661 Wismuthoxyd, 0,400 Grm. Kupferoxyd und 0,016 Grm. Eisenoxyd.
- 3) 0,840 Grm. (Gemenge aus dem zu Analyse 1 und 2 benutzten Erz) hinterließen, zum größten Theil mit siedender Salzsäure unter Kohlensäure zersetzt, einen

1) Ueber die Wirkung des Kupferchlorids auf Wismuth s. w. unten; auch meine Abhandlung: Diese Annalen Bd. 97 S. 479.

Rückstand, aus dem abgeschieden wurden 0,042 Gm. Wismuthoxyd = 4,52 Proc. Wismuth, und 0,015 Gm. Kupferoxyd = 1,43 Proc. Kupfer. Da diesen 1,43 Proc. Kupfer für die Formel des Kupferwismuthozes 1,56 Proc. Wismuth entsprechen, so darf der Rest (4,52 — 1,56), also 2,96 Proc. als unter der Form des gediegenen Wismuths vorhanden betrachtet werden.

Aus den Analysen 1 und 2 berechnet sich folgende procentische Zusammensetzung:

	I.	I.	Nickel
Schwefel	18,75	18,63	18,69
Wismuth	50,27	52,53	51,40
Kupfer	30,11	27,54	28,82
Eisen	0,85	0,96	0,91
	<u>99,98.</u>	<u>99,66.</u>	<u>99,82.</u>

Ogleich die für Wismuth und Kupfer gefundenen Werthe nicht unerheblich von einander abweichen, so habe ich doch mit Rücksicht darauf, daß die Summe beider Metalle in beiden Analysen nahezu gleich hoch gefunden wurde und auch die Schwefelmengen gut übereinstimmen, geglaubt, die Ergebnisse beider Analysen zur Bildung eines Mittels heranziehen zu dürfen.

Wie man sofort übersieht, befinden sich diese Zahlen mit den der Formel $3\text{Cu}, \text{S}, \text{BiS}_4$ entsprechenden durchaus nicht in Uebereinstimmung, auch dann nicht, wenn man das in Analyse 3 bestimmte gediegene Wismuth von der Gesamtmenge des gefundenen Wismuths in Abrechnung bringt.

Mit Rücksicht auf die äußere Beschaffenheit des Erzes und auf das oben (s. d. Note auf S. 314) Gesagte weifs ich jene Zahlen nicht besser zu interpretiren als durch die Annahme, daß das Erz — abgesehen von dem aufser allem Zweifel stehenden Gehalte desselben an gediegenem Wismuth — ein Gemenge ist von Kupferwismuthoz und Wismuthglanz. In der That: zieht man von den gefundenen Mittelzahlen die Menge Kupferwismuthoz ab, die dem

gefundenen Kupfer entspricht¹⁾), bringt man ferner die in Anal. 3. bestimmte Menge des gediegenen Wismuths in Abrechnung, so bleiben für Schwefel und Wismuth Reste, die ziemlich nahe der Formel des Wismuthglanzes entsprechen. Die folgende Uebersicht zeigt deutlich dies Verhältniß:

	Gefundenes Mittel:			
	Schwefel.	Wismuth.	Kupfer.	Eisen.
gefunden	18,69	51,40	28,82	0,91
Kupferwismuth erz aus dem				
Cu berechnet:	14,97	31,60	28,82	0,91
	3,72	19,80	—	—
Gedieg. Wismuth:	—	2,96		
	3,72	16,84		
Wismuthglanz aus dem				
S- Rest berechnet:	3,72	16,12		
	—	0,72		

Die Zahlen würden den gemachten Voraussetzungen noch besser entsprechen, wenn die directe Bestimmung des gediegenen Wismuths nicht unvermeidlich von einem Verluste getroffen würde. Der sich ergebende Rest von 0,72 Proc. Wismuth darf als ein (wenn auch nur annähernd genauer) Ausdruck für die GröÙe dieses Verlustes betrachtet werden.

Die im Vorstehenden versuchte Interpretation als richtig angenommen, würde das Erz betrachtet werden können als ein Gemenge aus

76,30	Proc. Kupferwismuth erz
19,84	» Wismuthglanz
3,68	» gedieg. Wismuth
99,82.	

Es muß unter diesen Umständen als bedeutungslos und zufällig erscheinen, daß die bei dem obigen Analysen erhaltenen Mittelwerthe für Wismuth, Kupfer und Schwefel

1) Dabei ist angenommen, daß das gefundene Eisen als Einfach-Schwefel mit dem Kupferwismuth erz angehört.

(besonders, wenn man das gefundene Eisen durch eine äquivalente Menge Kupfer substituirt denkt) ziemlich nahe in dem Aequivalentverhältniß $= 1:4:5$ zu einander stehen. Diesem Verhältniß würde durch jede der drei folgenden Formeln Rechnung getragen seyn:



Nach der ersten würde das Erz gar kein Kupferwismutherz seyn, sondern (in Bezug auf seinen Gehalt an Cu_2S) ein Mittelding zwischen diesem und dem von mir untersuchten Kupferwismuthglanz; nach der zweiten würde es als eine Verbindung gleicher Aequivalente Kupferwismutherz und Kupferwismuthglanz erscheinen; nach der dritten endlich als eine solche von zwei Aequivalenten Kupferwismutherz mit einem Aequiv. Wismuthglanz.

Keine dieser Formeln kann, da es sich in dem vorliegenden Falle um ein Gemenge handelt, auf Gültigkeit Anspruch machen, auch die letzte nicht, obschon dieselbe für Kupferwismutherz und Wismuthglanz Werthe voraussetzt, die sich mit den aus den obigen Analysen abgeleiteten in ziemlich naher Uebereinstimmung befinden. Es würden nämlich dieser Formel entsprechen:

79,49 Proc. Kupferwismutherz und

20,51 „ Wismuthglanz.

Eine Vergleichung der von mir und der von Hilger gefundenen Zahlen zeigt Differenzen, die viel zu groß sind, als daß sie aus bloßen Beobachtungsfehlern erklärt werden könnten; dieselben müssen in der Verschiedenartigkeit des untersuchten Materials ihren Grund haben und es wird demnach der Schluss gerechtfertigt erscheinen, daß die Zusammensetzung des Kupferwismutherzes von der Grube Daniel ebenso wie die des Erzes von der Grube Nenglick erheblichen Schwankungen unterworfen ist.

Wie die von Hilger gefundenen Zahlen zu interpretiren seyen, darüber will ich hier eine bestimmte Ansicht

1) Diese Annal. Bd. 90, S. 166.

nicht aussprechen; das aber muß ich wiederholen, daß sich dieselben meiner Ansicht nach mit der Formel des reinen Kupferwismutherzes ($3\text{Cu}_2\text{S}, \text{Bi}_2\text{S}_3$) nicht in genügender Uebereinstimmung befinden.

3. Künstliches Kupferwismuthers.

Es ist früher (l. c.) von mir angegeben worden, daß wenn man Kupferwismuthers von der Grube Neuglück mit heisser Salzsäure bei Luftabschluß behandelt, im unlöslichen Rückstande metallisches Wismuth enthalten ist, während, wenn bei der Einwirkung der Salzsäure auf das Erz der atmosphärischen Luft freier Zutritt gestattet wird, kein Wismuth ungelöst bleibt. Dieses eigenthümliche Verhalten erklärt sich, wie ich gezeigt habe, einfach daraus, daß eine heisse salzsaure Lösung von Kupferchlorid metallisches Wismuth in erheblicher Menge aufzulösen vermag, während eine entsprechende Lösung von Kupferoxydchlorid dies nicht thut. Ohne die richtige Würdigung dieses Verhaltens wäre mir wahrscheinlich der Gehalt des untersuchten Erzes an gediegenem Wismuth entgangen und es wäre mir die wahre Zusammensetzung desselben verschlossen geblieben.

Während meine Angaben über die Wirkung einer Kupferchloridlösung auf metallisches Wismuth durch Tobler ¹⁾ einfach bestätigt worden sind, heisset es an einer Stelle der mehrfach erwähnten Abhandlung von Hilger bezüglich jenes Verhaltens: „welches (nämlich Kupferchlorid) metallisches Wismuth auflösen soll“. Hr. Hilger scheint sich dieser sonderbaren Ausdrucksweise bedient zu haben, um einen leisen Zweifel anklängen zu lassen; ich begreife diesem, indem ich wiederhole ²⁾, daß die Reaction von Kupferchlorid auf Wismuth durch die Formelgleichung $3\text{CuCl} + \text{Bi} = 3\text{Cu} + \text{BiCl}_3$ ausgedrückt ist und indem ich hinzufüge, daß diese Reaction geradezu als Basis für die Darstellung des Kupferwismutherzes auf künstlichem Wege benutzt werden kann.

1) Annal. d. Chem. und Pharm. Bd. 96, S. 212.

2) Diese Ann. Bd. 93, S. 312

Kocht man nämlich eine Auflösung von Kupferoxyd in concentrirter Salzsäure bei Luftabschluß (unter Kohlensäure) mit einem Ueberschuß von feingepulvertem Wismuth, so verliert die Lösung allmählich ihre grüne Farbe und erscheint zuletzt, wenn keine Einwirkung auf das Wismuth mehr stattfindet, licht weingelb; nach der Verdünnung mit Wasser fast farblos. Sie enthält nun neben einer bedeutenden Menge von Wismuthchlorid nur Kupferchlorid, denn sie giebt auf Zusatz von überschüssigem Ammoniak einen starken Niederschlag von Wismuthoxydhydrat und eine anfangs fast farblose, an der Luft allmählich blau werdende Flüssigkeit; durch Kali dagegen wird ein voluminöser gelber Niederschlag (von der Farbe des Quecksilberoxydes) daraus gefällt, der aus Kupferoxydul- und Wismuthoxydhydrat besteht.

Wird durch eine solche Lösung, nachdem sie vom überschüssigen Wismuth klar abgeseiht und nach vorherigem Zusatz von Weinstensäure mit luftfreiem Wasser verdünnt worden ist, ein Strom von Schwefelwasserstoff geleitet, so entsteht ein dunkelbrauner Niederschlag, der sich gut filtriren und auswaschen läßt und der nach dem Trocknen eine dunkel schwarzbraune Farbe besitzt. Verläuft die Wirkung des Kupferchlorids auf Wismuth wirklich in dem oben angedeuteten Sinne, so muß dieser Niederschlag nach der Formel $3\text{Cu}, \text{S}, \text{Bi}_2\text{S}_3$ zusammengesetzt seyn, er muß also die Zusammensetzung des reinen Kupferwismutherzes haben.

Ein nach dem hier angegebenen Verfahren dargestellter, sorgfältig ausgewaschener und bei 100°C. getrockneter Niederschlag ergab bei der Analyse Folgendes:

1,190 Grm. gaben 0,418 Grm. schwefelsauren Baryt und 0,172 Grm. Schwefel in Substanz; ferner 0,555 Grm. Wismuthoxyd und 0,569 Grm. Halbschwefelkupfer.

Diese Zahlen führen zu der Formel $3\text{Cu}, \text{S}, \text{Bi}_2\text{S}_3$, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Gefunden	Berechnet nach: $8\text{ Cu}, 3, \text{Bi S}_2$
Schwefel	19,28 Proc.	99,44 Proc.
Kupfer	38,25 "	38,45 "
Wismuth	41,68 "	43,11 "
	99,21	100,00

Der völlig getrocknete Niederschlag schmilzt, wenn er bei Luftabschluss bis zur Rothgluth erhitzt wird, ohne einen bemerkenswerthen Verlust an Schwefel zu erfahren. Die erstarrte Masse zeigt auf frischen Bruchflächen tiefe stahlgraue Farbe, schwachen Metallglanz und ein feinkörniges Gefüge ohne deutliche Spuren von Krystallisation; kurz, sie hat ganz das Ansehen wie das natürliche Kupferwismutherz (von der Grube Neuglück) an den Stellen, an denen es wenig oder kein gediegenes Wismuth eingesprengt enthält.

Auch gegen Reagentien verhält sich die künstliche Verbindung der natürlichen ganz ähnlich: sie löst sich in kochender Salzsäure unter Schwefelwasserstoff-Entwicklung, ohne Rückstand zu hinterlassen auf und wird durch Salpetersäure unter theilweiser Ausscheidung des Schwefels leicht und vollständig zersetzt.

Das specifische Gewicht des künstlichen Kupferwismutherzes habe ich zu 5,9 (bei 15°C.) bestimmt. Das specifische Gewicht des natürlichen Erzes wird gewöhnlich zu 5 angegeben; nach Hilger hätte das Kupferwismutherz von der Grube Daniel sogar nur das specifische Gewicht 4,3. Sollte das zu diesen Bestimmungen benutzte Erz völlig frei von Gangart gewesen seyn? Mir ist es trotz aller Sorgfalt niemals gelungen, von Gangart völlig freie Erztückchen in solcher Menge aufzufinden, daß damit eine genaue Bestimmung des specifischen Gewichts hätte ausgeführt werden können.

Jedenfalls würde es sehr auffallend erscheinen müssen, wenn das specifische Gewicht des Kupferwismutherzes noch niedriger liegen sollte, als das des Kupferglanzes (5,7). Betrachtet man nach der bisher üblichen Anschauungsweise das Erz als eine binäre Verbindung von Halb-Schwefel-

Kupfer mit Dreifach-Schwefelwismuth: (dessen specifisches Gewicht = 6,4 — 6,5), und berücksichtigt man, daß die beiden näheren Bestandtheile zu etwa gleichen Gewichten (genau 48,2 Proc. Cu_2S und 51,8 Proc. Bi_2S_3) im Erz enthalten sind, so wird man das specifische Gewicht des letzteren mit einiger Wahrscheinlichkeit zwischen 5,7 und 6,5 suchen dürfen. Die von mir gefundene Zahl (5,9) liegt innerhalb dieser wahrscheinlichen Grenzen.

Daß dem gediegenen Wismuth führenden Erze ein noch höheres specifisches Gewicht zukommen müsse, als der reinen Verbindung, versteht sich von selbst.

Schluss.

Daß die verschiedenen bisher untersuchten Varietäten des Kupferwismutherzes von Wittichen als wesentlich Bestandtheil $3\text{Cu}_2\text{S}$, Bi_2S_3 enthalten, kann als ausgemacht angesehen werden. Ich habe dies nicht nur nicht bezweifelt, sondern ich habe sogar — wenigstens bezüglich des Erzes von der Grube Neuglück — diese Formel den abweichenden Auffassungen von Schenk und Tobler gegenüber vertheidigt¹⁾ und habe zuerst für die Zulässigkeit derselben experimentelle Beweise beigebracht.

So fest es aber steht, daß das Erz als Hauptbestandtheil die Verbindung $3\text{Cu}_2\text{S}$, Bi_2S_3 enthält, ebenso sicher ist es, daß es bisher nirgends im Zustande der Reinheit angetroffen wurde, sondern stets mehr oder weniger innig gemengt theils mit gediegenem Wismuth, theils mit Wismuthglanz, anderer in sehr geringer Menge vorhandener und unwesentlicher Beimengungen gar nicht zu gedenken.

Die Formel $3\text{Cu}_2\text{S}$, Bi_2S_3 hat also nur eine bedingte Gültigkeit. Es verhält sich damit ähnlich wie mit der Formel des Buntkupfererzes, die, wenn sie $3\text{Cu}_2\text{S}$, Fe_2S_2 geschrieben wird, wohl die Zusammensetzung des krystallisirten Erzes — (und auch diese nicht einmal genau) — ausdrückt, aber keineswegs die der beiden Arten dieses Minerals, deren Kupfergehalt bekanntlich zwischen 36 bis

1) Diese Annalen, Bd. 97, S. 476.

70 Proc. schwankt und die als Gemenge von Buntkupfer-
 erz mit Kupferglanz oder nach der Deutung von Ram-
 melsberg als isomorphe Mischungen nach der Formel
 $3\text{Cu}_2\text{S}, \text{Fe}_2\text{S}_3 + 2\text{Cu}_2\text{S}, \text{FeS}$ anzusprechen sind.

Berlin, im Januar 1866.

VIII. *Ueber eine neue Elektrisirmaschine; von W. Holtz in Berlin.*

(Fortsetzung des Aufsatzes im Bd. 126, S. 157.)

Indem ich die Maschine nach einander in verschiedenen
 Formen geprüft, glaube ich endlich zu einer Construction,
 welche ihrem Zweck vollkommen entsprechen dürfte, ge-
 langt zu seyn. Diese Construction ist im Wesentlichen
 für kleinere und grössere Maschinen dieselbe, der einzige
 Unterschied besteht in der Anzahl der Conductoren und
 der sie isolirenden Stützen. Die äußere Anordnung ist
 aus der Zeichnung (Fig. 1 Taf. IV.) ersichtlich; über das
 Material und die Zusammensetzung will ich noch Folgen-
 des bemerken.

Die verticalen Säulen, ebenso die horizontalen Stangen,
 zwischen denen die feste Scheibe ruht, sind aus Glasstä-
 ben gebildet. Aus Kammmasse bestehen die Hefte, das
 vordere Querstück mit den Stützen der Conductoren, die
 Fassung der rotirenden Scheibe, sämtliche Schnurräder
 und die Ueberzüge der Wellen. Von den letztern, welche
 aus Stahl bestehen, ruht die mittlere mit gehärteten Zap-
 fen in gehärteten Lagern. Die übrigen Lagertheile sind
 von Rothzinn, und sämtliche nothwendig leitenden Theile
 von Messing.

Von den Conductoren, deren Querstäbchen in drei-
 fachen Sinne verstellbar, ist der eine durch Kammmasse
 in zwei von einander abgeschlossene Theile geschieden, die
 indessen für gewöhnlich durch eine leitende Brücke zu ver-

binden und nur in einem Falle durch Abnahme derselben von einander zu isoliren sind. Auf den beiden mit Klemmschrauben versehenen und durch Nuthmassen isolirten Ständern, welche den Einschaltungsapparat bilden, befinden sich abgerundete Hülsen, welche, leicht verschiebbar, sich durch Federkraft in der gegebenen Stellung behaupten, um zwischen den Entladungsstangen eine mehr oder weniger unterbrochene Verbindung zu vermitteln. Das Verhältniß der Schnurräder ist so gewählt, daß in 2 bis 3 Umdrehungen der Kurbel eine 12zöllige Scheibe 14 mal und eine 24zöllige 6 mal rotirt. Die Scheiben müssen sehr dünn und gleichmäßig seyn, um ohne unruhige Bewegung dieselbe Zahl von Umdrehungen in einer Sekunde zu erzielen¹⁾. Im Uebrigen sind die meisten Theile der Maschine mehr oder weniger leicht von einander zu trennen, am leichtesten aber diejenigen, bei welchen dies aus experimentellen Gründen geboten ist. Die Lager für die mittlere Welle sind offen, und die obern Holzkugeln werden nur lose gehalten, damit sich die Glasscheiben möglichst bequem aus dem Apparate entfernen lassen. Die Conductoren, die Einschaltungsrichtung und die kugelförmigen Elektroden sind konisch eingesetzt, um sie nach Bedürfniß in kürzester Zeit lösen oder befestigen zu können. Die Verbindungsdrähte werden nur aufgehangen und die Kurbel ist mit leichter Mühe von dem vorderen Ende der Welle an das hintere zu verlegen.

Zu jeder Maschine gehören zwei Condensatoren, welche die Stelle eines größern Conductors vertreten. Den kleineren, eine belegte Glasröhre; legt man innerhalb der Säulen mit seinen beiden Contactpunkten auf die betreffenden Pole. Der größere bildet ein System von zwei kleinen

1) Obwohl die Dimensionen sämtlicher Theile des Apparats mit seiner Größe in einem bestimmten Verhältnisse wachsen, so müssen doch beide Scheiben, um das Maximum der Wirkung zu erreichen, in jedem Falle so dünn wie möglich seyn. Dasselbe gilt von der Schärfe der an den Quersäulen befindlichen Spitzen.

Flaschen, die man links und rechts von dem untern Holzrahmen stellt, um die äußeren Belegungen unter sich, und die inneren mit den ihnen respectiv zunächst liegenden Conductoren zu verbinden. Zu jeder Maschine gehören ferner zwei Paar Kugelelektroden, von denen die kleineren im Verein mit den an den Entladern befindlichen Spitzen zur Erzeugung verschiedenartiger Büschelphänomene dienen.

Nach den Versuchen, welche ich über die Wirkungen verschiedener Dimensionen angestellt, dürften bei Scheiben bis 11" Durchmesser nur 2 Elemente zu empfehlen seyn. Bei Scheiben von 12 bis 20" können schon 4, von 21 bis 29" schon 6, und bei einer Scheibe von 30" Durchmesser noch 8 Elemente verwerthet werden¹⁾. Aus denselben Versuchen hat sich innerhalb der gezogenen Grenzen über die Quantität und Schlagweite der Apparate ergeben:

- 1) Daß die Schlagweite im Allgemeinen wie der Durchmesser der Scheiben, die Quantität aber in geringerem Grade wächst,
- 2) Daß die Quantität zunimmt wie die Zahl der Elemente, während sich die Schlagweite in denselben Verhältnisse vermindert.

Die neue Construction gestattet nun, daß man eine zu 4 Elementen eingerichtete Maschine auch zu 2, eine zu 6 auch zu 2 und 4, eine zu 8 auch zu 2, 4 und 6 Elementen mit Leichtigkeit und ohne Hinzufügung anderer Stücke, als der nöthigen festen Scheiben verwenden kann. Außer diesen Formen aber giebt es noch eine größere Anzahl anderer, welche sowohl aus verschiedenartiger Verbindung der Elemente unter sich, als ihrer Combination mit überzähligen Conductoren hervorgehen, zu deren Herstellung

- 1) Element nenne ich nach einer früheren Bezeichnung jede Belegung mit dem ihr gegenüber befindlichen Conductor, soweit durch diese Vorrichtung die rotirende Scheibe zugleich entladen und wieder geladen wird.
- 2) Ich habe in allen Maafsbestimmungen für die rotirende Scheibe der Einfachheit wegen das volle d. h. dasjenige Maaf, welches die Scheibe vor dem Rundschneiden hatte, gelassen. Durch das Letztere geht in der Regel ein halber Zoll verloren.

es daher überhaupt keiner neuen Stücke bedarf. Von den letztern dürfte besonders die Combination von 2 Elementen mit 1 überzähligen Conductor für den praktischen Gebrauch zu empfehlen seyn.

Fig. 1 Taf. IV zeigt eine für 4 Elemente eingerichtete Maschine bei Anwendung von 2, und Fig. 2 bei Anwendung von 4 Elementen. Fig. 3 zeigt die Combination von 2 Elementen mit 2 überzähligen Conductoren, von denen man, um die einfachere und mehr praktische Form zu gewinnen, sich den oberen oder unteren hinwegdenken muß. Statt der Seitenverbindungen kann bei 2 überzähligen Conductoren auch eine directe Verbindung stattfinden, und 2 Elemente sind auch, aber mit geringerem Effecte, bei einer Scheibe mit 4 Belegungen zu verwerthen. Ferner können bei einer solchen Scheibe, um eine höhere Spannung zu gewinnen, auch 3, und, um zwei Ströme in getrennten Schließungsbögen darzustellen, auch je 2 auf einander folgende Conductoren verbunden werden. Mit einem überzähligen Conductor dagegen würde man hier nur Spannungseffekte erzielen können.

Man sieht übrigens, wie mit der Anzahl der Conductoren und festen Scheiben die Anzahl solcher Combinationen wachsen muß.

Ueber die experimentelle Behandlung lassen sich einige allgemeinere Vorschriften geben. Wie man den elektrischen Zustand am besten hervorruft und am längsten erhält, richtet sich im Wesentlichen danach, ob in der gewählten Form ein überzähliger Conductor vorhanden ist.

1) Ohne überzähligen Conductor. Man bringt die Elektroden in Berührung, macht die Kammmasse elektrisch und nähert nun schnell, während die Scheibe rotirt, die flache Seite einer der Belegungen. Man entfernt die Elektroden nicht über eine gewisse Gränze, wenn sich nicht der Strom entweder verlieren oder bei Anwendung der Condensatoren oder größerer Leydner Flaschen in periodischer Weise umkehren soll. Man bringt, um die verloren gegangene

Thätigkeit womöglich von selbst wieder hervorzurufen, die Elektroden schnell in Berührung, und läßt, wenn sich der elektrische Zustand auch nach Unterbrechung der Bewegung erhalten soll, die Scheibe nie mit geöffnetem Schließungsbogen ruhen.

2) Mit überzähligem Conductor. Man verfährt, indem man diesen Conductor zunächst isolirt läßt, wie im ersten Falle, läßt die Scheibe ruhen und legt nun erst die bogenförmige Verbindung an, entfernt hierauf die Elektroden, nimmt die Bewegung wieder auf und berührt die feste Scheibe dem neuen Conductor gegenüber während einiger Umdrehungen ableitend mit der Hand. Bei größeren Apparaten, oder wenn man innerhalb kleiner Schlagweiten experimentiren will, ist es dann noch nöthig, die im Sinne der Rotation vorangehende Belegung bis an jenen durch einfaches Anlegen eines in die passende Form gebrachten Papierstücks zu verlängern. Im Uebrigen entferne man die Elektroden beliebig und lasse auch die Scheibe stets bei geöffnetem Schließungsbogen ruhen, da hierdurch weder eine Umkehrung des Stromes, noch ein Einstellen der Thätigkeit oder sonstige Verluste entstehen können.

Ob die eine oder andere Form des Apparats zu wählen ist, wird im Allgemeinen nach dem vorliegenden Zwecke zu entscheiden seyn. Einen überzähligen Conductor wende man an:

1) In allen Fällen, wo man nicht nur mit einem der Condensatoren, sondern auch sonst mit hinreichend isolirten Flaschen das Maximum der Schlagweite erreichen will. Hierbei ist es wesentlich, daß man die mit dem neuen Conductor zu verbindende Elektrode zur negativen macht und auch diese, nicht die andere, aus der Mitte entfernt.

2) In allen Fällen, wo es sich um statische, nicht um Bewegungsphänomene handelt; wo man größere Conductoren oder Leydner Flaschen zu laden beabsichtigt, um sie willkürlich und in einem besondern Acte zu entladen; wo die verschiedenen Stromeffecte zwischen einer Elektrode und einem abgeleiteten Körper beobachtet werden sollen.

Hierbei ist es vorthailhaft, beide Elektroden, nachdem die Maschine in Thätigkeit gesetzt ist, nach außen zu kehren, und nothwendig, diejenige, welche nicht benutzt werden soll, in gutleitender Verbindung mit der Erde zu setzen.

In allen übrigen Fällen dürfte man am besten ohne überzähligen Conductor und zwar, je nachdem das Bedürfnis der Quantität oder der Spannung vorwaltet, mit einer größeren oder kleineren Anzahl von Elementen experimentiren.

Um die physiologischen Wirkungen kleinerer Inductionsapparate nachzunehmen, muß man sich eines der Condensatoren bedienen und die Stärke der Erschütterungen durch Verschiebung der Hülzen variiren. Um den Geißler'schen Röhren das hellste Licht zu geben, ist ebenfalls einer der Condensatoren, und um Schichtung zu erhalten, gleichzeitig eine nasse Schnur zu verwenden. Bei Anwendung des kleinen muß man die letztere im vorderen Schließungsbogen, bei Anwendung des größeren kann man sie zwischen den äußeren Belegungen der Flaschen befestigen. Auf dieselbe Weise stellt man auch das rotirende Band in dem de la Rive'schen Apparate her. Um aber zwischen den Elektroden selbst die Lichteffecte größerer Inductionsapparate nachzuahmen, muß man die betreffende Schnur hinreichend verlängern, oder den Condensator durch ein größeres Flaschenpaar ersetzen.

Für die sonstige Behandlung des Apparates dürfte noch Folgendes zu beachten seyn.

Es ist wesentlich, daß die Scheiben einander und sämtliche Metall- und Papierspitzen der rotirenden Scheibe möglichst nahe stehen, ohne dieselbe indessen zu berühren. Auch scheint es zweckmäßig, die letzteren ein wenig nach anwärts zu krümmen.

Die rotirende Scheibe muß je nach Benutzung des Apparats früher oder später, besonders aber, wenn ein Einfluß der Feuchtigkeit zu befürchten wäre, von dem sich allmählich in bläulichen Ringen ansammelnden Kohlenstoff befreit werden, was am besten nach Herausnahme dersel-

ben mittelst eines reinen, angefeuchteten Tuches geschieht. Auch auf der innern Seite der festen Scheibe sammelt sich etwas Kohlenstoff, der dann und wann zu entfernen ist. Nach längerer Zeit würde ein neues Auftragen einer dünnflüssigen Auflösung von Schellack in absolutem Alkohol zu empfehlen seyn.

Zuweilen geschieht es, besonders an feuchten Orten oder wo sich eine größere Anzahl von Personen in demselben Zimmer befindet, daß die Kammassse sowohl, wie die Maschine ihre Dienste versagen. Die erstere hat man sammt dem Pelzwerk auf beliebige Weise zu erwärmen. Vor die rotirende Scheibe aber stellt man, wenn man zugleich das einfachste und wirksamste Mittel anwenden will, innerhalb des Rahmens und zwischen die beiden horizontalen Glasstangen, einen kleinen Gasbrenner mit etwa 1 bis 2" hoher Flamme. Die letztere dürfte wegen ihrer leitenden Eigenschaft nur bei solchen Experimenten, welche eine hohe Spannung erfordern, von nachtheiligem Einfluß seyn.

Um den Apparat in brauchbarem Zustande zu erhalten, darf man endlich nicht vergessen, sämtliche Lagertheile, und besonders diejenigen der mittleren Welle, dann und wann, und lieber zu früh als zu spät, mit einigen Tropfen guten Oeles zu versehen.

Eine Maschine mit 12zölliger rotirender Scheibe giebt bei Anwendung von 2 Elementen 3zöllige Funken und Büschel. Eine Flasche von 1 □' Belegung und 1" Dicke wird bei Anwendung von 4 Elementen und $\frac{1}{2}$ zölligen Kugeln bis zu einer Schlagweite von $\frac{1}{2}$ " in 1 Secunde geladen. Hiernach und nach den obigen Andeutungen würde sich der Effect einer größeren Maschine ungefähr berechnen lassen. Eine 20zöllige Scheibe würde z. B. 5" Schlagweite, aber weniger als $\frac{1}{2}$ der quantitativen Leistung geben, während sich bei einer Scheibe von 21" Durchmesser, weil sie eine Vermehrung der Elemente zuläßt, auch die Quantität in ein günstigeres Verhältniß stellt. Uebrigens dürfte für die physiologischen sowohl als für die Lichteffecte in

den Geißler'schen Röhren eine kleine Maschine schon den meisten Anforderungen entsprechen ¹⁾).

Ich will dieser Mittheilung noch hinzufügen, daß ich demnächst den Apparat und seine Wirkungen in umfassender Weise zu beschreiben gedenke.

IX. Zur Frage der Widerstands-Einheit; von Werner Siemens.

Im Jahre 1860 veröffentlichte ich in diesen Blättern ²⁾ eine Methode, mit deren Hilfe es mir gelungen war, Widerstandsetalons genau zu reconstruiren, und machte den Vorschlag, den Widerstand eines Quecksilberprismas von 1^m Länge und 1^{mm} Querschnitt, oder den millionenfachen Widerstand eines Quecksilberwürfels von 1^m Seitenlänge, bei 0° Temperatur, als Einheit des elektrischen Leitungswiderstandes und gleichzeitig den specifischen Widerstand des Quecksilbers als Einheit des specifischen Widerstandes der Körper anzunehmen. Die Gründe, auf welche ich meinen Vorschlag stützte, waren kurz zusammengefaßt folgende:

- 1) Obwohl ich gern bereit bin, diejenigen Mechaniker, welche sich mit der Aufertigung dieser Maschinen beschäftigen wollen, mit den nöthigen Instructionen zu versehen, so gestattet es doch weder meine Zeit, noch liegt es in meiner Macht, überall für die gewissenhafte Befolgung meiner Angaben zu sorgen. Da ich andererseits eine gewisse Garantie für die Güte der Apparate bieten möchte, habe ich den Mechaniker E. Borchardt hierselbst (vorläufig Unter den Linden No. 50 wohnhaft), dessen Arbeit ich als gediegen empfehlen kann, verpflichtet, kein Exemplar, das ich nicht geprüft und für gut befunden, zu versenden. Derselbe wird den Apparat complett mit 12 zölliger Scheibe für 34, mit 21 zölliger für 66, mit 30 zölliger für 100 Thaler liefern. Für alle dazwischen liegenden Größen aber werden die Preise in gleichem Verhältniß mit dem Durchmesser der Scheiben wachsen. Zu kleineren Apparaten können auf Verlangen auch Scheiben aus Kammmasse geliefert werden.

- 2) Diese Ann. Bd. 110, S. 1.

Die Aufstellung eines willkürlich gewählten oder sich einem in der Natur gegebenen mehr oder weniger genau anschließenden *materiellen Grundmaasses* des Widerstandes, welches wie das Normal-Meter-Maass irgendwo deponirt und durch Copirung vervielfältigt würde, ist nicht rathsam, da keine Garantie dafür vorhanden ist, daß der Widerstand desselben sich nicht ändert.

Auch wenn man die Unveränderlichkeit eines solchen *Grundmaasses* sicher stellen könnte, würde die unvermeidliche häufige Copirung und Wiedercopirung der Copien, in Verbindung mit der möglicherweise eintretenden Veränderung ihres Widerstandes, bald unrichtige Etalons in Cours bringen, wie es mit den Copien des Jacobi'schen Normaletalons in so hohem Grade der Fall war.

Das anzunehmende Widerstandsmass muß daher in einer Definition bestehen oder ein absolutes Maass seyn, welches man jederzeit und überall reconstruiren kann. Als ein solches würde sich für wissenschaftliche Zwecke vorzugsweise die Weber'sche dynamische Widerstandseinheit eignen, wenn dieselbe in der nöthigen Genauigkeit, die ungefähr die des Vergleiches zweier verschiedener Widerstände seyn muß, darstellbar wäre. Da dies aber voraussichtlich nie der Fall seyn wird, so eignet sich die *Weber'sche Einheit selbst* nicht zum allgemeinen Widerstandsmasse, wenn es auch selbstverständlich von der größten Wichtigkeit ist, daß das Verhältniß der zu wählenden Einheit zur Weber'schen so genau wie möglich bestimmt wird. Da bei der Aufstellung eines *allgemeinen* Widerstandsmasses die praktischen Vorzüge desselben und nicht die wissenschaftliche Harmonie des gesammten Maasssystems in erster Linie berücksichtigt werden müssen, Widerstandsmessungen aber nur in sehr seltenen, streng wissenschaftlichen, Fällen mit dynamischen Werthen combinirt, in der weit überwiegenden Mehrzahl der Fälle dagegen zu Vergleichen des Widerstandes von Körpern verschiedener Größe, Gestalt oder Art benutzt werden, so

ist ein Widerstandsmaafs mit körperlicher Grundlage einem dynamischen vorzuziehen.

Aus diesen Gründen empfiehlt sich das von mir vorgeschlagene Widerstandsmaafs, bei welchem der Meter als Maafs des Raumes und das Quecksilber als derjenige Leiter, welcher sich unzweifelhaft am besten zum Maafs der Leitungsfähigkeit eignet, gegeben sind und welches in völlig ausreichender, bei grosser Sorgfalt fast unbegrenzter, Genauigkeit reproducirbar ist.

Eine auf die Sache selbst eingehende Widerlegung dieser Gründe habe ich bisher nicht gefunden. Dagegen machte Hr. Dr. Matthiessen im Jahre 1861 den Gegenvorschlag, anstatt Quecksilber eine bestimmte Goldsilber-Legirung dem anzunehmenden reproducirbaren Widerstandsmaafse zu Grunde zu legen, und in demselben Jahre ernannte die *British association* eine Commission, welche über das zweckmässigste Widerstandsmaafs an die Gesellschaft berichten sollte.

Wer die grossen Schwierigkeiten praktisch kennen gelernt hat, die damit verknüpft sind eine Legirung homogen und von durchaus gleicher Zusammensetzung herzustellen, Drähte anzufertigen, welche ganz gleichen Querschnitt und Härtegrad haben, bestimmte Längen derselben genau abzumessen ohne eine Streckung oder Stauchung des Drahtes herbeizuführen, endlich die Enden desselben so mit den dicken Zuleitungstücken zu verlöthen, dass keine Veränderung des Widerstandes des Drahtes eintritt, wird schon dieser technischen Schwierigkeiten wegen keine Vorliebe für den Vorschlag des Hrn. Matthiessen empfinden. Da er denselben später zu Gunsten des Vorschlages der Commission der *British association* — deren Mitglied er ist — fallen gelassen hat, so kann ich ihn weiterhin unberücksichtigt lassen.

Seitens dieser Commission liegen jetzt drei Berichte — pro 1862, 1863 und 1864 — an die Gesellschaft vor. Es wird in diesen Berichten die Theorie des Weber'schen Maafssystems mit der Ausdehnung auf den Begriff

der Einheit der geleisteten Arbeit, welche W. Thomson ihm gegeben hat, in einer sehr klaren Weise auseinander-gesetzt. Der große wissenschaftliche Werth der allge-
meinen Einführung dieses »systematischen und cohärenten«
Maßsystems wird überzeugend geschildert, die von W.
Thomson vorgeschlagene Methode der Bestimmung der

$\frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ Einheit entwickelt und der Gang und die Resul-
tate der angestellten Experimente eingehend auseinander-
gesetzt. Die Namen W. Thomson und Clerk Max-
well sind hinlängliche Bürgschaft für den hohen wissen-
schaftlichen Werth dieser Arbeiten. In der That ist es
gelungen die Genauigkeit der Bestimmung eines Wider-
standes in absoluten Weber'schen Einheiten, in Vergleich
mit der, welche früher von W. Thomson und W. We-
ber erreicht wurde, beträchtlich zu erhöhen. Die Com-
mission ist aber trotzdem zu der Ueberzeugung gelangt,
daß das *Weber'sche Widerstandsmaafs selbst* sich zur
Widerstandseinheit nicht eignet. Sie macht schon in ihrem
ersten Berichte den Vorschlag: einen *materiellen Wider-
standsetalon* als Grundmaafs des Widerstandes anzunehmen,
welcher dem Werthe 10^{10} Weber'sche Einheiten oder
 $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ so genau entspräche, wie es mit unseren *jetzi-
gen* Hilfsmitteln zu bestimmen möglich ist. Dieses mate-
rielle Grundmaafs soll unveränderlich fest bleiben und un-
ter dem Namen *Einheit der B. A.* oder *Ohmad* das künf-
tige allgemeine Widerstandsmaafs bilden. Von Zeit zu
Zeit sollen dann neue Bestimmungen dieser Einheit in We-
ber'schen absolutem Maasse angestellt und Reductions-
coëfficienten zur Benutzung bei Rechnungen mit dynami-
schen Werthen publicirt werden. Dem Einwande, daß
der Widerstand des Normaletalons sich ändern könne,
glaubt das aus den Herren Prof. Maxwell, Dr. Mat-
thiessen und Fleeming Jenkin bestehende Subcomité,
welches mit der Anfertigung der Normaletalons und der
davon zu entnehmenden Copien betraut ist, dadurch be-

gegnet zu haben, daß es 10 verschiedene Normaletalons aus Legirungen edeler Metalle und aus Quecksilber hergestellt hat und die Copien aus einer Legirung von Silber mit Platin anfertigt. Nach Dr. Matthiessens Untersuchungen soll der Widerstand dieser Legirungen keiner Aenderung unterworfen seyn, während er bei anderen Metallen und Metalllegirungen wesentliche Aenderungen im Laufe zweier Jahre gefunden hat.

Ich will die eben angeführten Beobachtungen Dr. Matthiessens keineswegs in ihrem Werthe unterschätzen, glaube aber nicht, daß sein Ausspruch, daß die Legirungen von Silber mit Gold oder Platin sich nicht ändern, schon als so feststehend und unbedingt gültig anzusehen ist, um darauf ein für alle Zeit feststehendes *Normalmaafs des Widerstandes* begründen zu können! Auffallend ist es, daß Dr. Matthiessen bei Neusilber so beträchtliche Aenderung der Leitungsfähigkeit in kurzen Zeitabschnitten beobachtet hat, während ich gerade diese Legirung besonders constant gefunden habe. Es zeigt dieß, daß bei der Veränderung der Leitungsfähigkeit noch viele unbekannte Factoren auftreten, die erst durch längeres Studium ermittelt werden können. Der von Dr. Matthiessen angeführte Beweis, daß die Gold-Silberlegirung sich nicht ändern könne, da man niemals beobachtet habe, daß eine goldene Kette brüchig geworden sey, kann wohl kaum ernsthaft gemeint seyn! Es mag aber gern zugegeben werden, daß die Aenderung des Widerstandes der Normaletalons so wie der Copien so klein seyn wird, daß sie ohne practische Bedeutung für unsere gegenwärtigen Untersuchungen ist. Das Normalmaafs der *B. A.* soll aber auch späteren Zeiten dienen, in denen wahrscheinlich unendlich viel höhere Ansprüche an die Genauigkeit eines Maasses gestellt werden, wie wir es thun. Aus diesem Grunde ist es schon sehr bedenklich, daß die Commission 10 Normaletalons anstatt eines einzigen aufgestellt hat, wenn sie auch — wie angegeben ist — *gegenwärtig* bis auf 0,03 Proc. mit einander übereinstimmen. Ginge ferner die Uebereinstimmung des

Werthes der *B. A.* Einheit mit der $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ Einheit auch wirklich bis auf 0,1 Proc., wie im Bericht pro 1864 behauptet wird, so wäre dieselbe doch immer noch viel zu gering, um die Einheit der *B. A.* auch künftig als gleichwerthig mit der $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ Einheit erscheinen zu lassen!

Muß aber einmal ein Reductionscoëfficient benutzt werden, so ist es ganz gleichgültig, ob derselbe etwas mehr oder weniger von Eins verschieden ist! Es ist übrigens noch keineswegs nachgewiesen, daß diese behauptete große Uebereinstimmung der *B. A.* Einheit mit der $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ Einheit auch wirklich stattfindet. Der Anblick, der im Rapport für 1864 gegebenen Versuchs-Tabelle¹⁾ lehrt, daß zwischen den zu einem Paare combinirten beiden Zahlenwerthen Differenzen bestehen, welche bis über 8 Procent betragen! Auch die mittleren Werthe dieser Paare differiren noch bis zu 1,4 Proc. Wodurch das Subcomité sich für berechtigt hält, bei einer so großen Verschiedenheit der einzelnen Messungen auf einen wahrscheinlichen Fehler von nur 0,1 Proc. zu schließen, weiß ich nicht. Welche Methode man auch zur Berechnung des mittleren Werthes der gegebenen Zahlen anwenden mag, man wird durch Fortlassen einiger sehr abweichender Messungen oder auch einiger mittlerer Werthe zu weit größeren Unterschieden kommen. Meiner Ansicht nach liegt die *Sicherheit* nur innerhalb der nicht als fehlerhaft verdächtigen und deshalb verworfenen Zahlenwerthe. Ist es aber schon unmöglich aus den vorliegenden Versuchsreihen auf eine so genaue Uebereinstimmung des Werthes der *B. A.* Einheit mit der wahren $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunde}}$ Einheit, wie das Subcomité sie annimmt, zu schließen, so stellt sich die wahrscheinliche Verschiedenheit als noch viel größer heraus, wenn man bedenkt, daß die Werthe der Tabelle mit demselben Apparate unter Anwendung derselben Constanten und Corrections-Coëf-

1) Pogg. Ann. Bd. CXXVI, S. 386.

sicanten und durch dieselben Beobachter erlangt sind. Es ist zwar angegeben, daß die Bestimmung der Constanten bis auf 0,0001 genau gewesen wäre; man muß aber annehmen, daß dies nur in Folge bestimmter individueller Handgriffe und willkürlich gewählter Methoden der Messung erreicht ist. Bekanntlich ist es ganz unmöglich, einen weichen überspannenen Draht zu einer einigermaßen runden und festen Drahtrolle aufzuwinden, ohne daß er sich ansehnlich streckt. Diese Streckung schwankt mit der Dicke des Drahtes und der Größe der Drahtspannung beim Aufwinden zwischen 1 und 6 Proc. Es dürfte demnach kaum möglich seyn, mit einiger Sicherheit auf die wirkliche Länge des aufgewundenen Drahtes bis auf $\frac{1}{4}$ Proc. zu schließen. Die effective Länge ist aber auf 311,2356 Meter angegeben! Es ist ferner unmöglich eine Rolle von überspanntem Drahte rund und concentrisch zu wickeln. Der Umfang der mittleren Radius, die Dicke der Umwindungsschicht sind mithin unmöglich genau zu bestimmen. Dennoch sind diese Werthe bis auf Tausendstel Millimeter angegeben und sollen bis auf ein Zehntausendstel ihrer Größe zuverlässig seyn! Ob das magnetische Moment des aufgehängten Magnetes und die augenblickliche horizontale Componente des Erdmagnetismus sich bis auf denselben Grad von Genauigkeit bestimmen lassen, mag hier unerörtert bleiben. Ich halte es nicht für möglich.

Ich bin, wie schon gesagt, weit entfernt davon, die Behauptung aufzustellen, daß die Messungen nicht wirklich in der angegebenen Genauigkeit gemacht wären, sie können aber nur das Resultat von Procedures seyn, die keine allgemeine Gültigkeit haben.

Bevor nicht die Versuche an anderen Orten, mit ganz neuen Instrumenten und von ganz anderen Experimentatoren wiederholt sind und durch die Vergleichung der dann erhaltenen Resultate mit denen des Subcomité's der Beweis geführt ist, daß eine größere Uebereinstimmung erreicht ist, halte ich mich zu der Behauptung berechtigt, daß

die Einheit der *B. A.* höchstens innerhalb einiger Procente mit der $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Secunden}}$ Einheit übereinstimmt.

Ich kann aus diesen Gründen meine oben recapitulirten Bedenken gegen die Annahme der materiellen Etalons des Subcomités als Grundlage des allgemeinen Widerstandmaasses nicht für erledigt erachten. Dabei verkenne ich nicht im Mindesten den hohen Werth der durch die *British association* veranlafsten möglichst genauen Bestimmung der Weber'schen Widerstandseinheit, bin im Gegentheil der Ansicht, daß der Wissenschaft durch diese werthvolle Arbeit ein wesentlicher Dienst erwiesen ist. Ich glaube aber die Commission hätte besser gethan, nachdem sie sich überzeugt hatte, daß die *Weber'sche absolute Einheit selbst* sich zum Normalmaasse nicht eignete, keine neue willkürliche Einheit aufzustellen, sondern die von mir vorgeschlagene

$\frac{\text{Meter}}{\square \text{ Millimeter}}$ Quecksilber oder kürzer *m. Hg Einheit*

mit aller für derartige Arbeiten nöthigen Sorgfalt darzustellen, diese schon sehr allgemein verwendete und dem practischen Bedürfnisse besonders entsprechende Einheit in genauen Copien zu verbreiten und den Reductionscoëfficienten derselben auf Weber'sches dynamisches Maass so genau wie möglich festzustellen. Das Comité würde dadurch in Uebereinstimmung mit dem Vorschlage Kirchhoff's, dem es sich in dem ersten Berichte anschließen zu wollen erklärte, geblieben seyn, da Kirchhoff sich in seinem, im Appendix dieses Berichtes abgedruckten Briefe für Beibehaltung beider Maasse erklärte und nicht für die unbedingte und ausschließliche Annahme des Weber'schen, wie später behauptet ist, eine Ansicht, für welche auch Wilhelm Weber selbst dem Verfasser gegenüber sich aussprach. Daß die *m. Hg-Einheit* bei einer solchen sorgfältigen Bestimmung durch das mit den reichen Mitteln der *British association* ausgerüstete und über so hervorragende Kräfte gebietende Comité vollständig den *jetzt erforderlichen* Grad der Genauigkeit, d. i. den der Vergleichung

zweiter verschiedener Widerstände, erreicht haben würde, zeigen sowohl meine ursprünglichen Versuche, wie namentlich die späteren mit grösserer Sorgfalt angestellten Messungen des Hrn. Sabine¹⁾). Bei künftigen weiteren Fortschritten in der Genauigkeit physikalischer Messungen wird freilich immer wieder eine genauere Reproduction der m. Hg.-Einheit nothwendig werden, es kann dies aber kaum eine merkliche Störung hervorbringen, da die wahre Grösse der Einheit unzweifelhaft feststeht, da die bei der Reproduction sich herausstellenden Differenzen bei gewöhnlichen Widerstandsmessungen wegen ihrer Geringfügigkeit unberücksichtigt bleiben können und da für exacte Messungen eine häufige Controlle der benutzten Widerstandsetalons, ihrer wahrscheinlichen Aenderung wegen, doch unvermeidlich ist.

Leider hat die Commission diesen von mir ihr vorgeschlagenen Weg nicht betreten, die mit der Aufertigung der *British associations* Einheit und der zu verbreitenden Copien derselben betrauten Mitglieder des Subcomité's, die Hrn. Dr. Matthiessen und Fleeming Jenkin, haben im Gegentheil sowohl in den erwähnten Berichten an die *British Association*, wie in besonderen noch näher zu beleuchtenden Aufsätzen²⁾), meinen Vorschlag in einer Weise angegriffen, welche bisher bei wissenschaftlicher Kritik nicht gebräuchlich war. Der gemeinsam von ihnen befolgte Plan besteht darin, meinen Vorschlag nicht mit Gründen zu bekämpfen, sondern meine Arbeiten als unzuverlässig und zweifelhaft darzustellen.

Hr. Dr. Matthiessen stellt die beiden Thesen auf:

- 1) »dafs keine wahre Quecksilber-Einheit je aufgestellt ist« und
- 2) »dafs die von Zeit zu Zeit aufgestellten Einheiten nicht denselben Werth repräsentiren«.

Beide Sätze will er dadurch rechtfertigen, dafs ich nicht

1) *Phil. mag. march.* 1863, p. 1. — Der Aufsatz ist in der Uebersetzung dieser Arbeit angeschlossen.

2) *Pogg. Ann.* Bd. 126, S. 497 und *Pogg. Ann.* Bd. 126, S. 669.

das richtige specifische Gewicht des Quecksilbers in Rechnung gezogen hätte, daß zwei Widerstandssäulen, welche in der Londoner Ausstellung pro 1862 ausgestellt waren, um 1,2 Procent von einander differirt hätten, daß in meinen ersten Bestimmungen der m. Hg Einheit Differenzen von 0,6 Proc. vorhanden wären und daß seine eignen Versuche mit den meinigen nicht übereinstimmten.

Die erste Behauptung betreffend, so übersieht Hr. Matthiessen, daß das von mir vorgeschlagene Widerstandsmass in einer Definition besteht, also ein absolutes ist. Daß die von mir dargestellten Widerstandsetalons dieser wahren Einheit völlig entsprächen, habe ich nie behauptet, im Gegentheil wiederholt den Wunsch ausgesprochen, daß sich bald in exacten Messungen geübtere Physiker der Mühe unterziehen möchten, auf dem von mir angegebenen sehr einfachen und sicheren Wege Etalons herzustellen, welche mit der gegebenen Definition so genau übereinstimmen, wie es mit unseren jetzigen Hilfsmitteln zu erreichen ist. Hr. Matthiessen wäre zu seiner Behauptung nur berechtigt, wenn meine Definition zweifelhaft oder wenn die angegebene Methode unzuverlässig oder fehlerhaft wäre. Beides ist von ihm nicht nachgewiesen, auch nicht einmal behauptet. Ist die von ihm aufgestellte Thesis aber auch unzweifelhaft falsch, so gebe ich ihm dagegen gern zu, daß das von mir in Rechnung gezogene specifische Gewicht des Quecksilbers nicht richtig ist. Als ich im Jahre 1858 die ersten Versuche darüber anstellte, ob sich die m. Hg Einheit in hinreichender Genauigkeit darstellen ließe, fand ich die Zahl 13,557 und nahm sie als richtig an, da sie von anderer Seite durch directe Vergleichung der Höhe der Quecksilber- und Wassersäule in communicirenden Röhren Bestätigung fand. Leider ist auch bei den späteren mit größerer Sorgfalt und verbesserten Instrumenten ausgeführten Reproductionen der m. Hg Einheit dieser Coefficient beibehalten und nicht die Regnault'sche Zahl 13,596 angenommen, deren Richtigkeit seitdem von mehreren Seiten bestätigt ist. Hiernach sind in der That die bisher ange-

fertigten Etalons um 0,287 Proc. zu groß¹⁾). Nimmt man den Coëfficienten der Zunahme des specifischen Leitungswiderstandes des zu den Widerstandsetalons benutzten Neusilberdrahtes $= 0,00272 \text{ an}^2)$, so repräsentiren dieselben die m. Hg. Einheit nicht bei der auf ihnen vermerkten, sondern bei einer um $10^{\circ},5 \text{ C.}$ niedrigeren Temperatur. Es ist ein unbestreitbares Verdienst des Hrn. Matthiessen, zu dieser Berichtigung Veranlassung gegeben zu haben, die übrigens, wie schon hervorgehoben, mit der Beurtheilung des Werthes der m. Hg. Einheit gar nichts zu thun hat.

Hr. Matthiessen behauptet ferner, daß die von Zeit zu Zeit aufgestellten m. Hg. Einheiten nicht denselben Widerstand repräsentirten. Daß die m. Hg. Einheit in meinem Laboratorio in drei verschiedenen Zeitperioden dargestellt ist und jedesmal eine größere Annäherung an den wirklichen Werth gefunden hat, ist Hrn. M. bekannt. Hr. Sabine hat die Abweichungen dieser drei Reproduktionen in folgender Tabelle zusammengestellt:

No. der Röhren	Original-Bestimmung 1859	Erste Reproduction 1860	Zweite Reproduction 1863
3	555,87	555,99	556,05
5	193,56	193,73	193,73
7	—	1917,32	1917,54
8	—	2600,57	2601,46

Die größten Differenzen zwischen der ersten und dritten Darstellung erreicht mithin noch nicht 0,1 Proc. und nicht nahe 2 Proc., wie behauptet ist. Nach der ersten Bestimmung sind nur einige für den eigenen Gebrauch bestimmte Etalons und Widerstandsscalen angefertigt. Ebenso

1) Nach der benutzten Formel

$$W = \frac{P \cdot \sigma}{Q} \cdot \frac{a + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3},$$

in welcher W den Widerstand des Normalrohrs, l seine Länge, Q das Gewicht, σ das specifische Gewicht des Quecksilbers und a das Verhältniß des größten zum kleinsten Querschnitte des Rohres bezeichnet.

2) Pogg. Ann. Bd. CXIII. S. 4.

Poggendorff's Annal. Bd. CXXVII.

sind nur *Widerstandsscalen* für technische Benutzung nach den Werthen der ersten Reproduction angefertigt und in den Verkehr gekommen. Erst den mittleren Werth der dritten Bestimmung habe ich zur Anfertigung von etwa 100 Etalons von je einer Einheit benutzt, welche ich unter mir bekannten, namhaften Physikern, Technikern und wissenschaftlichen Instituten vertheilt habe, um die allgemeine Annahme eines rationellen Widerstandesmaasses dadurch zu befördern.

Diese Etalons waren bei ihrer Versendung genau gleich und sind, falls sie sich nicht verändert haben, bis auf 0,05 Proc. mit der wahren m. Hg. Einheit übereinstimmend, wenn sie, wie schon gesagt, bei einer um $10^{\circ},5$ C. niedrigeren Temperatur gemessen werden, wie auf ihnen angegeben ist. Andere *Widerstandsetalons*, wie diese von den HH. Matthiessen und Jenkin mit Siemens 1864 bezeichnen, sind von mir nicht ausgegeben. Hr. Matthiessen stützt seine Behauptung, daß die von mir aufgestellten Einheiten nicht denselben Widerstand repräsentirten, auf Messungen, die Hr. Jenkin, welcher als Juror der Londoner Ausstellung von 1862 functionirte, an zwei nach dem Gewichtssysteme eingerichteten, von 1 bis 10000 Einheiten reichenden *Widerstandsscalen* angestellt hat. Ob Hr. Jenkin richtig gemessen hat, als er zwischen diesen Scalen eine Differenz von 1,2 Proc. fand, weiß ich nicht. Ganz unbegreiflich ist es mir aber, wie Hr. Dr. Matthiessen derartige, technischen Zwecken dienende *Widerstandsscalen* mit *Maafsetalons* in eine Linie stellen und wie er eine so schwere Anschuldigung, wie er sie vorgebracht hat, ausschließlich auf die uncontrolierte Aussage eines Ausstellungsjurors basiren kann! Er sollte doch wissen, daß Berührungsstellen fester Metalle stets einen veränderlichen Widerstand hervorbringen, daß also die 20 Stöpselcontacte, welche der Strom bei diesen Scalen ganz oder theilweise durchlaufen muß, einen nachtheiligen Einfluß auf die Genauigkeit der Widerstandsangaben ausüben müssen. Er sollte ferner die großen Schwierigkeiten, die sich anfänglich der

fehlerfreien Summirung von 10000 Einheiten entgegenstellten, zu würdigen wissen. Die eine dieser Scalen, von Hrn. Matthiessen mit Siemens (London) bezeichnet, war eine der ersten bereits im Jahre 1869 nach einer noch unvollkommenen Summirungsmethode zum *eigenen technischen Gebrauche* angefertigten, nach dem Gewichtssysteme eingerichteten Widerstandsscalen. Sie bildete den einen Widerstandszweig einer sogenannten Mefsbrücke, mit welcher die Widerstandsmessungen während und nach der Legung des Kabels durch das rothe Meer nach Indien ausgeführt waren, und fand wegen des sich an diese erste Mefsbrücke knüpfenden historischen Interesses Aufnahme in den Ausstellungsräumen, da mit ihrer Hölfe die bis dahin gebräuchlichen nichtssagenden Stromangaben bei submarinen Kabeln zuerst in exakte Widerstandsangaben verwandelt wurden. Diese älteren Mefsbrücken wurden später von Neuem regulirt und mit den nach einer verbesserten Summirungsmethode angefertigten, von den HH. Matthiessen und Jenkin mit Siemens (Berlin) bezeichneten Widerstandsscalen übereinstimmend gemacht. Hr. Matthiessen behauptet nun aber, daß auch diese später angefertigten Widerstandsscalen um etwa 0,5 Proc. gröfser gewesen wären, wie die 1864 von mir ausgegebenen Widerstandsetalons. Er schließt dies aus dem Widerstande eines Kupferdrahtes, welchen Hr. Jenkin während der Ausstellung von 1862 mit dem der Scalen verglichen habe. Welche Temperatur der Kupferdraht bei beiden, vier Jahre aus einander liegenden Messungen hatte, ist nicht angegeben. War dieselbe nur um $1\frac{1}{2}^{\circ}$ C. verschieden, so erklärt sich dadurch die Differenz vollständig! Jedenfalls waren die HH. Matthiessen und Jenkin nicht berechtigt, eine einzelne, von ihnen selbst angestellte, so zweifelhafte und unsichere Bestimmung dazu zu benutzen in allen Tabellen der Berichte des Comité's so wie in ihren eigenen Mittheilungen neben der Columne »Siemens 1864« noch die beiden anderen: Siemens (Berlin) und Siemens (London) aufzuführen und dadurch den unrichtigen Schein zu verbreiten, als coursirten in der

That von mir ausgegebene Etalons der m. Hg. Einheit von so verschiedenem Widerstande!

Eine ähnliche Bewandniß hat es mit der mehrfach wiederholten Behauptung, daß zwischen meinen Bestimmungen der m. Hg. Einheit Differenzen von 1,6 Procent beständen, dies also die zu erreichende Gränze der Genauigkeit wäre. Es kommt allerdings in meiner ersten 1860 publicirten Arbeit über diesen Gegenstand eine solche Differenz vor. Ich habe aber damals auch den Grund angegeben, nämlich Temperaturschwankungen des zum Vergleich dienenden Kupferdrahtes bis 3° C. und des mit Quecksilber gefüllten Normalrohrs bis 2° C. Es waren ferner absichtlich wenig cylindrische Röhren gewählt, da die beschriebenen Versuche nicht den Zweck hatten Normaletalons darzustellen, sondern den Beweis zu führen, daß die vorgeschlagene Methode zu einer solchen Darstellung geeignet sey. Für den praktischen Gebrauch war damals eine Genauigkeit von $\frac{1}{2}$ Proc. ausreichend. Ist doch Hr. Matthiessen selbst in jener Zeit mit Werthangaben für die Leitungsfähigkeit der Metalle zufrieden, welche mehrere Procente von einander abweichen.

Die von mir ausgegebenen Widerstandsetalons sind sämmtlich nach den Werthen der dritten, durch Hrn. Sabine ausgeführten Reproduction regulirt. Ein Blick auf diese nachfolgend abgedruckte Arbeit wird die Uebersetzung geben, daß dieselbe mit größter Sorgfalt durchgeführt wurde, und daß die von mir behauptete Uebereinstimmung der angefertigten Etalons mit der wahren m. Hg. Einheit inneralb 0,05 Proc. nicht auf zweifelhaften Mitteln beruht, sondern, daß *sämmtliche Normalröhren innerhalb dieser Gränze das gleiche Resultat geben*. Diesen Messungen stellt Hr. Matthiessen nun seine eigenen gegenüber, welche einen um 0,8 Proc. größeren Werth gegeben haben. Einen Grund für diese Abweichung oder für die Unzuverlässigkeit meiner Methode oder der Sabine'schen Messungen hat er nirgends angegeben. Mindestens hätte er seine Arbeit dann aber mit gleicher Sorgfalt anstellen und die benutzte Methode, wenn er sie

nicht vollständig befolgen wollte, nicht in wesentlichen Punkten verschlechtern dürfen! Hr. Matthiessen wendet eine Correctionsformel für die conische Form der Röhren an, welche grössere Abweichungen giebt, wie die meinige, da er sich das Rohr aus cylindrischen Stücken anstatt aus conischen zusammengesetzt vorstellt. Dadurch wird der berechnete mittlere Querschnitt kleiner, der berechnete Widerstand des Rohres mithin zu groß. Ferner, füllt er das Rohr durch Eintauchen in eine mit Quecksilber gefüllte Rinne und hebt es aus diesem Bade, indem er seine Enden zwischen zwei Finger preßt. Natürlich werden dadurch die Rohrenden mit der weichen Haut seiner Fingerspitzen anstatt mit Quecksilber ausgefüllt, wodurch der Inhalt des Rohres zu klein, der berechnete Widerstand mithin zu groß wird. Eine Unrichtigkeit in gleichem Sinne kann möglicherweise auch noch daraus hervorgegangen seyn, daß Hr. Matthiessen die Vorsicht nicht befolgt hat die zu vergleichenden Widerstände bei jeder Messung durch einen Commutator zu verwechseln und nur diejenigen Messungen als zuverlässig zu betrachten, welche sich zu 1000 ergänzen. Ohne diese Vorsicht erhält man sehr leicht falsche Messungen durch Erwärmung des dünnen Platindrahtes der Brücke.

Sollten diese von Hrn. Matthiessen bei seiner Reproduction begangenen Fehler auch den bedeutenden, von ihm gefundenen Unterschied von 0,8 Proc. noch nicht vollständig erklären, so genügen sie doch um zu zeigen, wie gering der Grad von Sorgfalt war, welchen er bei derselben aufgewendet hat. Als ein Beweis der Unrichtigkeit meiner Messungen und namentlich der sehr viel umfassenderen und genaueren Bestimmungen des Hrn. Sabine können sie keinesfalls gelten.

Hr. Jenkin bringt in seinem Aufsätze »Ueber die neue von der B. A. adoptirte elektrische Widerstandseinheit¹⁾« keine neuen Gesichtspunkte, verwerthet aber die schon behandelten Schlussfolgerungen und Versuche des Hrn. Matthiessen in noch ausgedehnterer Weise wie dieser. Von

(18) Pogg. Ann. Bd. 124, S. 309.

Interesse ist seine Mittheilung, daß vier von den von mir 1864 vertheilten Etalons der m. Hg Einheit von vier verschiedenen Beobachtern mit vier Copien der B. A. Einheit verglichen sind und die Werthe 1,0456; 1,0455; 1,0456 und 1,0457 ergeben haben. Es ist mithin der mittlere Werth dieser Beobachtungen oder 1,0456 multipliziert mit dem Correctionscoefficienten für das richtige spezifische Gewicht des Quecksilbers also $\frac{13,596}{13,557} \times 1,0456$ oder 1,0486 der Werth einer Einheit der B. A. in m. Hg Einheiten oder

$$1 \text{ mHgE} = 0,9536 \text{ B. A. E.}$$

Bei der nachgewiesenen noch bestehenden Unsicherheit des Verhältnisses der B. A. E. zur $10^7 \frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$ Einheit kann man mithin gegenwärtig einen in m. Hg Einheiten ausgedrückten Widerstand durch Abzug von 5 Proc. möglichst genau in 10^{10} faches Weber'sches Maafs oder 10^7 faches $\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$ Maafs verwandeln.

Die historische Uebersicht über die Reihenfolge der Vorschläge von Widerstandsmasssen und die Fortschritte im Gebiete der Widerstandsmessungen, welche Hr. Jenkin seinem Aufsatz vorausschickt, veranlaßt mich noch zu einigen Bemerkungen zur Berichtigung mich betreffender Irrthümer und Uebergangen.

Vollständige Widerstandsscalen von 1 bis 100 reichend mit dem Widerstande eines Kupferdrahtes von einer Linie Durchmesser und einer geographischen Meile Länge bei 20°C. als Einheit sind bereits seit 1848 in gröfser Zahl in dem Berliner Etablissement von Halske und mir angefertigt, vielfach beschrieben und weit verbreitet. Hr. Jenkin sagt: „Bis zum Jahre 1850 waren Widerstandsmessungen bis auf wenige Ausnahmen auf das Laboratorium beschränkt; als aber zu dieser Zeit unterirdische und bald darauf unterseeische Telegraphenleitungen eingeführt wurden, erkannte bald der praktische Ingenieur, von welchem Vortheil ihm bei der Untersuchung und Einrichtung die Kenntniß der Elektrizitätsgesetze wäre.“ Es sollte Hrn. Jenkin bekannt seyn, daß bereits in den Jahren 1847 und 1848 unterir-

dische Leitungen von bedeutender Länge in Deutschland gebaut waren. Bei der Herstellung dieser Leitungen und bei der Ausführung der leider oft nothwendigen Fehlerbestimmungen nach den von mir beschriebenen Methoden hatte der praktische Ingenieur schon damals vielfach Gelegenheit, genaue Widerstandsmessungen auszustellen und den Nutzen der Kenntnisse der Naturgesetze schätzen zu lernen! Vollständige, nach dem Gewichtssysteme eingerichtete, Widerstandescalen von 1 bis 10000 Einheiten in m. Hg wurden schon im Jahre 1859 vielfach bei den Kabelprüfungen, die meinem Bruder Wilhelm und mir in England oblagen, benutzt. Es wird Hr. Jenkin noch in der Erinnerung seyn, daß er selbst die Prüfungen des indischen Kabels in Birkenhead unter meiner Leitung mit Hülfe solcher Scalen ausführte. Er hätte in seiner »historischen Uebersicht« nicht vergessen sollen hervorzuheben, daß bereits in unserem Berichte über das Rothe-Meer-Kabel im Jahre 1859 die Leitungs- und Isolationsverhältnisse desselben in m. Hg Einheiten angegeben waren, und daß die von uns hierbei befolgte Methode *den Widerstand zu messen, welchen die isolirende Hülle dem elektrischen Strome entgegensetzt, und denselben mit dem aus dem specifischen Widerstande des isolirenden Materials berechneten Widerstande zu vergleichen*, die Grundlage des von uns eingeführten rationellen Kabelprüfungssystems bildet, welches mit geringen Abweichungen in Methoden und Instrumenten noch jetzt allgemein in Anwendung ist. Hr. Jenkin hätte ferner den Vortrag ¹⁾ meines Bruders in der 18. Sitzung der *British association* nicht ganz mit Stillschweigen übergehen sollen, in welchem unser System der Kabelprüfungen vor, während und nach der Legung und der Fehlerbestimmung durch *Widerstandsmessungen* erschöpfend behandelt ist. Daß außer den von mir aufgestellten Fehlerbestimmungsmethoden noch andere vorhanden sind, ist mir bisher nicht bekannt geworden. Hinichtlich der in m. Hg Einheit giebt Hr. Jenkin

1) *Outline of the principles and practice involving in dealing with the electrical conditions of Submarine electric telegraphs by Werner and C. W. Siemens, Report of the British association, Oxford 1860.*

Marié Davy — ohne Auführung eines Publicationstitels — die Ehre des Vorschlages des Quecksilbers, als »eines für ein Normalmaafs passenden Materials«, und vindicirt mir nur das Verdienst, »daß meine mit größter Sorgfalt angefertigten Rollen und Apparate die Beobachtung einer strikten Genauigkeit wesentlich gefördert hätten«. Er verschweigt dabei, daß diejenigen, welche schon früher auf Quecksilber als ein geeignetes Material aufmerksam gemacht haben, keine Methode angaben, mit deren Hilfe sich genaue Etalons vermittelt Quecksilbers darstellen ließen.

Hr. Jenkin wird selbst zugeben müssen, daß seine »historische Uebersicht« merkwürdig unvollständig ist!

X. Notiz über die Refraktionsäquivalente und optischen Atomzahlen der Grundstoffe; von Dr. A. Schrauf in Wien.

(Aus den Sitzungsberichten der Wiener Academie, Vol. LII, vom Verfasser mitgetheilt.)

Betrachtet man das Licht als durch die Schwingungen der Materie hervorgebracht, so gelangt man aus mechanischen Gesetzen für jede Kraftäußerung zur Formel

$$\mu^2 = 1 + m \frac{s^2}{\lambda^2} \frac{x_r}{x_r(x_r - x_s)}.$$

Die Größen dieser Formel haben folgende Bedeutung: μ Brechungsexponent, m Masseneinheit, x , verzögernde Kraft; diese drei gelten für den untersuchten Stoff; hingegen s die Vibrationsamplitude, λ die Wellenlänge, x_s die ursprünglich wirkende Kraft für den Ausgangspunkt der Bewegung, den sogenannten leeren Raum. Führt man statt der Masseneinheit des Körpers, Dichte und Volumen und für letztere das Product aus Zahl und Gröfse der physikalischen Atome (welches Product im Nachfolgenden als

optische Atomzahl bezeichnet wird) ein; so folgt nachstehende Gleichung

$$\mu^2 = 1 + ZG \cdot d \frac{e^2}{\lambda^2} \frac{x_0}{x_0(x_0 - x_1)}.$$

Dieser Satz gilt für die Masseneinheit bei beliebigem Volums- oder Dichtigkeitszustand; sollen aber verschiedene Stoffe verglichen werden, so ist es nöthig eine Summe von Masseneinheiten $\Sigma(m)$ einzuführen, welche den Complex des chemisch wirksamen und mit andern Stoffen aequivalenten Körpers bilden; das Aequivalent P ist daher der nöthige Factor, und das hierdurch erhaltene Refractionsaequivalent kann man, da es auf einer der Newton'schen Formel des Brechungsvermögens analogen Gleichung beruht, Newton'sches Refractionsaequivalent nennen.

Die obige Formel lehrt nun die Abhängigkeit der Fortpflanzung des Lichts von dem Quadrate der Wellenlänge, von der Dichte, vom Volumen, oder von der Zahl und GröÙe der Atome, welche letztere Relation die Condensation des Refractionsvermögens bei variablen Molecularzustand erklärt.

Mit Zugrundelegung dieser theoretischen Sätze wurden aus zahlreichen Beobachtungen die Refractionsaequivalente für 37 und zwar die wichtigsten Grundstoffe berechnet. Hier muß ich auf die Originalabhandlung im zweiundfünfzigsten Bande der Sitzungsberichte der Wiener Academie verweisen; die Werthe der reducirten [$\mathfrak{R}(H) = 1$] Refractionsaequivalente sind auch bereits in diesen Annalen Bd. 126, S. 177 mitgetheilt.

Nach Obenerwähntem geben diese Refractionsvermögen auch Zahl und GröÙe der Atome an; denn geht man von dem Satze aus, daß sich die Elemente durch die Anzahl und GröÙe der Einen Materie unterscheiden und durch die Variation dieser Atome erzeugt werden, so kann man die verzögernde Kraft für die verschiedenen Elemente gleich und constant setzen.

Das Resultat dieser Rechnung sind die im Nachfolgenden angegebenen optischen Atomzahlen, welche sich auf

[$ZG(H) = 100$] beziehen und nach der Analogie der Elemente geordnet sind und Reihen mit constanten Factoren bilden.

I.	II.	III.
Fl 7,63	Q 12,25	As 5,98
Br 13,45	S 12,00	N 14,93
J 15,00	Se 37,77	P 15,51
Cl 15,53	S 50,40	As 16,01
		P 60,31
		Sh 62,90

IV.	V.
C 41,75	Al 21,14
Bo 41,71	Be 42,66
	Zr 42,42

VI.	VII. (?)
Sn 16,70 (2)	W 14,49 (2)
Si 31,17 (4)	Cu 15,15 (2)
Ti 56,55 (7)	Cu 27,05 (4)
Si 115,00 (14)	Fe 51,00 (7)

VIII.	IX.	X.
Ag 8,40	Ba 8,30	Hg 9,40
Ka 12,06	Sr 10,19	Cd 10,38
Na 15,96	Pb 12,99	Zn 10,93
Ag 31,25	Ca 16,65	Zn 32,22
Li 48,00	Pb 42,60	Mg 32,25
H 100,00		Hg 49,19
		Mo 50,76

Schließlich erwähne ich, daß die obigen Beobachtungen auch zu weiteren Rechnungen benutzt wurden.

Die Untersuchungen von Biot und Arago ergaben für Gase¹⁾, daß der Zuwachs des Brechungsexponenten dem Dichtigkeitszuwachs proportional sey; ein Satz der sich für Brechungsexponenten nahe der Einheit unmittelbar aus der Newton'schen Formel ergibt, da ja $\mu^2 - 1 = 2(\mu - 1)$ gesetzt werden kann. Diese Formel nun $\frac{\mu - 1}{d}$

1) Biot und Arago, *Mémoires de l'Institut. Paris 1806, P. I, 372.*

ward wieder von Beer in die Wissenschaft eingeführt und in neuerer Zeit mit dem Atomgewicht als Factor ebenfalls als Refractionäquivalent — ich nenne es zur Unterscheidung Biot'sches — aufgestellt. Um nun meinem Nachfolger die Mühe zu ersparen, mit etwas geänderter Formel die Rechnungen Schritt für Schritt — wie dies bei früherer Untersuchung geschehen — wiederholen zu müssen; habe ich auch die auf die Biot'sche Formel basirten Refractionäquivalente berechnet.

Die nachfolgenden Zahlen geben also die directen Werthe $P \frac{n-1}{d}$, wobei die Dichte der Luft als Einheit angenommen ist; bezüglich der Rechnungsmethode verweise ich auf die Originalabhandlung.

Aluminium	f	0,00484	Phosphor	g	0,00970
Antimon	m	0,06424	"	f	0,02431
Arsen	g	0,00804	Quecksilber	g	0,013406
"	f	0,01867	"	f	0,028310
Baryum	f	0,01549	"	m	0,07016
Beryllium	f	0,00848	Sauerstoff	g	0,00391
Blei	f	0,03389	Schwefel	g	0,00787
"	m	0,079	"	f	0,02109
Bor	f	0,00611	Selen	m	0,03421
Brom	f	0,01790	Silber	f	0,01483
Calcium	f	0,00887	"	m	0,03115
Cadmium	f	0,02166	Silicium	f	0,00810
Chlor	g	0,01109	"	m	0,02829
Eisen	m	0,02785	Stickstoff	g	0,00421
Fluor		0,00580	Strontium	f	0,02124
Iod	f	0,02986	Titan	f	0,03319
Kalium	f	0,00872	Wasserstoff	g	0,00202
Kohlenstoff	f	0,00626	Wismuth	f	0,00785
Kupfer	f	0,01441	"	m	0,07149
"	m	0,01883	Wolfram	f	0,02972
Lithium	f	0,00527	Zink	f	0,01892
Magnesium	f	0,01458	"	m	0,02122
Molybdän	f	0,05057	Zinn	f	0,03034
Natrium	f	0,00586	Zirkon	f	0,02512

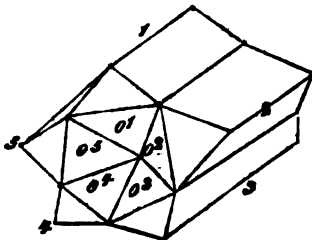
Die hier nur angedeuteten Beziehungen zwischen Materie und Licht werden demnächst in besonderer Schrift erörtert werden.

XI. Ein Zwillingsskrystall von Manganblende; von Dr. Alb. Schrauf.

Das Vorkommen der Manganblende scheint in Europa auf die ungarisch-siebenbürgischen Bergstädte Kapnik, Offenbanya, und Nagyag beschränkt zu seyn. An letzterem Orte tritt Alabandin in Gängen von Grünstein-Porphyr auf Quarz auf, am häufigsten begleitet von Braunspath, Pyrit, Blende, Tetraëdrit, am außer dem gewöhnlichen derben Vorkommen mit körniger Structur finden sich schöne und deutliche Krystalle. Von diesem Fundort nun erhielt ich in letzter Zeit von Hrn. Ministerialsecretär Berghofer hier, zwei Stufen gütigst zur Ansicht, die mich näherer Erwähnung werth dünken.

Die an diesen Stücken beobachteten Krystalle sind zur Hälfte eingewachsen, gegen einen halben Zoll groß, mattglänzend und mit dem bekannten schmutziggrünen Ueberzug bedeckt; sie sind Octaëder, jedoch alle so bedeutend verzogen, daß man ein Prisma mit domatischer Endigung vor sich glaubt. An dem einen Handstück treten mehrere einfache Zwillinge auf, nach dem bereits bekannten Gesetze, daß eine Octaëderfläche die Zwillingfläche bildet. Die Zusammensetzungsfläche ist eine der säulenförmig verzogenen Flächen, so daß der Gesammthabitus in etwas an die Zwillinge von Aragonit erinnert.

Das zweite Handstück enthält ein mineralogisch interessantes Vorkommen, nämlich eine kreisförmige Zwillingaverwachsung von fünf Octaëdern.



Der Krystall in nebenstehender Figur ist auf Quarz aufgewachsen, wie die früheren säulenförmig verzogen, nach jeder Dimension einen halben Zoll groß; vier Individuen sind vollständig ausgebildet, das fünfte nur angedeutet, da

eben an dieser Stelle der Krystall am Muttergestein haftet. Prüft man die Winkel am Krystall, so ergibt sich als Erklärung der Figur, daß fünf Octaëder sich successive so aneinander gelagert haben, daß die linke Fläche der letzten Gestalt mit der rechten der ersten zusammenfällt und den vollständigen Kreis schließt. Letzteres ist eben nur bei einer Combination von 5 Octaëder möglich, denn, da der Octaëderwinkel $70\frac{1}{2}$ Grad beträgt, ist die fünffmalige Repetition annähernd ($357\frac{1}{2}^{\circ}$) hinreichend, den Raum um das Centrum der kreisförmigen Verwachsung auszufüllen. Die Zusammensetzungsflächen sind wie oben die prismatisch verzögerten Octaëderflächen.

XII. Ueber die Meteoriten von Sendhadja in Algerien.

(Mitgetheilt vom Hrn. Grafen Marschall in Wien, nach dem Bericht von Daubrée in d. *Compt. rend.* 1866, Bd. I, S. 72.)

Der Fall ereignete sich am 25. August 1865 zwischen 11 Uhr und Mittag, im Stammgebiet der Sendhadja, im Kreise Annale, 50 Kilometer nördlich von der Stadt, nahe am Bach Oued Souflat.

Die Hauptumstände des Falles sind an Ort und Stelle durch Hrn. Grenade, Geometer des topograph. Dienstes aufgenommen und Hrn. Daubrée mitgetheilt worden. Ein Theil davon ist dem Berichte entlehnt, den Hr. Berg-Ingenieur Vatonne an den Hrn. General-Gouverneur richtete (*Gazette médicale d'Alger*, 25. Oct. 1865; in diesem Berichte ist indess irrig der 21. Juli 1865 als der Tag des Falles angegeben). Ein Eingeborner der in kaum 20 Schritt Entfernung von der Mechta genannt »Gaomar« (Stammgebiet der Ouled Sidi Salem) Augenzeuge des Falles gewesen war, drückte sich wörtlich so darüber aus.

»Es war etwa die Hälfte des Tages als ich, vom Walde heimkehrend, einen starken Knall, wie den einer Anzahl

Kanonem vernahm. Erstbunt schaute ich rings um mich. Es konnte kein Donnerschlag seyn, da kurz vorher der Himmel sehr hell war. Fast in demselben Augenblick vernahm ich ein Brummen (*»ronflement«*) in der Luft. Ich blickte in die Höhe und sah eine Wolke und etwas Schwarzes, was sich gegen meinen Kopf stürzte. Ich sank zusammen, und empfahl meine Seele Gott, erwartend vom dem vom Himmel herabstürzenden Gegenstand zerschmettert zu werden. In demselben Augenblicke aber fiel der Gegenstand neben mir herab und trieb einen Staubwirbel auf. Ich lief dorthin, ganz erstaut noch am Leben zu seyn. Da sah ich nun einen Stein. Als ich ihn aus dem Loch ziehen wollte, das er in den Boden geschlagen, mußte ich zugleich die Hand zurückziehen, denn ich fühlte eine übermäßige Hitze. Ich wartete einige Zeit, dann ging ich andere Leute mit Hauen zu holen, und im Lauf des Abends zogen wir den Stein heraus, der seine Hitze fast ganz verloren hatte. Wir brachen ihn in Stücken um sie sorgsam aufzubewahren und uns damit vor den Chitanes (bösen Geistern) zu schützen; dann brachten wir sie dem Caïd ¹⁾.

Das Stück, welches, als Hr. Grenade den Fallort besuchte, in den Händen des Caïds des Stammes war, machte noch den größten Theil der ursprünglichen Masse aus. Man konnte demnach, mit Hülfe der Aussagen derer, die ihn noch unzerschlagen gesehen hatten, sich von der Gestaltung des Meteoriten im Augenblick seines Falls auf den Boden einen Begriff bilden. Seine, nicht auf einem geometrischen Ausdruck zurückführbare Gestalt, ist mit einem Parallelepipedum mit quadratischer Grundfläche, und in der Mitte etwas verdickt verglichen werden, oder noch genauer, mit einer doppelten Pyramide mit quadratischer Basis, sehr spitzen Ekwinkeln, und an beiden Enden drei

1) Wie die Marabout sagen, werden diese Steine gegen die ungeliebten Chitanes geschleudert; sie sind demnach göttlichen Ursprungs. Aus diesem Grunde beizien sich auch die Marabouts des Stammes Ouled-Sidi-Salem sie aufzusammeln, um sie als schützende Talismane gegen alle böllischen Mächte an sich zu tragen.

Aus in zwei viereckige Endflächen abgestutzt ¹⁾. Die größte Länge war 35 Centimeter, der mittlere Durchschnitt von 22 Centimeter Länge auf 16 Centimeter Breite, jede der fast quadratischen Endflächen hatten im Mittel 11 Centimeter Seite. Das Gesamtgewicht möchte nicht über 25 Kilogram betragen. Das nach Algier gekommene Bruchstück wog 6^{kg} 800.

Das Loch, das der Stein beim Fall in den Boden geschlagen, war 50 Centim. Bis 20 Centimeter war der Boden locker, weiter unten war er ein sehr harter Kalkstein, der dennoch bis 30 Centim. durchgeschlagen worden. Die vollkommene Glätte der Innenwände der Oeffnung zeugt von der Stärke der Reibung.

Der Vergleich des Querschnittes der Oeffnung mit der Gestalt des Meteoriten ergab, dass dieser im Augenblick des Aufschlagens eine seiner Spitzen nach vorwärts gerichtet hatte.

An demselben Tage und zu gleicher Stunde sah man einen Meteoriten im Stammgebiete der Senhadja, Fraction der Beni Ouelben, fallen. Dieser Fallort ist nach Hrn. Grenade von dem ersten um 4,800 Meter entfernt und liegt unter 1° 20' östl. Länge und 36° 27' nördl. Br. Nach den von Hrn. de Ferron am zweiten Fallort gesammelten Auskünften hörte man auch dort einen dem Donner ähnlichen Knall und dann zahlreiche kleinere Explosionen, als würden drei Kanonen zugleich abgefeuert, und deren Kugeln nach allen Richtungen platzen. Bei diesem, unter einem ganz heiteren Himmel unerklärlichen Lärm hob ein Eingeborener seinen Blick und sah in geringer Entfernung den Boden aufspringen und eine Staubwolke aufwirbeln. Er begab sich sogleich an den Ort der Erscheinung, und sah dort im Boden eine leere Höhlung, 30 Centim. tief und mit einer oberflächlichen Oeffnung von 40 Centim. Halbmesser; an einen westlich und oberhalb des Lochs stehenden kleinen Strauch waren die Zweige wie abgeschnitten. Der feste Körper, der dies alles verursacht hatte, musste an dem sehr steilen Abhang des Berges abwärts gerollt seyn. Man fand ihn kurz darauf auf einem Weg unterhalb der Stelle des Falles. Dies zweite Stück soll von ungefähr derselben Größe und von ähnlicher parallelepipedischer Gestalt gewesen seyn. Da die Eingebornen des

1) Zwei Meteoriten, die von Ohaba und von Tabor, zeigen nach der im k. k. Hof-Mineralien-Cabinet zu Wien aufbewahrten Stücken gleiche Form.

Stammes Sandhadja nicht Marabouts sind, wie ihre Nachbarn, so haben sie den Meteoriten ganz aufbewahrt und ihn Hrn. Obristen Renson übergeben, der davon ein 3^{kg},3 schweres Stück nach Algier sandte. Diefes Stück zeigt drei deutlich ebene Flächen, deren zwei fast genau senkrecht aufeinander stehen. Die Durchschnittskante dieser Vorflächen ist kaum abgerundet.

Es scheint sicher, daß noch andere Meteoriten, außerhalb der Stellen, wo besonders günstige Umstände ihre Beobachtung ermöglichten, gefallen, aber wegen der geringen Dichtigkeit der Bevölkerung und der Ungleichheit der Oberfläche unbeachtet geblieben seyen.

Der Meteorit vom 25. August 1865 trägt den unter den Meteoriten häufigsten Typus. Er besteht zum größten Theil aus einer aschgrauen, feinkörnigen, das Glas leicht ritzenden steinigen Substanz, in der zahlreiche metallisch glänzende, häufig mit bloßem Auge wahrnehmbare Körnchen zerstreut liegen. Eine genauere Prüfung zeigte, daß diese Körnchen mehreren unter sich verschiedenen Arten angehören: 1) Nickeleisen, 2) Schwefelkies, 3) Chromeisen.

Nach Vatonne ist die Dichtigkeit des Meteoriten, als Ganzes genommen, = 3,65. Der Meteorit vom 25. August 1865 ist mineralogisch und chemisch einer Reihe anderer Meteoriten sehr ähnlich, namentlich denen von Bachmut (Rußland 1844) Vouillé bei Poitiers (1831); Château-Renard (Dept. du Loiret 1841); New-Concord (N. Amerika, Ohio, 1860) und Tourinnes-la-Grosse (Belgien, 1863).

Die dünne firnisartige Kruste ist, wie gewöhnlich, mattschwarz und leicht gerunzelt. Der innere Theil des Stückes schmilzt unter dem Löthrohr bei Weißgluthhitze zu einem Email von ganz gleichem Ansehen, wie das, was sich während des Weges des Meteoriten durch die Erdatmosphäre gebildet hat. Gleichzeitig mit seiner Bildung hat sich diefs Email von der Oberfläche gegen das Innere eingezogen, wo immer es sehr feine Spalten fand.

Der hier beschriebene Meteorit, gleich vielen anderen, zeigt im Innern fast ebene Flächen, die durch starke wechselseitige Reibung zweier Wände gestreift worden sind, wie man Aehnliches an Erzgängen wahrnimmt.

I. *Ueber die Reibung der Gase;*
von Oskar Emil Meyer.

(Schluß von S. 291.)

§. 3.

Zweite Beobachtungsmethode Graham's.

Eine ganz ähnliche Formel erhält man für die andere Art zu experimentiren, deren sich Graham bei seiner zweiten Arbeit bedient hat¹⁾. Nach dieser Beobachtungsmethode wird das Gas in einem Gefäße comprimirt, das mit einer Capillarröhre oder mit einem Systeme von mehreren Capillarröhren verbunden ist. Läßt man das Gas durch diese Röhre oder dieses Röhrensystem ausströmen, so sinkt der Druck im Compressionsgefäße. Das allmähliche Abnehmen des Druckes wird als Function der Zeit beobachtet.

Um die Geschwindigkeit der Abnahme theoretisch zu bestimmen, verfähre ich fast genau so, wie bei der Discussion der ersten Messungsmethode. Es tritt im Grunde nur der Unterschied ein, daß jetzt der Druck p_1 am Anfange des Rohres veränderlich, der Druck p_2 am Ende desselben aber constant ist, während bei jener Untersuchung sich die Sache umgekehrt verhielt.

Wenn der Versuch so angestellt ist, daß der Druck p_1 hinreichend langsam abnimmt, so darf man wieder die in §. 1 entwickelten Formeln für die Dauer eines Zeitelementes dt als gültig ansehen. Die während dieser Zeit aus dem Compressionsgefäße ausströmende Gasmenge erfüllt

1) Ph. Tr. 1849, p. 359.

demnach unter dem im Gefäße wirkenden Drucke p_1 das Volumen

$$dV_1 = \pi \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_1} \frac{R^4}{8\eta\lambda} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right) dt.$$

Das Ausströmen dieser Gasmasse veranlaßt ein Sinken des Druckes um die unendlich kleine GröÙe dp_1 , welche, wenn das Volumen des Compressionsgefäßes W_1 ist, durch die Gleichung

$$W_1 dp_1 = -p_1 dV_1$$

bestimmt wird.

Also genügt p_1 der Differentialgleichung

$$\frac{2dp_1}{p_1^2 - p_2^2} = -\frac{dt}{B},$$

wenn zur Abkürzung die constante GröÙe

$$\frac{\pi R^4}{8\eta\lambda W_1} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right) = \frac{1}{B}$$

gesetzt wird. Durch Integration erhält man

$$\frac{p_2 t}{\text{Log} \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right)} = B,$$

worin P_1 den Werth bezeichnet, den p_1 zur Zeit $t=0$ zu Anfange des Versuchs besaß. Diese Formel enthält ein dem für die erste Beobachtungsmethode aufgestellten vollkommen analoges Gesetz.

Sind statt einer Röhre mehrere, zu einem Systeme verbunden, in Anwendung gebracht, so ist diese Formel nur in so weit zu ändern, als die Constante B geändert wird. Es wird dann

$$\frac{1}{B} = \frac{\pi}{8\eta W_1} \sum \frac{R^4}{\lambda} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right),$$

wenn das Zeichen \sum eine Summirung in Bezug auf die verschiedenen Werthe der Dimensionen R und λ der Röhren und ihres Gleitungscoëfficienten ζ andeutet.

Zur Prüfung der erhaltenen Formel durch die Erfahrung wende ich sie auf drei Beobachtungsreihen an, welche Graham über die Strömung von Sauerstoff, Luft und Kohlensäure mit einem Röhrenbündel P , bestehend aus 30 sehr

feinen Capillarröhren, angestellt hat¹⁾. Bei diesen Versuchen war im Mittel der vom Barometer angezeigte Druck der äußeren Luft

$$p_1 = 30'', 13 \text{ engl.}$$

und das Thermometer stand auf

$$\vartheta = 66^\circ F = 18^\circ, 9 \text{ C.}$$

Die Resultate von Beobachtung und Rechnung enthält folgende Tabelle, in der die mit *A* überschriebenen Columnen die nach der Theorie constante Gröfse

$$A = \frac{B}{p_1} \text{ Log. nat. } 10$$

für jedes der drei Gase enthalten.

$p_1 - p_2$	Sauerstoff		Luft		Kohlensäure	
	t	A	t	A	t	A
20"	0"		0"		0"	
15	240,7	2480	217,0	2240	178,0	1840
10	593,0	2440	533,0	2190	438,0	1800
8	794,3	2420	714,0	2180	586,0	1790
6	1060,0	2410	952,5	2170	781,0	1780
4	1439,7	2390	1352,5	2250	1059,5	1760
2	2089,7	2350	1876,5	2110	1534,0	1720

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen ist bei weitem nicht so groß, wie bei den nach der ersten Methode angestellten Beobachtungen. Der Grund dieser Abweichung liegt vielleicht in Unregelmäßigkeiten der Röhren des zu dem Versuche benutzten Bündels, wahrscheinlicher aber in einem Umstande, den ich sogleich erläutern will.

Vorher wende ich die obige theoretische Formel noch auf eine Versuchsreihe an, bei welcher der constante Druck

$$p_2 = 0$$

war, oder wenigstens nahezu gleich null. Setzt man in die Formel diesen Werth ein, so nimmt sie die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ an, welche auf die Gleichung

$$\frac{t p_1 p_1 t}{p_1 - p_1} = B$$

1) Tabelle V, VI und VII. Ph. Tr. 1849, S. 360 und 361.

reducirt werden kann. Man hat also für diese Versuche

$$\frac{p_1 t}{P_1 - p_1} = G,$$

wo G eine nur vom Apparate und von der Beschaffenheit des Gases abhängende Constante bezeichnet, welche durch die Gleichung

$$\frac{1}{G} = \frac{\pi P_1 R^4}{16 \eta l W} \left(1 + 4 \frac{t}{R}\right)$$

bestimmt wird.

Dieses einfache Gesetz prüfe ich durch die Beobachtungen¹⁾, welche Graham mit ölbildendem Gase und atmosphärischer Luft ausgeführt hat. Bei diesen Versuchen strömte das Gas aus einem Gefäße, in welchem es anfangs unter dem Drucke einer Atmosphäre stand, in den Recipienten einer Luftpumpe, der durch anhaltendes Pumpen nahezu luftleer erhalten wurde. Die eingeführten Voraussetzungen sind also möglichst genau erfüllt. Die Temperatur betrug $67^\circ \text{ F.} = 19^\circ,4 \text{ C.}$; das Barometer stand auf $30''{,}034$. Die angewandte Capillarröhre war die Röhre M von 52,5 Zoll Länge und 0,2 bis 0,3 Millimeter Durchmesser. Die mittleren Resultate und die aus denselben berechneten Werthe der Größe G enthält nachstehende Tabelle.

Ölbildendes Gas			Luft	
p_1	t	G	t	G
30''	0''		0''	
25	191	955,0	327	1635
20	467	934,0	807	1614
18	619	928,5	1074	1611
16	806	921,1	1389,5	1588
14	1048	917,0	1820,5	1593
12	1366,5	911,0	2378,5	1586
10	1812,5	906,3	3150,5	1573

Es zeigt sich in derselben ein ähnliches Abnehmen der Zahlenwerthe, wie in der zuerst mitgetheilten Tabelle.

Für dasselbe läßt sich leicht eine befriedigende Erklärung

1) Tabelle XII. *Phil. Tr.* 1849, p. 348.

rung geben. Durch die fortdauernde Verdünnung des Gases wird dieses abgekühlt, und dadurch wird sein Reibungscoefficient geändert, weil derselbe eine Function der Temperatur ist. Nach der Maxwell'schen Theorie wächst er mit steigender Temperatur; er wird also, wenn diese Theorie richtig ist, bei diesen Versuchen fortwährend abnehmen; also wird die Strömungsgeschwindigkeit weniger rasch abnehmen als der treibende Druck, oder, was dasselbe ist, die Zeiten t wachsen weniger rasch als die angegebene theoretische Formel verlangt; die Werthe von G werden also abnehmen, wie sie es in der That thun.

Um diese Erklärung weiter als in allgemeinen Zügen zu prüfen, bedürfen wir einer Gleichung aus der mechanischen Theorie der Wärme

$$dQ = c \frac{\partial \vartheta}{\partial p} dp + c' \frac{\partial \vartheta}{\partial \rho} d\rho$$

oder derjenigen Differentialgleichung, welche den Zusammenhang zwischen der in einem Gase enthaltenen Wärme Q und seiner Temperatur ϑ darstellt; in derselben bezeichnet c die spezifische Wärme des Gases bei constantem Volumen, c' dieselbe bei constantem Drucke; p und ρ haben die bisherige Bedeutung, Druck und Dichtigkeit. Die durch Zuführung der unendlich kleinen Wärmemenge dQ hervorbrachte Temperaturerhöhung ist

$$d\vartheta = \frac{\partial \vartheta}{\partial p} dp + \frac{\partial \vartheta}{\partial \rho} d\rho.$$

Nach dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac ist nun

$$p = k\rho(1 + \alpha\vartheta).$$

und hieraus

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial p} = \frac{1}{k\alpha} \frac{1}{\rho};$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \rho} = -\frac{1}{k\alpha} \frac{p}{\rho^2}.$$

Aus diesen Gleichungen, zusammen mit den oben für die Strömung aufgestellten, wäre die Aenderung von ϑ als Function der Zeit darzustellen.

Nun aber fehlt die Kenntniß der GröÙe dQ , es läßt sich nicht bestimmen, wieviel Wärme dem durch die Druckverminderung abgekühlten Apparate von außen zugeführt worden ist. Diese Unkenntniß wurde bei der bisherigen Berechnung durch die Annahme ersetzt, daß die Temperatur constant geblieben, also

$$d\vartheta = 0$$

zu setzen sey. Es ist also angenommen worden, daß so viel Wärme von außen durch Leitung zugeführt worden sey, wie erforderlich gewesen wäre, die Temperatur constant zu erhalten. In Wirklichkeit ist nicht soviel zugeführt worden. Ich begehe einen Fehler im entgegengesetzten Sinne, wenn ich annehme, es sey gar keine Wärme durch Leitung zugeführt, also es sey

$$dQ = 0.$$

Die Wahrheit wird zwischen beiden extremen Annahmen in der Mitte liegen.

Verfolgen wir die Consequenzen der letzteren, so wird

$$0 = c \frac{\partial \phi}{\partial p} dp + c' \frac{\partial \phi}{\partial \rho} d\rho;$$

und wegen dieser Gleichung

$$d\vartheta = \frac{\partial \phi}{\partial p} \left(1 - \frac{c'}{c}\right) dp;$$

dann nach Substitution des Werthes

$$d\vartheta = \frac{1}{k\alpha} \frac{c' - c}{c'} \frac{dp}{\rho}.$$

oder

$$\frac{\alpha d\vartheta}{1 + \alpha\vartheta} = \frac{c' - c}{c'} \frac{dp}{p}.$$

Bezeichne ich zur Abkürzung

$$\frac{c' - c}{c'} = n,$$

so folgt durch Integration

$$1 + \alpha\vartheta = h p^n,$$

wo h eine Constante bezeichnet. Sind θ und P die Werthe von Temperatur und Druck zu Anfange des Versuches, so ist ebenso

$$1 + \alpha\theta = h P^n,$$

und hieraus durch Elimination von h

$$\frac{1 + \alpha \vartheta}{1 + \alpha \theta} = \left(\frac{p}{P}\right)^n.$$

Durch diese Gleichung ist die Temperatur als Function des abnehmenden Druckes bestimmt.

Dieses Resultat wende ich auf die obigen Formeln an und führe zugleich als Hypothese das Ergebniss der Maxwell'schen Theorie

$$\eta = \eta_0 \sqrt{1 + \alpha \vartheta}$$

ein, indem ich unter η_0 den Werth des Reibungscoëfficienten bei 0° verstehe. Von der Aenderung des Coëfficienten ζ mit der Temperatur aber sehe ich ab, und dies glaube ich thun zu dürfen, weil ζ als kleine GröÙe nur geringen Einfluss üben kann.

Nach dem früheren ist, wenn $p_2 = 0$ ist,

$$-\frac{dp_1}{p_1^2} = dt \frac{\pi R_1}{16\eta \lambda W_1} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right);$$

und hierin ist unter Anwendung der beiden letzten allgemeinen Formeln auf das vorliegende specielle Problem zu setzen

$$\eta = \eta_0 \sqrt{1 + \alpha \vartheta} = \eta_0 \left(\frac{p_1}{P}\right)^{\frac{n}{2}} \sqrt{1 + \alpha \theta}.$$

Dadurch wird erstere Gleichung

$$-\left(1 - \frac{n}{2}\right) \frac{P_1^{1-\frac{n}{2}}}{p_1^{2-\frac{n}{2}}} dp_1 = \frac{dt}{H}$$

wenn die constante GröÙe

$$\left(1 - \frac{n}{2}\right) \frac{\pi P_1 R_1^4 \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right)}{16 \lambda W_1 \eta_0 \sqrt{1 + \alpha \theta}} = \frac{1}{H}$$

gesetzt wird; und es wird durch Integration

$$\frac{P_1^{1-\frac{n}{2}}}{p_1^{1-\frac{n}{2}}} - 1 = \frac{t}{H}$$

oder

$$\frac{t p_1^{1-\frac{n}{2}}}{p_1^{1-\frac{n}{2}} - p_1^{1-\frac{n}{2}}} = H,$$

also gleich einer Constanten. Diese Formel tritt an die Stelle der früheren, in welche sie übergeht, wenn n vernachlässigt wird.

Nun ist für atmosphärische Luft $n = 0,41$. Ich setze daher

$$\frac{n}{2} = 0,21.$$

Berechne ich mit diesem Werthe H aus den zuletzt besprochenen Beobachtungen, so erhalte ich die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe; denselben füge ich zur Vergleichung die schon angegebenen von G , welche unter der Voraussetzung constanter Temperatur berechnet worden sind, wieder bei.

p_1	t	H	G	Mittel
30"	0"			
25	327	2130	1635	1882
20	807	2137	1614	1875
18	1074	2160	1611	1885
16	1389,5	2159	1588	1873
14	1820,5	2204	1593	1898
12	2378,5	2239	1586	1912
10	3150,5	2280	1573	1926

Es zeigt sich, wie es sich theoretisch voraussehen liefs, dafs die beiden extremen Voraussetzungen zu Zahlenreihen von entgegengesetztem Verhalten geführt haben; H nimmt ebenso zu, wie G ab, so dafs das Mittel aus beiden fast constant ist. Man wird also annehmen können, dafs bei vollkommen strenger Berechnung der Versuche man zu vollkommen constanten Resultaten gekommen seyn würde. Die besprochenen Anomalien scheinen demnach in dem angegebenen Grunde ihre richtige Erklärung zu finden.

Auffallend bleibt nur, dafs diese Anomalien sich nur

bei der zweiten Graham'schen Beobachtungsmethode zeigen und nicht auch bei der ersten. Man sollte sie auch bei dieser vermuthen. Denn bei Anwendung dieser Methode verdichtet sich das Gas bei seiner Strömung, wie es bei der zweiten Methode verdünnt wird; es müßte also eine störende Erwärmung eintreten, wie ich soeben eine störende Abkühlung angenommen habe.

Es findet aber ein wesentlicher Unterschied statt. Die Abkühlung bei der zweiten Methode tritt nämlich theils in dem Compressionsgefäße, also vor dem Eintritte in die Röhre ein, theils in der Röhre selbst. Bei der ersten Methode aber findet die Erwärmung theils in der Röhre statt, theils nach dem Austritte aus derselben in dem Recipienten, in welchem sich das Gas sammelt. Diese letztere Erwärmung im Recipienten wirkt nicht störend auf den Versuch, und von der im Rohre eintretenden glaube ich annehmen zu dürfen, daß sie sofort durch Wärmeleitung nach außen wieder ausgeglichen wird. Dann ist also die im vorigen Paragraphen für diese Methode entwickelte Theorie streng richtig, und nur für die zweite Methode ist eine Correction wegen der Temperaturänderung nöthig. Von dieser darf dann, wie es geschehen ist, der Theil vernachlässigt werden, der aus der im Rohre eintretenden Abkühlung sich herschreibt.

§. 4.

Reduction auf absolutes Maas. Äußere Reibung.

Abgesehen von einzelnen Abweichungen, die in den Fehlern der Apparate und der Messungen ihre genügende Erklärung finden, zeigen die in den vorigen Paragraphen aus Graham's Beobachtungen hergeleiteten Zahlen, daß das Poiseuille'sche Gesetz auch für die Strömung von Gasen durch Capillarröhren gültig bleibt. Wenigstens wird dieses Gesetz in Hinsicht auf zwei Punkte durch die Erfahrung bestätigt, sowohl was die Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit vom treibenden Drucke, als auch von der Länge der Röhre betrifft. Doch bleibt ein wichtiger

Punkt unerledigt, und der ist leider aus Graham's Beobachtungen nicht zu beweisen, nämlich das Gesetz, nach welchem die mittlere Geschwindigkeit von dem Durchmesser der Röhre abhängt.

Es ist freilich durch die bisher gegebenen Vergleichungen zwischen Theorie und Erfahrung als bewiesen anzusehen, daß die Constante der inneren Reibung der Gase von dem Drucke unabhängig ist. Wir bekommen aber durch dieselben keine Aufklärung über den absoluten Werth jener Constanten, noch auch darüber, ob außer der inneren Reibung der Gase noch eine äußere anzunehmen ist, oder mit anderen Worten, ob die Gase an der Oberfläche der festen Körper haften oder an derselben gleiten. Diese Fragen wären durch eine vollständige Prüfung des Poiseuille'schen Gesetzes zu beantworten.

In meiner ersten Abhandlung über diesen Gegenstand habe ich mich für die Ansicht ausgesprochen, daß die Luft an festen Körpern so fest haften, daß an der Oberfläche keine Gleitung stattfindet. Ich habe diese Ansicht unterstützt durch Beobachtung der Schwingungen zweier Apparate, deren einer messingene, der andere gläserne Scheiben trug. Es zeigte sich, daß die Luft auf beide Apparate trotz ihrer verschiedenen Substanz mit gleich starker Reibung wirkt. Ich habe hieraus geschlossen, daß die Constante der äußeren Reibung der Luft an festen Körpern E einen sehr bedeutenden Werth besitze, und daß demgemäß die Gleitungsconstante

$$\zeta = \frac{\eta}{E}$$

eine sehr kleine GröÙe sey.

Selbstverständlich hat diese GröÙenbestimmung nur relative Bedeutung, und es kommt in jedem Falle auf die stattfindenden Bedingungen an, ob die GröÙe ζ vernachlässigt werden darf. Wenn dies bei der Berechnung von Schwingungsbeobachtungen ohne merklichen Fehler geschehen konnte, so folgt daraus noch nicht, daß es auch für Messungen der Luftströmung in engen Röhren gestattet

ist. Dieß letztere ist im Gegentheile sehr zweifelhaft; denn in der in §. I. aufgestellten Formel, welche das Poiseuille'sche Gesetz als speciellen Fall enthält, kommt ζ mit dem Factor $\frac{1}{R}$ behaftet vor, der einen sehr bedeutenden Werth hat, wenn der Radius R des Rohres, wie es bei den Experimenten der Fall ist, klein ist. Dagegen würde bei Beobachtungen, die nach der Coulomb'schen Schwingungsmethode ausgeführt sind, die Berücksichtigung des Gleitens der Luft an den festen Theilen des Apparats nur einen sehr geringen Einfluß auf das Resultat der Rechnung ausüben; denn es würde dadurch in die der Berechnung zu Grunde gelegte Formel ein von ζ abhängendes Correctionsglied eingeführt, welches dem Radius der angewandten Scheibe annähernd umgekehrt proportional, also sehr klein ist. Man ist demnach bei Anwendung dieser Methode weit eher berechtigt, die Gleitungsconstante ζ zu vernachlässigen oder, was auf dasselbe hinauskommt, die Constante E der äußeren Reibung der Luft an festen Körpern als eine GröÙe von bedeutendem Werthe anzusehen, als dieses bei der Untersuchung der Strömung in Röhren geschehen darf.

Trotz dieser Zweifel versuche ich aber zunächst, ob auch bei Versuchen dieser Art die Gleitung der Luft an der Röhrenwand vernachlässigt werden darf. Ich setze also das Poiseuille'sche Gesetz als vollständig gültig voraus und berechne nach demselben aus Graham's Beobachtungen die innere Reibungsconstante der Luft.

Nun sind aber sehr wenige unter den Beobachtungen zu diesem Zwecke geeignet, weil die nöthigen Angaben über die Weite der Röhren fehlen. Es ist freilich von mehreren Röhren gesagt, wie viel Quecksilber sie fassen; aber theils ist, wie bei den etwa 20 Fuß langen Röhren E und H , diese Messung an nur zolllangen Bruchstücken ausgeführt worden, ohne daß eine Prüfung ihrer gleichförmigen Weite vorgenommen wäre; theils waren die

Röhren, wie die Röhre *K*, nicht cylindrisch, sondern von platter Oeffnung¹⁾. Bei der oben besprochenen Kupfer-
röhre ist freilich ebenfalls eine Messung des Durchmessers
mitgetheilt, aber diese Messung muß einen zu kleinen
Werth geliefert haben; denn sie ist nicht an der Röhre
selbst ausgeführt worden, sondern an einem Eisendraht,
welcher beim Ziehen der Röhre als Dorn in derselben
steckte; und dieser war, nach der ganzen Beschreibung zu
schließen, unzweifelhaft dünner, als die Röhre weit. Aus
diesen Gründen sind zu jenem Zwecke nur die Beobachtun-
gen zu verwerthen, welche mit der Röhre *C* ausgeführt sind.
Der Durchmesser ist durch Wägung des Quecksilbers be-
stimmt worden, das die ganze Röhre füllte, ehe sie in ihre
drei Stücke zerbrochen wurde. Es ergab sich auf diese
Weise der Durchmesser

$$2R = 0,00539$$

in englischen Zollen. Wegen der geringen Länge der
Röhre — alle drei Stücke zusammen 7 Zoll — ist eine
merkliche Ungleichheit der Weite nicht zu fürchten.

In §. 2. ist aus den mit dieser Röhre angestellten Beob-
achtungen eine GröÙe *D* berechnet, welche die Bedeutung
hat, daß

$$\frac{1}{D} = \frac{\pi p_1 R^4}{8\eta} \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right)$$

ist, welche also bei Vernachlässigung von ζ

$$D = \frac{8\eta}{\pi p_1 R^4}$$

wird. Die Mittelwerthe dieser GröÙe sind nach der dort
mitgetheilten Tabelle: (S. 279):

- 1) Die Theorie läßt sich freilich leicht auf ein Rohr von elliptischem
Querschnitte ausdehnen; zur Berechnung der Versuche genügt dann aber
nicht die Kenntniß des Querschnitts, sondern beider Axen. Das Poi-
seuille'sche Gesetz lautet dann für $\zeta = 0$

$$P = \pi t \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p} \frac{1}{8\eta l} \frac{2a^3 b^3}{a^2 + b^2}, \quad 16$$

wo *a* und *b* die Halbachsen der Ellipse sind. (Vergl. E. Mathieu,
Compt. rend. T. 57, p. 320.)

	Erste Reihe $\lambda = 1''$	Zweite Reihe $\lambda = 2''$	Dritte Reihe $\lambda = 4''$
Luft	$D = 22,51$	$D = 19,90$	$D = 19,98$
Sauerstoff	21,72	22,11	22,37
Wasserstoff	10,08	9,74	—
Kohlensäure	20,84	—	—

Berechne ich aus diesen Zahlen nach der soeben angegebenen Formel, also unter Vernachlässigung von ζ , den Werth von η , so finde ich, unter Rücksicht auf die an D noch anzubringende Reduction auf natürliche Logarithmen und auf absolute Werthe des Druckes, folgende Werthe dieser GröÙe, bezogen auf Centimeter und Zeitsekunden.

	Erste Reihe	Zweite Reihe	Dritte Reihe
Luft	$\eta = 0,000206$	$\eta = 0,000177$	$\eta = 0,000178$
Sauerstoff	0,000216	0,000197	0,000199
Wasserstoff	0,000088	0,000087	—
Kohlensäure	0,000182	—	—

Die Zahlen der ersten Reihe verdienen, wie bereits bemerkt, wegen der geringen Länge der Röhre $\lambda = 1$ Zoll wenig Vertrauen; die der zweiten und dritten Reihe sind in guter Uebereinstimmung.

Vergleicht man aber den gefundenen Werth der Reibung der atmosphärischen Luft

$$\eta = 0,000178$$

mit denjenigen, welche aus der Beobachtung des Einflusses der Luft auf Pendelschwingungen hergeleitet sind, so findet sich wenig Uebereinstimmung. Stokes hat aus Baily's Messungen berechnet¹⁾

$$\eta = 0,000104;$$

aus Bessel's Bestimmungen habe ich erhalten²⁾

$$\eta = 0,000275,$$

noch gröÙere Werthe aus den Beobachtungen Girault's, und aus meinem eigenen Werthe, welche mit Bessel's Bestimmung in genügender Uebereinstimmung sind. Von der Stokes'schen Berechnung habe ich nachgewiesen, daß

1) Siehe meine erste Abhandlung. Pogg. Ann. Bd. 125, 193.

2) Ebendasselbst S. 195.

die ihr zu Grunde liegenden Hypothesen nicht mit hinlänglicher Genauigkeit erfüllt sind; ich habe mich daher für die Bessel'sche Bestimmung als für die richtigste entschieden. Die neue Bestimmung aus Graham's Beobachtungen ist beträchtlich kleiner ausgefallen.

Diese Abweichung aus den Fehlern der Beobachtungen zu erklären, scheint mir nicht wohl möglich zu seyn; vielmehr glaube ich, daß sie in den nur angenähert richtigen Voraussetzungen der theoretischen Berechnung ihren Grund findet. Diese Voraussetzungen sind entweder solche, welche in die Theorie des einen oder des anderen Experiments mathematischer Schwierigkeiten wegen eingeführt worden sind, oder es ist die Vernachlässigung der äußeren Reibung.

Der erstere Punkt trägt vermuthlich viel zur Vermehrung der Abweichung bei. Denn die Bestimmung der Reibung aus Schwingungsbeobachtungen liefert wegen der Ungenauigkeit der Theorie zu große Werthe der Reibung, während wahrscheinlich aus Beobachtungen der Strömung durch Röhren wegen der nur angenäherten und nicht allgemeinen Gültigkeit des Poiseuille'schen Gesetzes zu kleine Werthe erhalten werden¹⁾. Man hat aber bis jetzt keinen Grund, die Ungenauigkeit der theoretischen Analyse beider Beobachtungsmethoden für so groß zu halten, daß durch sie jene starke Abweichung erklärt werde. Ich suche daher den Grund derselben einstweilen lieber in der Vernachlässigung der äußeren Reibung.

Ziehe ich diese äußere Reibung der Luft jetzt in Rechnung, so gewinnt die berechnete Zahl 0,000178 die Bedeutung

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}} = 0,000178$$

wenn ζ die Gleitungsconstante der Luft an der Glasröhre bezeichnet. Setze ich dann nach Bessel's Bestimmung

$$\eta = 0,000275,$$

1) S. o. in der Einleitung dies. Abh. S. 258.

so erhalte ich für den Gleitungscoefficienten den Werth

$$\zeta = 0,000935$$

in Centimetern; und hieraus folgt der Reibungscoefficient von Luft gegen Glas

$$E = 0,295$$

ebenfalls in Centimetern.

Es ist nicht ohne Interesse, den Werth des gefundenen Gleitungscoefficienten ζ der Luft gegen Glas mit denjenigen zu vergleichen, welche Helmholtz für Wasser berechnet hat ¹⁾. Aus der Combination eines Versuches von Girard mit den Resultaten Poiseuille's hat er den Werth berechnet, der die Gleitung von Wasser an Kupfer bestimmt, und gefunden

$$\zeta = 0,0398$$

Centimeter; ferner hat er aus Versuchen von v. Piotrowski geschlossen, daß die Reibung zwischen Wasser und Gold von einem Gleitungscoefficienten

$$\zeta = 0,235$$

Centimeter abhängt. Durch die Vergleichung dieser Zahlen mit der für Luft gefundenen beträchtlich kleineren Zahl zeigt sich, daß die Luft am Glase unverhältnißmäßig fester haftet, als Wasser an Metallen. Diese Folgerung ist mit der Erfahrung in vollkommener Uebereinstimmung, und hierin liegt eine gewisse Bürgschaft für die Richtigkeit der Zahlen.

§. 5.

Abhängigkeit der Reibung von der Temperatur.

Einen besonderen Grund für die Nothwendigkeit, bei Strömungsversuchen einen Einfluß der äußeren Reibung der Luft an der Röhrenwandung anzunehmen, finde ich noch in der eigenthümlichen Art, wie die Strömungsgeschwindigkeit von der Temperatur abhängt.

Nach Maxwell's Theorie soll die Reibung der Gase mit der Temperatur zunehmen und zwar so, daß der Coefficient der inneren Reibung der Quadratwurzel aus der

1) Wiener Sitzungsberichte Bd. 46, S. 656, 1860.

sogenannten absoluten Temperatur proportional ist oder auch proportional der GröÙe

$$\sqrt{1 + \alpha \vartheta},$$

in welcher α den Ausdehnungscoefficienten der Gase, ϑ die Temperatur bezeichnet. Nach der in §. 1 dieser Abhandlung entwickelten Theorie ist nun die Zeit, welche ein bestimmtes Gasvolumen braucht, durch eine Röhre zu strömen, dem Reibungscoefficienten desselben proportional, oder strenger der GröÙe

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}},$$

welche sich bei Vernachlässigung von ζ in den Reibungscoefficienten η verwandelt. Ist also diese Vernachlässigung gestattet, so würde sich nach diesen theoretischen Betrachtungen ergeben, daß die Strömungszeit eines Gases der GröÙe

$$\sqrt{1 + \alpha \vartheta}$$

proportional oder der Quadratwurzel aus seiner Dichtigkeit umgekehrt proportional seyn würde.

Jene Vernachlässigung von ζ wird aber zweifelhaft, wenn der Radius R der Röhre sehr klein ist. Denn es ist

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}} = \frac{RE\eta}{4\eta + RE},$$

und diese GröÙe verwandelt sich, wenn R sogar so klein ist, daß es gegen

$$\zeta = \frac{\eta}{E}$$

vernachlässigt werden darf, in die kleine GröÙe

$$\frac{1}{4} RE.$$

Dann wäre also bei sehr engen Röhren die Strömungszeit eines Gases nicht der inneren Reibung desselben η , sondern seiner äußeren E an der Röhrenwandung proportional.

Wenn nun beide Coefficienten η und E in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur nicht demselben, sondern

verschiedenen Gesetzen folgen, so würde die Geschwindigkeit eines durch eine sehr enge Röhre strömenden Gases von der Temperatur einen anderen Einfluß erleiden, als die Geschwindigkeit desselben Gases in einer etwas weiten Röhre.

Dieses merkwürdige Verhalten hat Graham wirklich beobachtet¹⁾, Ich glaube hieraus schließen zu müssen, daß das letzte Raisonement der Begründung nicht enthält. Ich schliesse also erstens, daß die Gleitungsconstante ζ eines Gases an Glas einen Werth hat, der für Versuche dieser Art nicht vernachlässigt werden darf; und zweitens schliesse ich, daß diese Gleitungsconstante ζ sich mit der Temperatur in einem anderen Verhältnisse ändert als die Constante η der inneren Reibung der Luft.

Graham's Beobachtungen haben zunächst das allgemeine Resultat geliefert, *daß kalte Luft rascher transpirirt wird als warme*²⁾, obwohl erstere dichter ist als letztere. Hieraus folgt also, *daß der Reibungscoefficient warmer Luft größer ist als der kalter*, wie es Maxwell's Theorie verlangt.

Ferner beobachtete er bei einer Röhre K von der Weite der gewöhnlich angewandten, *daß die Transpirationszeiten bei verschiedenen Temperaturen nahezu im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln aus der Dichtigkeit der Luft bei diesen Temperaturen stehen*. Es wurde gefunden:³⁾

Temperatur	Strömungszeit	$\frac{t}{\sqrt{1+\alpha\theta}}$
$\theta = 41^\circ \text{ F.} = 5^\circ \text{ C.}$	$t = 794'',7$	787,5
$\theta = 58^\circ \text{ F.} = 14^\circ,4 \text{ C.}$	$t = 814''$	793,3

Die berechneten Werthe der letzten Columnne stimmen also in der That bis auf weniger als 1 Proc. überein und bestätigen innerhalb dieser Gränze die Maxwell'sche Theorie auch in diesem Punkte.

1) *Phil. Tr.* 1849, p. 387.

2) *Phil. Tr.* 1846, p. 593, 2; 1849, p. 386.

3) *Phil. Tr.* 1846, p. 593, 2.

Dieses Resultat seiner ersten Untersuchung modificirt Graham in seiner zweiten Abhandlung dahin, daß nur für *weitere* Röhren die Strömungszeit der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit bei verschiedenen Temperaturen umgekehrt proportional sey. Er führt noch einige Beobachtungsreihen ¹⁾ an, die mit der Glasröhre *M* und der Kupferröhre ausgeführt sind. Die Resultate derselben und ihrer Berechnung sind folgende.

Röhre *M*.

Beobachtete Werthe der Strömungszeit.

Temp.	Luft	Kohlensäure	Wasserstoff
32° F.	1054",1	857",9	545",4
59	1092",8	897",4	557",8
86	1133",4	931",5	577",7
113	1175",7	969",4	598",8
140	1211	993",9	615",9

Berechnete Werthe der auf 0° C. reducirten Strömungszeit $\frac{t}{\sqrt{1+\alpha\theta}}$.

Temp.	Luft	Kohlensäure	Wasserstoff
0° C.	1054,1	857,9	545,4
15	1063,9	873,7	548,1
30	1075,8	884,1	547,1
45	1089,3	898,1	554,8
60	1096,4	899,8	557,6

Kupferröhre.

Temperatur		Strömungszeit von Luft	
		beobacht.	reducirt
60° F.	15°,6 C.	853"	829,7
116	46,7	899	830,7
152	66,7	924,5	828,8

Röhre *M*.

Temperatur		Strömungszeit von Luft	
		beobacht.	reducirt
59° F.	15° C.	1106,5	1077,3
203	95	1286,4	1107,9

1) *Phil. Tr.* 1849, p. 386—88.

Man sieht aus diesen Zahlen, daß meistens die angebrachte Reduktion durch Division durch die Quadratwurzel aus $1 + \alpha \theta$ nicht vollkommen ausreicht, aber doch annäherungsweise genügt.

Das Verhalten gestaltet sich aber wesentlich anders bei Röhren von sehr geringer Weite. Bei solchen ist die Strömungszeit nicht der Quadratwurzel aus der der Temperatur entsprechenden Dichtigkeit, sondern dieser Dichtigkeit selbst umgekehrt proportional. Es findet also bei solchen Röhren kein Unterschied statt zwischen dem Einflusse einer Dichtigkeitsänderung durch eine Aenderung der Temperatur und dem einer Veränderung der Dichtigkeit durch eine Aenderung des Druckes.

Dieses ergibt sich namentlich aus Beobachtungen, die mit einer Röhre V angestellt sind. Diese Röhre war nur 3" lang, aber so eng, daß sie fast 200fach stärkeren Widerstand bot als die Kupferröhre von 11'8" Länge. Es wurde nach der zweiten Beobachtungsmethode (s. oben §. 3) experimentirt. Ich habe daher aus den Beobachtungsdaten die nach der Theorie constante Gröfse

$$A = \frac{t}{\text{Log} \left(\frac{p_1 + p_2}{p_1 - p_2} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right)}$$

berechnet. Die Resultate enthält folgende Tabelle. Der Barometersdruck betrug $p_2 = 29''57$.

Temp. 50° F. = 10° C.				Temp. 203° F. = 95° C.			
$p_1 - p_2$	t	A		t	A		
17	0"			0"			
16	1370	65270		2329	111000		
15	2815	65160		4771	110400		
14	4350	64760		7372	109600		
	Mittel	65060		Mittel	110300		

Die erhaltenen Werthe erweisen sich also für jede Versuchsreihe sehr nahe constant, aber sehr beträchtlich mit der Temperatur veränderlich. Die theoretische Bedeutung dieser Zahlenwerthe ist nun leider nicht vollkommen klar; denn es ist nicht angegeben, ob bei den Versuchen bei hoher

Temperatur der ganze Apparat erwärmt wurde oder bloß die Röhre; es ist also zweifelhaft, ob das Gas seine Temperatur bereits im Reservoir vor der Bewegung erhielt, oder erst während der Bewegung in der Röhre. Dies macht für Versuche dieser Art einen Unterschied, während für die oben besprochenen Versuche nach der anderen Methode dieser Punkt gleichgültig ist. Die zu Anfang des §. 3 angeführte Formel

$$W_1 dp_1 = -p_1 dV_1$$

enthält nämlich die Voraussetzung, daß das in der Zeit dt ausgeströmte Volumen dV_1 dieselbe Temperatur besaß, als es sich in dem Raume W_1 des Compressionsgefäßes befand. Wird aber das Gas erst in der Röhre auf die Temperatur θ gebracht, so ist statt dieser Formel zu setzen

$$\frac{W_1 dp_1}{1 + \alpha\theta} = -\frac{p_1 dV_1}{1 + \alpha\theta},$$

wenn θ die Temperatur des Compressionsgefäßes ist. Dadurch wird die Bedeutung der Constante A

$$\frac{1}{A} = \frac{\pi p_1 R^4 \left(1 + 4 \frac{\zeta}{R}\right)}{8\eta l W_1 \text{Log nat } 10} \frac{1 + \alpha\theta}{1 + \alpha\theta},$$

während im anderen Falle der zweite Factor fehlt.

Obwohl, wie gesagt, Graham die Anordnung seines Experimentes nicht angiebt, so kann doch kein Zweifel seyn, daß bei demselben nur die Röhre erwärmt wird; denn er macht auf die Nothwendigkeit aufmerksam, eine Reduction der Zahlen vorzunehmen, welche sonst keinen Sinn haben würde. Ich bringe daher die soeben aufgestellte Formel zur Anwendung. Nach derselben ergibt sich, daß sich A mit der Temperatur ändern wird, wie die GröÙe

$$\frac{\eta(1 + \alpha\theta)}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}}.$$

Man hat nun aus den gefundenen Mittelwerthen von A :

A	$\frac{A}{(1 + \alpha \vartheta)^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{A}{(1 + \alpha \vartheta)^2}$
65060	61650	61957
110300	70500	60726

Daraus folgt, daß sich A fast so rasch mit der Temperatur ändert, wie das Quadrat von $1 + \alpha \vartheta$. Demnach ergibt die Beobachtung der Strömung durch diese enge Röhre, daß die GröÙe

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}} = a(1 + \alpha \vartheta)$$

ist, wo a von der Temperatur unabhängig ist.

Dasselbe Resultat ergeben andere Beobachtungsreihen, die mit einem Bündel sehr feiner Röhren angestellt sind.

Dagegen folgte aus den früheren Bestimmungen mit weiteren Röhren, daß

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}} = b \sqrt{1 + \alpha \vartheta}$$

wo ebenfalls b von ϑ unabhängig ist. Dieser Widerspruch scheint am einfachsten seine Erklärung darin zu finden, daß η und ζ beide von der Temperatur abhängen; und zwar würde man, wie aus dem oben gesagten hervorgeht, anzunehmen haben, daß die Constante der inneren Reibung η der Quadratwurzel aus $1 + \alpha \vartheta$ proportional mit der Temperatur ϑ wächst:

$$\eta = \eta_0 \sqrt{1 + \alpha \vartheta};$$

dagegen wird die Constante E der Reibung von Luft an Glas proportional der GröÙe $1 + \alpha \vartheta$ selber seyn:

$$E = E_0 (1 + \alpha \vartheta);$$

daraus ergibt sich dann die Gleitungsconstante

$$\zeta = \frac{\eta}{E} = \frac{\eta_0}{E_0},$$

so daß also die Gleitung mit wachsender Temperatur abnimmt.

Es ist von Interesse, daß diese Gesetze nicht allein für die atmosphärische Luft gelten, sondern für alle Gase. Denn

nach Grahams Beobachtungen stehen die Zeiten, während welcher zwei verschiedene Gase unter gleichen Umständen durch eine Röhre strömen, immer in demselben constanten Verhältnisse, bei jeder Temperatur bis zu $347^{\circ}\text{F.} = 175^{\circ}\text{C.}$ ¹⁾

§. 6.

Reibung verschiedener Gase.

Die soeben erwähnte Beobachtung Graham's ist enthalten in einer viel allgemeineren Erfahrung, in welcher der hauptsächlichste Werth seiner Untersuchungen zu suchen ist. Dieselben haben gezeigt, daß das Verhältniß der Transpirationszeiten zweier Gase immer denselben constanten Werth hat, wahren die Strömung unter sonst gleichen Umständen, also, bei gleichen Werthen des Druckes und der Temperatur, und in demselben Apparate stattfindet. Die Zahlenwerthe, welche diese constanten Verhältnisse für die verschiedenen Gase ausdrücken, nennt Graham die *Transpirationscoefficienten*. Die in ihnen enthaltene Einheit ist so gewählt, daß der Transpirationscoefficient des Sauerstoffs = 1 wird.

Die Uebereinstimmung der aus verschiedenen Versuchen Graham's hervorgehenden Werthe eines solchen Transpirationscoefficienten ist meistens überraschend groß. So schwanken z. B. die Mittelwerthe des Transpirationscoefficienten der atmosphärischen Luft in den einzelnen Beobachtungsreihen nur zwischen den Gränzen

0,885 und 0,996,

bei Stickstoff zwischen

0,879 und 0,877,

Bei anderen Gasen zeigen sich größere Abweichungen, z. B. bei der Kohlensäure, für welche eine Bestimmung²⁾ den Werth

0,7546,

eine andere³⁾

0,8104

ergab.

1) Phil. Tr. 1849, p. 335.

2) Tabelle VII, S. 351, Ph. Tr. 1849.

3) Tabelle XIV, S. 600, Ph. Tr. 1846.

Diese Abweichungen verrathen eine geringe Veränderlichkeit der Coëfficienten, welche zwar meistens zu klein ist, gemessen zu werden, deren Regelmäßigkeit sich aber dennoch in einigen Fällen nachweisen läßt. Um dies zu zeigen, benutze ich als Beispiel die Bestimmungen des Coëfficienten der atmosphärischen Luft, bei denen sich eine geringe Abnahme mit wachsendem Drucke zu erkennen giebt. Die Beobachtungen¹⁾ wurden nach der ersten Methode mit sehr verschiedenen Röhren ausgeführt. Es wurde also gemessen, welche Zeit für Luft und für Sauerstoff erforderlich war, damit in dem Recipienten einer Luftpumpe, in welchen das Gas einströmte, der Druck von einem gewissen Anfangswerthe zu einem bestimmten Endwerthe stieg. Ich ordne ihre Resultate nach den zunehmenden Werthen dieser beiden Größen oder nach den abnehmenden Werthen der Höhe einer Quecksilbersäule, deren Unterschied von der Barometerhöhe den Druck im Recipienten angab; und ich gebe außer dem Mittelwerthe des Coëfficienten den größten und den kleinsten unter denjenigen an, welche zur Berechnung des Mittelwerthes gedient haben.

Manometer- stand	Zahl der Messungen	Transpirationscoëfficient		
		Mittel	Größter Werth	Kleinsten Werth
28 — 24"	12	0,9002	0,9036	0,8972
28 — 20	9	0,9014	0,9138	0,8951
24 — 20	4	0,8998	0,9051	0,8954
20 — 12	12	0,8995	0,9149	0,8904
12 — 8	10	0,8978	0,9063	0,8931
12 — 4	4	0,8992	0,9061	0,8914
8 — 4	4	0,8861	0,9054	0,8657
4 — 2	7	0,8861	0,9038	0,8657

Die in dieser Tabelle enthaltenen Zahlen zeigen deutlich die erwähnte Abnahme; es gehen aber die beigefügten größten und kleinsten Werthe zugleich zu erkennen, daß die Größe dieser Abnahme von derselben Ordnung ist, wie die möglichen Fehler der Messungen.

1) Enthalten in den Tabellen VIII bis XXIV der ersten Abhandlung. P. A. Tr. 1846.

Häufig ändern sich ferner die gefundenen Werthe der Transpirationscoefficienten ein wenig mit der Temperatur. Besonders auffallend zeigt dies die Kohlensäure, welche überhaupt die am wenigsten constanten Resultate liefert. Graham giebt folgende Zahlenreihe an¹⁾.

Temperatur	Transpirationscoefficient
60° F. = 15°,6 C.	0,7448
203 = 95 ,0	0,7541
299 = 148 ,3	0,7741
347 = 175 ,0	0,7855

Vielfach erscheint es auch wahrscheinlich, daß die Coefficienten von den Dimensionen der Röhre nicht ganz unabhängig sind. Doch ist ein sicherer Schluß hierüber nicht möglich, weil immer beide Dimensionen der Röhre, Länge und Weite, gleichzeitig geändert werden.

Alle diese Aenderungen sind jedoch sehr gering, so daß es vor der Hand genügt, sie vollständig unberücksichtigt zu lassen. Ich betrachte daher das Graham'sche Gesetz von der Constanz des Transpirationscoefficienten als exact richtig und untersuche, welche Folgerungen sich aus dieser Eigenschaft des Transpirationscoefficienten über den Reibungscoefficienten ergeben. Dieselben haben jedenfalls den Werth angenähert, wenn auch nicht vollkommen richtiger Resultate.

Der Transpirationscoefficient eines Gases ist das Verhältniß der Strömungszeit desselben zu der des Sauerstoffs, wenn beide unter gleichen Umständen durch eine Röhre fließen. Nach den in den ersten drei Paragraphen dieser Abhandlung entwickelten Formeln verhalten sich die Strömungszeiten zweier Gase, bei Anwendung desselben Apparates, und die Grenzen des Druckes als gleich vorausgesetzt, wie die Werthe der GröÙe

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}}$$

in welcher η und ζ Reibungs- und Gleitungscoefficient und

1) Ph. Tr. 1849, p. 387.

R den Radius der angewandten Röhre bezeichnet. Demnach sind die Graham'schen Transpirationscoefficienten nichts anderes als die relativen Werthe der GröÙe

$$\frac{\eta}{1 + 4 \frac{\zeta}{R}},$$

bezogen auf den derselben GröÙe für den Sauerstoff als Einheit. Von diesen Werthen gilt also alles oben von den Transpirationscoefficienten Gesagte. Sie sind also unabhängig vom Drucke und von der Temperatur des Gases sowie von den Dimensionen des angewandten Apparates.

Das letztere ist streng genommen, da die angegebene GröÙe noch von dem Radius R der Strömungsröhre abhängt, nur möglich, wenn die Gleitungsconstante ζ zu der Reibungsconstante η in einem Verhältnisse steht, welches für alle Gase gleichen Werth hat. Wegen der Bedeutung von ζ

$$\zeta = \frac{\eta}{E}$$

ist diese Forderung mit der andern identisch, *dafs alle Gase eine gleiche Constante der äufseren Reibung E besitzen sollten.*

Es scheint mir sehr wohl möglich zu seyn, dafs diese Uebereinstimmung aller Gase wirklich stattfindet, ebenso wie man auch in manchen anderen Dingen vollkommene Gleichheit der Eigenschaften aller Gase anzunehmen pflegt. Es ist aber nicht nöthig, die Constante der äufseren Reibung für alle Gase *genau* gleich anzunehmen; vielmehr genügt es, wenn sie für alle Gase nur annäherungsweise gleichen Werth hat. Denn die GröÙe E übt wegen der Kleinheit des Coefficienten ζ nur geringen Einflufs auf den Werth des Transpirationscoefficienten aus. Dieser wird daher von dem Radius R ohne die strenge Erfüllung jener Voraussetzung nahezu unabhängig, wenn nur für alle Gase E hinreichend grofs, also ζ klein genug ist.

... Ist aber dies der Fall, so gilt alles, was Graham von den Transpirationscoefficienten behauptet hat, ebenfalls von

den relativen Werthen der Reibungscoefficienten verschiedener Gase. Die absoluten Werthe der Reibungsconstanten haben also die Eigenschaft, sich alle nach demselben Gesetze mit dem Drucke und der Temperatur zu verändern; ein Resultat, welches bereits mehrfach erwähnt worden ist ¹⁾.

Zugleich mit diesem Ergebniss gewinnen wir die Möglichkeit, die absoluten Werthe der Reibungscoefficienten verschiedener Gase aus den Transpirationscoefficienten Graham's numerisch zu bestimmen, wenn nur für ein einziges Gas der Reibungscoefficient in absolutem Maasse bekannt ist. Denn nach dem vorigen verhalten sich die Reibungscoefficienten, wenigstens angenähert, wie die Transpirationscoefficienten,

Die nach diesem Principe ausgeführte Rechnung habe ich auf die Bestimmung des Reibungscoefficienten der atmosphärischen Luft

$$\eta = 0,000275$$

in Centimetern und Secunden gegründet, welche ich in meiner ersten Abhandlung aus Beobachtungen von Bessel und von mir hergeleitet habe. Die so gefundenen Werthe der Reibungscoefficienten von 18 anderen Gasen sind in folgender Tabelle ihrer Grösse nach zusammengestellt. Die in der ersten Columnne aufgeführten Werthe der Transpirationscoefficienten sind die Mittelwerthe aus den sämmtlichen Bestimmungen Graham's.

	Transpirations- Coefficient	Reibungs- Coefficient
Sauerstoff	1,000	0,000306
Luft	0,899	275
Stickoxyd	0,878	269
Stickstoff	0,873	267
Kohlenoxyd	0,870	266
Kohlensäure	0,755	231
Stickoxydul	0,752	231

1) S. den Schluß des vorigen §., ferner erste Abhandlung Pogg. Ann. Bd. 125, S. 190.

	Transpirations- Coefficient	Reibungs- Coefficient
Chlorwasserstoff	0,736	0,000225
Chlor	0,687	210
Schweflige Säure	0,654	200
Schwefelwasserstoff	0,616	188
Sumpfgas	0,555	174
Methylchlorid	0,547	167
Oelbildendes Gas	0,516	158
Ammoniak	0,511	156
Cyan	0,506	155
Aethylchlorid	0,499	153
Methyläther	0,483	148
Wasserstoff	0,439	134

Es scheint nicht, daß in dieser Zahlenreihe ein einfaches Gesetz von allgemeiner Gültigkeit enthalten ist. Es muß allerdings auffallen, daß zwei Paare von Stoffen darunter sind, welche gleiches Moleculargewicht und gleiche Reibung besitzen, nämlich erstens Stickstoff und Kohlenoxyd, und zweitens Kohlensäure und Stickoxydul¹⁾. Doch hat das Oelbildende Gas ebenfalls dasselbe Moleculargewicht wie die ersten beiden Gase, dagegen einen ganz verschiedenen Reibungscoefficienten; und umgekehrt hat Stickoxyd denselben Reibungscoefficienten bei anderem Moleculargewicht. Ein derartiges Gesetz ist aber auch nicht zu erwarten. Denn die Reibung hängt nicht allein von dem Moleculargewicht ab, sondern außerdem noch von der Größe und Geschwindigkeit der Theilchen²⁾.

Ich schliesse diese Arbeit mit dem Geständnisse, daß mich manche Theile derselben nicht befriedigen. Dennoch aber habe ich geglaubt, sie veröffentlichen zu sollen, um den Resultaten meiner ersten Abhandlung über diesen Ge-

1) Andere ähnliche einfache Beziehungen hat Graham zusammengestellt. *Ph. Tr.* 1849, p. 390.

2) Vergl. Maxwell, *Phil. mag.* 4th ser. Vol. 19, p. 32; ferner meine erste Abhandlung, *Pogg. Ann.* Bd. 125, S. 596.

genstand die Stützen nicht zu entziehen, welche Graham's ausgezeichnete Beobachtungen für sie enthalten. Ich bin dabei zu weiteren Folgerungen aus diesen Beobachtungen gelangt, welche weniger fest bewiesen, nur wahrscheinlich gemacht werden konnten. Sie vollständig sicher zu stellen, wären erneute Beobachtungen über das Poiseuille'sche Gesetz bei den Gasen nöthig, welche anzustellen ich gegenwärtig durch Beschäftigung mit Untersuchungen nach einer anderen Richtung hin verhindert bin. Ich übergebe deshalb diese Abhandlung in ihrem jetzigen Zustande der Oeffentlichkeit in der Hoffnung, daß die Lücke dennoch bald ausgefüllt werde, sey es durch mich oder durch einen anderen.

Als festgestelltes Resultat dieser Untersuchung stelle ich hin, *daß der Reibungscoefficient jedes Gases von dem Drucke, unter dem es steht, unabhängig oder doch nur in sehr geringem Grade abhängig ist; ferner daß die Reibung der Gase mit der Temperatur zunimmt, und zwar bei allen Gasen auf gleiche Weise.* Weniger sicher ist dagegen festgestellt, in welchem Verhältnisse die Reibungsconstante mit der Temperatur zunimmt. Ferner bleibt zweifelhaft, ob eine äußere Reibung der Gase an festen Körpern anzunehmen ist, oder ob die Gase an der Oberfläche fester Körper fest haften, sowie welchen Einfluß hierauf die Temperatur und der Druck äußern.

Breslau, im Juli 1865.

Nachschrift.

Nachdem vorstehende Abhandlung bereits zum Drucke abgesandt war, kam mir eine vor kurzem erschienene Arbeit der HH. B. Stewart und P. G. Tait¹⁾ zu Gesichte, in welcher Versuche mitgetheilt werden, die mit den meinen einige Aehnlichkeit haben. Stewart und Tait ließen in einem nahezu luftleeren Raume Scheiben mit grö-

1) *On the heating of a disk by rapid rotation in vacuo. Proceedings of the roy. society, June 15, 1865, Vol. 14, p. 399. Phil. mag. 4th ser. Vol. 30, p. 314.*

saer Geschwindigkeit rotiren und beobachteten die dadurch hervorgebrachte Erwärmung der Scheiben. Sie fanden, daß diese Erwärmung nahezu von dem Grade der Verdünnung der umgebenden Luft unabhängig ist.

Dieses Resultat der Beobachtung scheinen nach Angabe der citirten Autoren die HH. Maxwell und Graham als Bestätigung der Vermuthung anzusehen, daß der Reibungscoëfficient der Luft von deren Dichtigkeit unabhängig sey. Ich würde mich über diese Uebereinstimmung mit dem Resultate meiner eigenen Beobachtungen sehr freuen, aber ich halte die in Rede stehenden Versuche nicht für einen Beweis jener, allerdings richtigen Vermuthung. Denn die Erwärmung der Scheiben hat nicht allein in der Reibung der Luft ihren Grund, vielmehr bilden die Erschütterungen und Schwingungen, in welche die durch ein Räderwerk in Bewegung gesetzte Scheibe nothwendig gerathen muß, eine nach meiner Meinung unverhältnißmäßig kräftigere Ursache zur Erzeugung von Wärme, und da diese Ursache selbstverständlich von der umgebenden dünnen Luft unabhängig ist, so erklärt sich die erwähnte Beobachtung sehr leicht, sowie auch die andere Erfahrung, daß die Erwärmung der Scheibe in verdünntem Wasserstoffgase ebenso groß war wie in verdünnter Luft.

Obgleich ich demnach die Versuche nicht für geeignet halte, auf die Eigenschaften der Luftreibung zu schließen, so war es mir doch sehr erfreulich, zu erfahren, daß auch Hr. Graham die Ansicht von der Constanz des Reibungscoëfficienten der Luft zu der seinigen gemacht hat. Ich schliesse daraus, daß er nicht mehr, wie er früher geneigt war ¹⁾, für nöthig hält, die Kräfte, welche die Transpiration der Gase bedingen, von denen zu unterscheiden, von welchen die innere Reibung dieser Medien abhängt. Es ist mir eine besondere Genugthuung, daß somit die Ansichten des Forschers, der die ersten bahnbrechenden Untersuchungen auf diesem Felde anstellte, denjenigen gleichen, welche mich leiteten, als ich die Uebereinstimmung der Theorie

1) *On the motion of gases. Phil. transactions 1846, p. 593.*

der Reibung mit den Ergebnissen seiner Beobachtungen über die Transpiration nachzuweisen suchte. Umso mehr hoffe ich, daß er den Folgerungen, welche ich in der vorstehenden Abhandlung aus seinen werthvollen Versuchen noch habe ziehen können, die Anerkennung ihrer Richtigkeit nicht versagen wird.

Breslau, den 24. November 1865.

II. Studie über die Absorption der Wärme- und Licht-Strahlen; von C. Bohn.

Die Absorption der Wärmestrahlen in partiell diathermanen Körpern ist vielfach Gegenstand der Untersuchung gewesen und von verschiedenen ausgezeichneten Forschern ist ein reiches Material bezüglich der Angaben zusammengebracht worden. Allein die meisten Messungen sind nicht unter einander vergleichbar; man hat zusammengesetzte Erscheinungen beobachtet und sie nicht in ihre einfachen Bestandtheile zerlegt. Es scheint mir deshalb nützlich eine genauere und vollständigere Betrachtung der der Messung unterworfenen Erscheinungen anzustellen, aus welcher sich dann herausstellen muß, wie die Versuche anzuordnen, und wie sie zu berechnen sind, um streng vergleichbare Resultate zu liefern.

Es war früh erkannt worden, daß die Durchlassung der Wärmestrahlen durch einen Körper je nach der Quelle, aus welcher die Wärmestrahlen flossen, verschieden ist. Seitdem verstümmte man nicht bei Mittheilung der Messungsergebnisse anzuführen, ob die Versuche mit Sonnenwärme, mit einer hellen Lampe, mit hell oder schwachglühendem Drahte, mit nur wenig erhitztem Metallblech usw. angestellt wurden. Bald fand sich aber, daß auch die von einer solchen Wärmequelle ausgehenden Strahlen keineswegs gleichartig seyen; man bemerkte zunächst, daß von der

Sonne alle Arten von Wärmestrahlen ausgesendet werden; man erkannte, daß von einer hellen Lampe neben der sogenannten hellen Wärme, die man eben als charakteristisch für die leuchtende Wärmequelle ansah, auch noch sogenannte dunkle Wärmestrahlen ausgehen, wie sie in überwiegender Menge von Körpern ausgegeben werden, deren Temperatur nicht hoch ist und die Glühtemperatur nicht erreicht. Von dem früher gehegten Gedanken, die Temperatur der Wärmequelle bedinge ausschließlich die Art der ausgesendeten Strahlen, mußte man zurückkommen.

Die Scheidung oder Sonderung der einzelnen Gattungen der Wärmestrahlen suchte man dadurch zu erreichen, daß man in den Weg der zusammengesetzten Wärmestrahlenbündel solche partiell diathermane Schirme einschaltete, von denen man wußte, daß sie eine Gattung Wärmestrahlen stark absorbirten, die andere Art aber ziemlich ungehindert durch sich hindurchließen. So wurde eine Anlese oder ein Sieben der Wärmestrahlen erzielt und mit den relativ einfach gewordenen Strahlen wurde dann weiter experimentirt.

Allein ebenso wenig als man durch successive Anwendung farbiger Gläser eine vortheilhafte (wenn überhaupt mögliche) Aussonderung homogenen Lichtes aus einem zusammengesetzten Lichtstrahlenbündel erzielt, ebenso wenig darf man hoffen in der genannten Weise die einfachen Wärmearten zu sondern. Will man aber Geringeres als bisher über die Absorption des Lichtes oder der Wärme erfahren, so wird es nöthig mit wirklich einfachem Licht, mit wirklich homogener Wärme zu arbeiten. Folgende Erwägung und die am Schlusse dieses Aufsatzes gemachte Bemerkung werden von dieser Nothwendigkeit überzeugen.

Die Spectraluntersuchungen haben gelehrt, daß eine Substanz in sehr beträchtlichem Maasse Licht einer gewissen Art aussenden, hingegen Licht der unmittelbar benachbarten Art gar nicht oder nur in verschwindend geringem Maasse senden kann. Es gilt dies im ganzen Umfange zunächst für Gase und Dämpfe, deren Spectra aus verein-

zelten hellen Linien bestehen. Allein obgleich Flüssigkeiten und feste Körper scheinbar continuirliche Spectra liefern, so ist damit nicht ausgeschlossen, daß sehr rasche Wechsel in der Intensität des ausgesendeten Lichtes für ganz benachbarte Lichtarten stattfinden, ja dieß erscheint mir in hohem Grade wahrscheinlich. Nach den bekannten, wichtigen Untersuchungen, entsprechen sich aber Ausstrahlung und Absorption. Es finden demnach sehr rasche Aenderungen in dem Grade der Absorption statt, wenn die Art des Lichtes sich in fast unmerklicher Weise ändert. Durch den Versuch ist dieß für Gase und Dämpfe nachgewiesen; für Flüssigkeiten und feste Körper findet es nicht in so hohem Maasse statt, allein immerhin sind die Aenderungen in der Absorption bei langsam sich ändernder Lichtart noch sehr rasch. Mögen nun Licht und Wärme identisch seyn, wie Viele annehmen, oder nicht: soviel ist unbezweifelt, daß zwischen ihnen die innigste Analogie besteht. Man ist deshalb berechtigt anzunehmen, daß von zwei Arten von Wärmestrahlen, die sich sonst äußerst wenig von einander unterscheiden, die eine sehr schwach, die andere sehr stark von derselben Substanz absorhirt werden kann. Ganz besonders nahe liegt diese Vermuthung für die Absorption der Wärme in Gasen und Dämpfen. Um also nicht eine Erscheinung zu beobachten, die aus mehreren, sehr verschiedenen, einander theilweise compensirenden, einfacheren Erscheinungen besteht, ist es nöthig bei Untersuchung der Absorption des Lichtes und der Wärme vollkommen homogene Strahlen zu gebrauchen.

Die Qualität des Lichtes ist vollständig bestimmt durch seine Oscillationsdauer. Die Vermuthung liegt nahe, daß auch die Wärmeart durch die ihr zugehörige Oscillationsdauer vollständig bestimmt ist und daß zwei Wärmestrahlen, denen verschiedene Schwingungsdauer zugehört, sich auch in sonstiger Hinsicht unterscheiden. Bei den Lichtstrahlen war dieß leichter zu erkennen, da mit der Oscillationsdauer auch die physiologische Wirkung sich der Art

nach ändert, was bei den Wärmestrahlen nicht der Fall zu seyn scheint.

Die Absonderung homogener Wärmestrahlen aus einem Complexe von Strahlen, wie er unmittelbar von einer Wärmequelle geliefert wird, ist durch alle jene Mittel möglich, welche man mit so gutem Erfolge für die Isolirung homogener Lichtstrahlen in Anwendung gebracht hat. Erzeugt man ein Wärmespectrum mittelst eines klaren Steinsalzprismas, so wird man alle, von der Wärmequelle ausgesendeten Strahlenarten einzeln untersuchen können, denn wenn auch die früher behauptete, vollkommene Durchstrahlbarkeit des Steinsalzes, bei neueren Prüfungen sich nicht bewährt hat, ja sogar sein vollkommen gleiches Verhalten gegen Strahlen jeder Art mehrfach bezweifelt wird, so besitzt es doch, wenn nicht genau, dann sicher annähernd genug diese Eigenschaften, um es zu dem allergeeignetsten Material für die Analyse der Wärmestrahlen zu machen. Will man ein Wärmespectrum, in welchem genau alle einzelnen Wärmearten in demselben Verhältniß auftreten, wie in der unmittelbaren Ausstrahlung der Quelle, so muß man dasselbe durch Beugung mittelst eines Fraunhofer'schen Gitters erzeugen, wenn man nicht glaubt das Steinsalz als vollkommen gleich durchdringbar für die verschiedenen Wärmearten ansehen zu dürfen.

Bei den älteren Untersuchungen über die Absorption ging man von der Ansicht aus, der Vorgang finde hauptsächlich oder gar ausschließlic an der Oberfläche der Körper statt. Melloni's Versuche lehrten aber den Einfluß der Dicke der absorbirenden Körper genauer kennen und Biot hat daraus das Gesetz abgeleitet, nach welchem die Schwächung der Intensität der durchgelassenen Strahlen mit wachsender Dicke zunimmt¹⁾. Dieses, aus den Versuchen abgeleitete Gesetz ist dasselbe, zu welchem man

1) Bericht an die Akademie der Wissenschaften zu Paris über Hrn. Melloni's Versuche in Betreff der strahlenden Wärme: Pogg. Ann. Bd. XXXVIII S. 1 bis 50 und Bd. XXXIX, S. 250 bis 284, 436 bis 461, 544 bis 567. Das Gesetz Bd. XXXVIII S. 35 bis 36.

geführt wird, wenn man annimmt, wie es Herschel für die Absorption des Lichtes that, jede unendlich kleine Schicht des durchstrahlten Körpers vermindere durch Absorption die Intensität der sie durchdringenden Strahlen um einen Bruchtheil, welcher proportional der unendlich kleinen Dicke der Schicht ist. Bezeichnet man jene Dicke mit dx , mit α eine von der Substanz und der Wärmeart abhängige Constante und mit I die Intensität der in die Schicht dx eindringenden Strahlen, so ist deren Intensität am Ende der Schicht dx zu $I - \alpha dx$ geworden und nach Durchstrahlung einer Schicht von der endlichen Dicke x ist die Intensität von I auf $e^{-\alpha x}$ gesunken. Die Zahl α ist ebenso charakteristisch für eine Substanz und eine bestimmte Strahlenart, wie der Brechungsquotient. Ist diese Zahl α bekannt, so kann der Betrag der in beliebiger Dicke der Substanz stattfindenden Absorption der betreffenden Strahlenart berechnet werden. Es entsteht daher das Bedürfnis die Versuche über die Durchstrahlung der Körper so anzuordnen und zu berechnen, daß der Werth von α sich herausstellt. Nur wenn dieses geschehen ist, sind die Messungen streng mit einander vergleichbar. Die üblichen Angaben der unmittelbaren Versuchsergebnisse, dahin lautend, daß aus einer Platte der Substanz von angegebener Dicke von dem an der Vorderfläche anlangenden Strahlen einer gewissen Wärme- oder Lichtquelle so und soviel Procente austreten, sind durchaus nicht mit einander vergleichbar, sondern bedürfen noch einer besondern Bearbeitung um daraus α hervorgehen zu machen. Es gilt dies auch, wenn die Versuche, dem oben dargelegten zufolge, mit homogenen Strahlen angestellt worden sind. Und, wie sich zeigen wird, geben eben nur Versuche mit *homogenen* Strahlen die Möglichkeit der Berechnung von α . Um aber die Berechnung anstellen zu können, ist noch eine weitere Angabe nöthig, nämlich die des Brechungsquotienten der Strahlen für die in Rede stehende Substanz. — Es sey noch bemerkt, daß man gerade so gut wie α auch die Zahl $e^{-\alpha}$ als Absorptionsconstante einer

Substanz nehmen könnte; eine dieser Zahlen folgt leicht aus der andern.

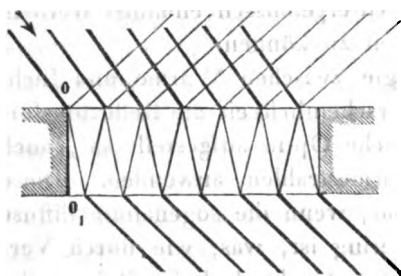
Stellt man, in dem Weg der Strahlen zwischen der Quelle und dem Meßinstrumente, eine Platte aus irgend einer Substanz, so wird ein Theil der Strahlen durch Reflexion an der Platte und ein anderer Theil der Strahlen durch Absorption in der Platte von dem Meßinstrumente abgehalten. Die Beobachtung des Meßinstrumentes läßt den Gesamteintrag der durch Einschaltung der Platte abgehaltenen Strahlen erkennen. Der durch Reflexion abgehaltene Antheil ist nicht genau, aber doch annähernd derselbe (unter sonst gleichen Umständen) bei Anwendung dicker oder dünner Platten. Dieser Antheil muß gekannt sein, oder aus den Versuchsergebnissen eliminirt werden, um σ und damit α finden zu können.

Bei der innigen Analogie zwischen Wärme und Licht darf man mit großer Wahrscheinlichkeit die Reflexionsformeln, welche die theoretische Optik aufgestellt hat, auch für die Reflexion der Wärmestrahlen anwenden. Diese Formeln sind nur brauchbar, wenn die sogenannte diffuse Reflexion verschwindend gering ist, was, wie durch Versuche nachgewiesen worden ist, durch hohe Politur der Oberflächen für die Wärmestrahlen erreicht wird¹⁾. Fresnel's Formeln sind, wenn es sich nur um die Intensität des gespiegelten und gebrochenen Lichtes handelt, für eine große Zahl von Substanzen sehr genau gültig, am besten für solche Körper, deren Brechungsquotient von 1,46 nicht sehr verschieden ist. Die wichtigsten und bisher am meisten untersuchten diathermanen Körper genügen aber dieser Anforderung und zwar besser noch für die Wärmestrahlen als für die Lichtstrahlen, da der Brechungsquotient jener näher an 1,46 steht, als der Brechungsquotient des Lichtes: mittleres Oscillationsdauer.

Die Reflexion an den Grenzflächen der Platten ist bei den früheren Versuchen über Durchstrahlbarkeit berücksichtigt worden; so ist z. B. aus dem Melloni'schen Ver-

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIV, S. 147.

suchen, welche ergaben, daß durch eine Steinsalzplatte beißaufig 92 Proc. der an der Vorderfläche ankommenden Wärmestrahlen hindurchgehen, geschlossen worden, die Absorption im Steinsalz sey verschwindend klein, indem die vom Meßinstrument abgehaltenen 8 Proc. Strahlen durch Reflexion abgehalten worden seyen. Biot hat (in dem schon citirten Berichte) nur eine Reflexion an der Vorderfläche und eine Reflexion an der Hinterfläche der Platte in Rechnung gezogen, während eine genauere Betrachtung auch die mehrfachen Reflexionen im Innern der Platte berücksichtigen muß. Die Art und Weise, wie die Reflexionen in Rechnung zu nehmen sind, hängt von der Breitenausdehnung des benutzten Strahlenbündels und deren Verhältniß zur



Dicke der Platte ab. Ein Blick auf die nebenstehende Figur, in welcher durch die Schraffirung die Grenzen des wirksamen (nicht abgeblendeten) Theiles der Platte angedeutet wird, und der Pfeil die Richtung der

einfallenden Strahlen angiebt, lehrt, daß sowohl das reflectirte als das durchgelassene Strahlenbündel nicht von gleichbleibender Beschaffenheit in seiner ganzen Breitenausdehnung ist, wenngleich dies für das einfallende Strahlenbündel vorausgesetzt wird. Sey δ die Dicke der Platte und r der Brechungswinkel der Strahlen, so besteht der erste Theilbündel der reflectirten Strahlen, dessen Begrenzungen auf der Vorderfläche der Punkt 0 und ein um $2\delta \operatorname{tg} r$ nach rechts gelegener Punkt sind, ausschließlich aus Strahlen, die eine einfache Reflexion an der Vorderfläche erlitten haben. Das zweite Theilbündel der reflectirten Strahlen, auf der Vorderfläche durch die um $2\delta \operatorname{tg} r$ und um $4\delta \operatorname{tg} r$ von 0 aus nach rechts liegenden Punkte begrenzt, enthält dieselben Strahlen, wie der erste Theilbündel, außerdem aber auch noch solche, die eine Reflexion an der Hin-

terfläche und zwei Brechungen erfahren und den Weg $2\delta \sec r = 2x$ im Innern der Platte zurückgelegt haben und dabei der Absorption ausgesetzt waren. Im dritten Theilbündel, begränzt zwischen $4\delta \operatorname{tg} r$ und $6\delta \operatorname{tg} r$, sind aufser den Strahlen, welche der zweite Theilbündel enthält, auch noch solche vorhanden, welche drei innere Reflexionen (zwei an der Hinterfläche, eine an der Vorderfläche) und zwei Brechungen erfahren und im Innern der Platte den Weg $4\delta \operatorname{tg} r = 4x$ zurückgelegt haben, wobei sie der Absorption ausgesetzt waren. Der k^{te} Theilbündel zwischen den um $2(k-1)\delta \operatorname{tg} r$ und $2k\delta \operatorname{tg} r$ von 0 aus nach rechts auf der Vorderfläche liegenden Punkten begränzt, enthält aufser solchen Strahlen, die nur eine äussere Reflexion an der Vorderfläche erlitten haben und gar nicht in die Platte eingedrungen waren, auch solche, die 1, 3, 5, 7... $2k-3$ innere Reflexionen und zwei Brechungen erlitten und im Innern den Weg $2x, 4x, 6x, 8x \dots 2(k-1)x$ zurückgelegt haben und dabei der Absorption ausgesetzt waren.

Der durchgelassene Strahlenbündel ist in seiner Zusammensetzung ganz ähnlich wechselnd wie der reflectirte. Der erste Theilbündel, zwischen $\delta \operatorname{tg} r$ und $3\delta \operatorname{tg} r$ rechts von O_1 auf der Hinterfläche, enthält nur Strahlen, welche zwei Brechungen, keine Reflexion erlitten und den Weg $1\delta \sec r = x$ im Innern zurückgelegt haben. Im zweiten Theilbündel, zwischen $3\delta \operatorname{tg} r$ und $5\delta \operatorname{tg} r$, gesellen sich zu solchen Strahlen auch noch weitere, die zwei innere Reflexionen erfahren und den Weg $3\delta \sec r = 3x$ im Inneren zurückgelegt haben. Im k^{ten} Theilbündel, zwischen den um $(2k-1)\delta \operatorname{tg} r$ und $(2k+1)\delta \operatorname{tg} r$ nach rechts von O_1 abstehenden Punkten, sind aufser solchen Strahlen, die keine Reflexion, sondern nur zwei Brechungen erfahren und den Weg x im Innern zurücklegten, auch noch solche enthalten, welche 2, 4, 6, 8... $2(k-1)$ innere Reflexionen und 2 Brechungen erfahren und den Weg $3x, 5x, 7x, 9x \dots (2k-1)x$ im Innern zurücklegten, wobei sie der absorbirenden Wirkung der Substanz ausgesetzt waren.

Ist der einfallende Strahlenbündel homogen, so unterscheiden sich die verschiedenen Theilbündel nur durch ihre Intensität und im allgemeinen durch ihren Polarisationszustand. Ist aber der einfallende Strahlenbündel ein heterogenes, so sind die einzelnen Theilbündel im reflectirten, wie im durchgelassenen Bündel auch qualitativ verschieden. Schon bei der Reflexion an der Vorderfläche wird die Zusammensetzung des Strahlenbündels etwas geändert, indem die Intensität der reflectirten Strahlen abhängig ist von dem relativen Brechungsquotienten, also von Strahlenart zu Strahlenart sich ändert. Allein diese Aenderung in der Zusammensetzung ist so unbedeutend, daß sie selbst beim Lichte nicht erkennbar ist. Wenn die Substanz nicht alle Strahlenarten in gleicher Weise absorbiert, dann wird die Zusammensetzung des zweiten, dritten usw. Theilbündels wirklich anders, als die eines vorhergehenden Theilbündels oder des einfallenden Strahlenbündels, indem bei jedem Zuwachs des Wegs im Innern der Substanz ein weiteres Auslesen der Strahlen stattfindet. Ist die absorbierende Substanz zum Beispiel ein blaues Glas, so wird der Antheil der nicht blauen Strahlen in den Theilbündeln von höherer Ordnungsanzahl relativ immer kleiner, die Farbe wird stets blauer. Wie für die reflectirten Strahlen, so sind dieselben Bemerkungen auch für die durchgelassenen anzuwenden. Man kann bei homogenen Strahlen die Intensität der einzelnen Theilbündel berechnen; sie wird ausgedrückt durch eine Summe mehrerer Glieder, deren Anzahl mit der Ordnungsnummer des Theilbündels wächst und die nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe sich ändern. Die Ausdrücke werden, wenn es sich um eine endliche Anzahl Glieder handelt, ungeschickt; sie sind viel bequemer, wenn überhaupt nur ein Glied besteht, wie dies der Fall ist, wenn die freie Öffnung der Platte auf die Breite des ersten Theilbündels beschränkt bleibt, oder wenn die Zahl der Glieder hinreichend ist, daß ihre Summe von dem Werthe der ins Unendliche fortlaufenden geometrischen Reihe nicht mehr merklich verschieden ist. Ganz

streng ist es, die Summe der unendlichen geometrischen Reihe zu nehmen, wenn die Strahlen senkrecht einfallen; die Breite des Theilbündels ist dann Null, der ganze Bündel (reflectirter wie durchgelassener) ist in allen Theilen gleich an Intensität, wie an Zusammensetzung, auch bei Anwendung heterogener Strahlen. Der Fall senkrechter Incidenz ist überhaupt der bequemste, wie der wichtigste.

Eine planparallele Platte von der Dicke δ , aus einem Mittel (2) bestehend, trenne die Mittel (1) und (3) und es mögen die Strahlen aus dem Mittel (1) unter dem Einfallswinkel i an die Gränze des Mittels (2) gelangen. Die Strahlen seyen im Azimute φ , von der Einfallsebene an gerechnet, geradlinig polarisirt, die Intensität der einfallenden Strahlen sey 1, alle betrachteten Mittel seyen isotrop, ihre absoluten Brechungsquotienten seyen n_1, n_2, n_3 und endlich bezeichne ρ_k die Zahl, mit welcher man die Intensität der aus dem Mittel (k) kommenden Strahlen multipliciren muß, um die Intensität der an der Gränze des Mittels (m) reflectirten Strahlen zu erhalten, so ist nach Fresnel

$$\rho_{12} = \cos^2 \varphi \left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right)^2 + \sin^2 \varphi \left(\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)} \right)^2,$$

wo r der Brechungswinkel und also $n_1 \sin i = n_2 \sin r$. Sind die Strahlen nicht polarisirt, so wird

$$\rho_{12} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right)^2 + \left(\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)} \right)^2 \right].$$

Ist der Einfallswinkel $i = 0$, dann vereinfacht sich der Ausdruck und wird, nach welchem Azimuthe auch die einfallenden Strahlen polarisirt seyen:

$$P_{12} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2.$$

Es sey noch bemerkt, daß

$$\rho_{12} = \rho_{21}$$

wenn die Strahlen, aus dem Mittel (k) kommend, an der Gränze des Mittels (m) unter dem Winkel i einfallen, die aus dem Mittel (m) kommenden an die Gränze des Mittels (k) aber unter dem Einfallswinkel r anlangen, so daß

$n_s \sin i = n_m \sin r$. Das ist bei unseren Betrachtungen, bei denen planparallele Schichten vorausgesetzt werden, der Fall.

Durch die erste Reflexion werden also Strahlen von der Intensität

$$\rho_{12}$$

in das Mittel (1) zurückgesendet, der andere Theil der Strahlen mit der Intensität $1 - \rho_{12} = \tau_{12}$ tritt in das Mittel (2) ein. Die Absorptionsconstante dieses Mittels sey α , so kommen die Strahlen an der Gränze des Mittels (3), nachdem sie den Weg $\delta \sec r = x$ zurückgelegt haben mit der Intensität $\tau_{12} e^{-\alpha x}$ an. Von ihnen tritt ein Theil, mit der Intensität:

$$\tau_{12} \tau_{23} e^{-\alpha x}$$

in das Mittel (3) aus und ein anderer Theil mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23} e^{-\alpha x}$ wird in der Richtung nach (1) hin reflectirt, kommt nach Zurücklegung des Weges x also mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23} e^{-2\alpha x}$ an der Gränze von (1) an. Ein Theil, mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23} \tau_{21} e^{-2\alpha x}$ oder

$$\tau_{12}^2 \rho_{23} e^{-2\alpha x}$$

tritt in das Mittel (1) aus; ein anderer Theil mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23} \rho_{21} e^{-2\alpha x}$ wird nach (3) hin reflectirt, kommt aber wegen neuer Absorption nur mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23} \rho_{21} e^{-3\alpha x}$ an der Gränze von (3) an. Ein Theil mit der Intensität

$$\tau_{12} \tau_{23} \rho_{23} \rho_{21} e^{-3\alpha x}$$

tritt in das Mittel (3) aus, ein anderer Theil mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23}^2 \rho_{21} e^{-3\alpha x}$ wird nach (1) hin reflectirt und langt an der Gränze von (1) mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23}^2 \rho_{21} e^{-4\alpha x}$ an; davon tritt

$$\tau_{12}^2 \rho_{23}^2 \rho_{21} e^{-4\alpha x}$$

in das Mittel (1) aus und $\tau_{12} \rho_{23}^2 \rho_{21}^2 e^{-4\alpha x}$ wird nach (3) hin reflectirt, kommt aber nur mit der Intensität $\tau_{12} \rho_{23}^2 \rho_{21}^2 e^{-5\alpha x}$ an der Gränze von (3) an. Ein Theil mit der Intensität

$$\tau_{12} \tau_{23} \rho_{23}^2 \rho_{21}^2 e^{-5\alpha x}$$

tritt in das Mittel (3) aus und ein Theil wird wieder nach (1) hin reflectirt. So geht das ins Unendliche fort

und das Gesetz, nach welchem die Intensitäten sich ändern, liegt genügend klar vor.

Die Gesamtintensität der in das Mittel (1) zurückkehrenden Strahlen, die wir mit r_{123} bezeichnen, ist:

$$\begin{aligned} r_{123} &= \varrho_{12} + \tau_{12}^2 \varrho_{23} e^{-2\alpha x} + \tau_{12}^2 \varrho_{23}^2 \varrho_{31} e^{-4\alpha x} + \tau_{12}^2 \varrho_{23}^2 \varrho_{31}^2 e^{-6\alpha x} \\ &\quad + \tau_{12}^2 \varrho_{23}^2 \varrho_{31}^2 e^{-8\alpha x} + \dots \\ &= \varrho_{12} + \frac{\tau_{12}^2 \varrho_{23} e^{-2\alpha x}}{1 - \varrho_{23} \varrho_{31} e^{-2\alpha x}}. \end{aligned}$$

Die Gesamtintensität der durch die Platte (2) gegangenen und in das Mittel (3) austretenden Strahlen, welche mit t_{123} bezeichnet seyn mag, ist

$$\begin{aligned} t_{123} &= \tau_{12} \tau_{23} e^{-\alpha x} + \tau_{12} \tau_{23} \varrho_{23} \varrho_{31} e^{-3\alpha x} + \tau_{12} \tau_{23} \varrho_{23}^2 \varrho_{31}^2 e^{-5\alpha x} \\ &\quad + \tau_{12} \tau_{23} \varrho_{23}^2 \varrho_{31}^2 e^{-7\alpha x} + \dots \\ &= \frac{\tau_{12} \tau_{23} e^{-\alpha x}}{1 - \varrho_{23} \varrho_{31} e^{-2\alpha x}}. \end{aligned}$$

Für normale Incidenz. gestalten sich diese Formeln ziemlich einfach. Man sieht leicht mit Benutzung von

$$1 - P_{12} = 1 - \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 = \frac{4 n_1 n_2}{(n_2 + n_1)^2}$$

dafs

$$R_{123} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 + \frac{\frac{16 n_1^2 n_2^2}{(n_2 + n_1)^4} \cdot \left(\frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \right)^2 e^{-2\alpha x}}{1 - \left(\frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \right)^2 \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 e^{-2\alpha x}}$$

und

$$T_{123} = \frac{\frac{16 n_1 n_2^2 n_3}{(n_2 + n_1)^2 (n_3 + n_2)^2} e^{-\alpha x}}{1 - \left(\frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \right)^2 \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 e^{-2\alpha x}}.$$

Man erhält aus diesen Ausdrücken leicht R_{231} und T_{231} durch Vertauschung des Indices 3 und 1, wobei sich findet, dafs

$$T_{231} = T_{123}.$$

Ist die Platte aus dem Mittel (2) ringsum von demselben Mittel umgeben, z. B. von Luft, so ist (1) und (3) identisch, die Indices 3 sind alle durch 1 zu ersetzen und

die Formeln für r_{121} und R_{121} , t_{121} und T_{121} vereinfachen sich ein klein wenig.

Ist der Weg, welchen die Strahlen von der Quelle bis zum Meßinstrument zu machen haben, sehr groß im Vergleich zu dem Wege im Innern der zu prüfenden Platte, so kann auch eine merkliche Absorption in dem Mittel (1) stattfinden, welche man, um dennoch die Absorption im Mittel (2) zu erhalten, nicht zu kennen nöthig hat. Sey der Weg von der Quelle bis zum Meß-Instrumente $= z$ und γ die Absorptionsconstante dieses Mittel (1) (welches meist die Luft seyn wird), so gelangen die Strahlen eines cylindrischen Strahlenbündels nicht mit der Intensität 1 zum Meßinstrument, wie dies der Fall wäre, wenn das Mittel (1) nichts absorbirte, sondern mit der Intensität $e^{-\gamma z}$. Wird nun die Platte (2) eingeschaltet, deren Dicke x und deren Absorptionsconstante α ist, so ist die Intensität der zum Meßinstrument gelangenden Strahlen $r_{121} \cdot e^{-\gamma(z-x)}$ und wenn x sehr klein gegen z ist, so kann man genau genug $r_{121} e^{-\gamma z}$ setzen, so daß das Verhältniß der zwei am Meßinstrumente beobachteten Wirkungen sofort r_{121} ergibt. Und es ist dann nur nothwendig den relativen Brechungsquotienten der Strahlen d. i. $\frac{n_2}{n_1}$ zu kennen, um $e^{-\alpha x}$ leicht aus einer quadratischen Gleichung berechnen zu können. Hat man unter solchen Umständen Versuche mit zwei Platten derselben Substanz und den Dicken x und y bei normaler Incidenz gemacht und den Werth von T_{121} bezüglich zu A_x und A_y gefunden, so ist

$$A_x = \frac{\frac{16 n_1^2 n_2^2}{(n_1 + n_2)^4} \cdot e^{-\alpha x}}{1 - \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^4 e^{-2\alpha x}} \quad \text{und} \quad A_y = \frac{\frac{16 n_1^2 n_2^2}{(n_1 + n_2)^4} \cdot e^{-\alpha y}}{1 - \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^4 e^{-2\alpha y}}.$$

Aus beiden Formeln läßt sich α berechnen und die beiden Messungen werden einander controliren. Hat man aus dem ersten $e^{-\alpha x}$, aus dem zweiten $e^{-\alpha y}$ berechnet, so muß die Differenz der natürlichen Logarithmen dieser zwei Größen, gleich α mal der Differenz der Dicken x und y seyn.

Hingegen ist die Differenz der Logarithmen der unmittelbar gefundenen Werthe A_x und A_y kein einfaches Multipelum der Differenz der Dicken, denn:

$$\lg A_x - \lg A_y = -\alpha(x-y) + \lg \left(\frac{1 - \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^4 e^{-2\alpha y}}{1 - \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^4 e^{-2\alpha x}} \right).$$

Wäre der Betrag der Reflexion unabhängig von der Dicke der Platte, so würde die linksstehende Logarithmendifferenz der rechts vorkommenden Dickendifferenz einfach proportional seyn. Die Formel für R_{12} , oder R_{21} lehrt, daß die Dicke x von einem gewissen Einfluß ist; man erkennt aber auch leicht, daß derselbe nicht groß ist.

Nimmt man an, das Steinsalz absorbire gar nicht die Wärmestrahlen, so kann man leicht berechnen, wieviel von einer Platte jeder beliebiger Dicke bei senkrechter Incidenz reflectirt wird und wieviel sie durchläßt. Herschel¹⁾ giebt als Brechungsquotienten für grüne Lichtstrahlen im Steinsalz die Zahl 1,4985, für rothe Lichtstrahlen 1,4929. Da die intensivsten Wärmestrahlen noch weniger brechbar sind als das rothe Licht, so will ich 1,492 = n_2 als Brechungsquotient und $n_1 = 1$ nehmen. Dann berechnet sich die Intensität der durchgelassenen Wärme zu 0,92496, während Melloni's Versuche²⁾ den Werth 0,923 ergaben, was eine vortreffliche Uebereinstimmung ist.

Knoblauch hat in zahlreichen Versuchen die Intensität der von klaren, beiderseits gut polirten Steinsalzplatten durchgelassenen Wärmemenge beträchtlich geringer gefunden; seine Versuche geben also eine Absorption der Wärme im Steinsalz zu erkennen. Er fand für klare Platten aus Stassfurter Salz³⁾:

Dicke der Platte	Durchgelassene Wärmemenge
5 mm, 0	0,86
7 „ 0	0,79
13 „ 5	0,78
22 „ 5	0,69.

1) Radicke, Handbuch der Optik Bd. II, S. 449.

2) Pogg. Ann. Bd. XXXVIII, S. 29 u. 30.

3) Pogg. Ann. Bd. CXX, S. 191.

Nach unserer Formel berechnet sich hieraus die Absorption für die

5 ^{mm}	dicke Platte zu	0,1024	und $e^{-\alpha x}$ zu	0,8976
7	" " "	0,1455	" " "	0,8545
13,5	" " "	0,1565	" " "	0,8435
22,5	" " "	0,2487	" " "	0,7513

Der Werth von α berechnet sich aus diesen vier Versuchen zu

0,0216063; 0,022462; 0,012607; 0,012709

Die zwei dünnen Platten geben demnach eine gute Uebereinstimmung der Messergebnisse und die Versuche mit den zwei dickeren ebenfalls; allein das Resultat der Versuche mit den dünneren Platten weicht bedeutend ab von dem Resultate der Versuche mit den dickeren Platten. Es ist noch zu bemerken, daß Knoblauch die Platten von 5^{mm} und von 13^{mm},5 einerseits und die von 7^{mm} und von 22^{mm},5 andererseits als untereinander vergleichbar betrachtet, sich aber nicht darüber ausspricht, ob die zwei Paare anscheinend von gleicher Beschaffenheit gewesen oder nicht. Uebrigens stammen beide Paare vom selben Fundorte. Knoblauch's Versuche sind mit zusammengesetzten Wärmestrahlen gemacht, aber er findet, daß die Natur der Wärme für die Durchstrahlung des Steinsalzes ohne Einfluß ist. Es bleibt also nur fraglich ob der von mir gewählte Brechungsquotient 1,492 glücklich gegriffen war oder nicht. Es stehen mir leider keine hinreichenden Angaben zu Gebote, um mittelst der Cauchy'schen Formel den kleinsten möglichen Werth des Brechungsquotienten des Steinsalzes zu berechnen.

Nimmt man als Brechungsquotient 1,485, so berechnet sich die Absorption in der

5 ^{mm}	dicken Platte zu	0,1041	und $e^{-\alpha x}$ für diese Platte zu	0,8959
7	" " "	0,1471	" " "	0,8529
13,5	" " "	0,1579	" " "	0,8421
22,5	" " "	0,2544	" " "	0,7451.

und die Werthe von α hiernach aus den vier Versuchen zu

0,0219855; 0,0227473; 0,0127302; 0,0130773

Die Art der Uebereinstimmung ist nicht wesentlich anders, als unter Annahme des Brechungscoëfficienten 1,492; die Absolutwerthe sind aber nicht ganz unbedeutend geändert.

Diese Betrachtung der vier Knoblauch'schen Messungen und ihre Zurückführung auf ein gemeinschaftliches Maafs, zeigt also, daß die Versuche nicht gut mit einander übereinstimmen. Es liegt der Gedanke nahe, daß noch einige der störenden Ursachen wirkten, die in der interessanten Abhandlung, welcher die Angaben entnommen sind, ausführlich nachgewiesen und erörtert werden. Man kommt namentlich deshalb auf diese Vermuthung, weil die Ergebnisse mit den dünneren Platten einerseits und die mit den dickeren andererseits gut zusammen stimmen, für jene Störungen aber die Dicke von Einfluß ist.

Da das reine Steinsalz, soweit die Versuche vorliegen, sich gegen Strahlen jeder Art in gleicher Weise verhält; so kann man, wie es hier geschehen ist, mit einem mittleren Brechungsquotienten die mit zusammengesetzten Wärmebündeln angestellten Beobachtungen berechnen, allein es hätte keinen genauen Sinn dies für andere Substanzen thun zu wollen, da für diese eine Abhängigkeit des Verhaltens von der Qualität der Strahlen constatirt ist und dieses Verhalten möglicherweise sich bedeutend ändern kann, wenn die Qualität der Strahlen auch nur eine leichte Veränderung erfährt.

Die Reflexion der Wärmestrahlen ist abhängig vom Brechungsquotient, und somit von der Qualität der Wärme. Allein, wenn nur die an der ersten Oberfläche des diathermanen Körpers zurückgeworfenen Strahlen berücksichtigt werden, oder die Reflexion an einem adiathermanen Körper stattfand, dann ist die Aenderung der Intensität der reflectirten Strahlen nach den Formeln, so lange die Einfallswinkel klein bleiben, sehr langsam vor sich gehend und es kann sonach nicht überraschen, wenn die Versuche

(welche keine große Genauigkeit bieten), finden ließen die Reflexion *aller* Wärmearten sey an der Oberfläche diathermaner Körper dieselbe. Waren in den Versuchen von Melloni und Biot, welche diese Behauptung aufstellten¹⁾, die von der Hinterfläche reflectirten Strahlen ausgeschlossen, so hat dieses Resultat nichts sehr Ueberraschendes. Anders ist es für die *Gesammtheit* der reflectirten Strahlen; ihre Intensität hängt, wie oben nachgewiesen, von der Absorption in der Substanz ab. Die Fresnel'schen Formeln, einfach angewandt, könnten also nur etwa bei Steinsalz die beobachteten Erscheinungen wiedergehen, wenn diesem eine verschwindend geringe Absorption zukommt, und dies fanden auch de la Provostaye und Desains²⁾. Hingegen fanden sie, daß diese Formeln bei Glas die Erscheinungen nicht wiedergehen, wie dies, wegen der starken Absorption durch das Glas auch zu erwarten war. In einer früheren Untersuchung fanden freilich dieselben Forscher, daß für Sonnenwärme die Formeln auch bei der Reflexion an Glas, unter Benutzung des Brechungsquotienten 1,52 sich bewahrheiten³⁾.

Unsere Kenntnisse über die Reflexion der Wärme sind noch ungenügend; es entsteht das Bedürfnis, Versuche mit homogenen Strahlen anzustellen. Was einstweilen vorliegt, kann nicht dazu dienen, die Annahme der Zutüchtigkeit der Fresnel'schen Formeln für ungerechtfertigt zu erklären.

Es ist oben nachgewiesen worden, daß die Differenz der Logarithmen der durch verschieden dicke Platten derselben Substanz hindurchgelassenen Wärmemengen nicht proportional ist der Differenz der Dicken, wenn die Strahlen normal die Platten durchsetzen. Auch bei schiefer Einfall ist dies, im Allgemeinen, nicht der Fall, sondern nur dann, wenn die Oefnung der Platte so beschränkt ist, daß die

1) *Ann. d. chim. et d. phys. T. LXV, p. 67; Compt. rend. T. X, p. 826.*

2) *Compt. rend. etc. T. XXXVII, p. 168; Pogg. Ann. Bd. XC, S. 623.*

3) *Compt. rend. T. XXIX, p. 121.*

Breite des austretenden Strahlenbündels die des ersten Theilbündels, nämlich $2\delta \tan \alpha$ nicht überschreitet. In diesem Falle ist einfach

$$t_{12} = \rho_{12}$$

und

$$t_{12} = \tau_{12} \tau_{22} e^{-\alpha x}.$$

Sind \mathcal{A}_x und \mathcal{A}_y die unter diesen Umständen durch zwei Platten aus demselben Material und den Dicken x und y durchgelassenen Wärmemengen, so ist

$$\mathcal{A}_x = \tau_{12} \tau_{22} e^{-\alpha x}; \quad \mathcal{A}_y = \tau_{12} \tau_{22} e^{-\alpha y}.$$

Also

$$\log \text{nat } \mathcal{A}_x - \log \text{nat } \mathcal{A}_y = -\alpha (x - y).$$

Die neueren Untersuchungen über die Absorption der Wärme in Dämpfen und Gasen, haben ein ganz besonderes Interesse erregt, einmal wegen ihrer unerwarteten Resultate, zum andern wegen ihres Zusammenhang mit der Meteorologie. Bei den Untersuchungen dieser Art scheint es mir, aus den schon hervorgehobenen Gründen, ganz besonders wichtig, streng homogene Strahlen in Anwendung zu bringen. Die Formeln, welche ich für die Durchstrahlung einer Platte aufstellte, lassen sich leicht erweitern für den von Tyndall in seinen Versuchen verwirklichten Fall, wo das Gas zwischen zwei Steinsalzplatten eingeschlossen ist. Die gleichen Formeln sind auch anzuwenden für die Berechnung der Absorption in tropfbaren Flüssigkeiten, welche man zwischen parallel gestellte planparallele Platten eines diathermanen Mittels gebracht hat. Zur Vereinfachung werde ich annehmen die beiden Verschlussplatten beständen aus gleichem Material.

(1) sey das Mittel genannt, welches die Wärmequelle umgibt (Luft oder der luftleere Raum), (2) das Material der Verschlussplatten, (3) das zwischen den Platten eingeschlossene Mittel und (4) das Mittel zwischen der letzten Verschlussplatte und dem thermometrischen Instrumente.

Ist I die Intensität der an der Vorderfläche der ersten Verschlussplatte ankommenden Strahlen, so ist die Intensität

der von dieser nach dem Mittel (1) zurückgeworfenen gleich

$$r_{123}$$

und t_{123} ist die, der in das Mittel (3) eindringenden Strahlen. Indem diese einen Weg von der Länge y im Mittel (3), dessen Absorptionsconstante β seyn mag, zurücklegen, ehe sie an die Vorderfläche der zweiten Verschlussplatte gelangen, ist ihre Intensität dort zu $t_{123} e^{-\beta y}$ geworden. Die dort angelangten Strahlen theilen sich; ein Theil, mit der Intensität

$$t_{123} t_{324} e^{-\beta y}$$

tritt in das Mittel (4) und kommt zum thermometrischen Instrument, ein anderer Theil, mit der Intensität $t_{123} r_{324} e^{-\beta y}$ wird reflectirt, und kommt, nachdem er den Weg y im Mittel (3) zurückgelegt hat, also mit der Intensität $t_{123} r_{324} e^{-2\beta y}$ wieder nach der ersten Verschlussplatte. Diese läßt einen Theil mit der Intensität

$$t_{123} t_{321} r_{324} e^{-2\beta y}$$

in das Mittel (1) austreten und einen Theil mit der Intensität $t_{123} r_{324} r_{321} e^{-2\beta y}$ reflectirt sie, welcher mit der Intensität $t_{123} r_{324} r_{321} e^{-3\beta y}$ an der zweiten Verschlussplatte anlangt, von dieser mit der Intensität

$$t_{123} t_{324} r_{324} r_{321} e^{-3\beta y}$$

in das Mittel (4) durchgelassen und mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321} e^{-3\beta y}$ in das Mittel (3) zurückgeworfen wird; an die erste Verschlussplatte mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321} e^{-4\beta y}$ kommt und von dieser mit der Intensität

$$t_{123} t_{321} r_{324}^2 r_{321} e^{-4\beta y}$$

in das Mittel (1) durchgelassen und mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-4\beta y}$ in das Mittel (3) zurückgeworfen wird; mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-5\beta y}$ an die zweite Verschlussplatte anlangt, von dieser mit der Intensität

$$t_{123} t_{324} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-5\beta y}$$

in das Mittel (4) durchgelassen und mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-5\beta y}$ nach dem Mittel (3) zurückgeworfen wird. Nur noch mit der Intensität $t_{123} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-6\beta y}$ kommen die Strahlen an die erste Verschlussplatte, die einen Theil, dessen Intensität

$$t_{123} t_{321} r_{324}^2 r_{321}^2 e^{-6\beta y}$$

Ist, in das Mittel (1) hinausläuft und einen anderen Antheil mit der Intensität $t_{123} r_{234}^2 r_{231}^2 e^{-2\mu y}$ zurückwirft, der auf $t_{123} r_{234}^2 r_{231}^2 e^{-7\mu y}$ geschwächt, an die zweite Verschlussplatte gelangt, durch diese mit der Intensität

$$t_{123} t_{234} r_{234}^2 r_{231}^2 e^{-7\mu y}$$

hindurch in das Mittel (4) geht, während ein weiterer Antheil reflectirt wird — usw. ins Unendliche fort. Man erkennt leicht das Gesetz der Abnahme des Werths der einzelnen Antheile und findet die Gesamtintensität der an dem zusammengesetzten System reflectirten in das Mittel (1) zurückkehrenden Strahlen:

$$\begin{aligned} r_{12324} &= r_{123} + t_{123} t_{231} r_{234} e^{-2\mu y} + t_{123} t_{231} r_{234}^2 r_{231} e^{-4\mu y} \\ &\quad + t_{123} t_{231} r_{234}^2 r_{231}^2 e^{-6\mu y} + \dots \\ &= r_{123} + \frac{t_{123} t_{231} r_{234} e^{-2\mu y}}{1 - r_{234} r_{231} e^{-2\mu y}}. \end{aligned}$$

Ebenso übersieht man leicht, daß die Gesamtintensität der durch das System hindurchgelassenen in das Mittel (4) tretenden Strahlen folgende ist:

$$\begin{aligned} t_{12324} &= t_{123} t_{234} e^{-\mu y} + t_{123} t_{234} r_{234} r_{231} e^{-3\mu y} \\ &\quad + t_{123} t_{234} r_{234}^2 r_{231}^2 e^{-5\mu y} + t_{123} t_{234} r_{234}^3 r_{231}^3 e^{-7\mu y} + \dots \\ &= \frac{t_{123} t_{234} e^{-\mu y}}{1 - r_{234} r_{231} e^{-2\mu y}}. \end{aligned}$$

Ist die Incidenz, wie wohl immer bei dieser Art Versuchen, eine normale, so vereinfachen sich die Formeln etwas, indem unter anderem $t_{123} = t_{231}$. Nimmt man an die Mittel (1) und (4) seyen identisch, so ergeben sich weitere Vereinfachungen. Endlich abermals, wenn man die Dicken der Verschlussplatte (welche in den t und den r vorkommen) als gleich annimmt.

Nennt man die Intensität des von der Wärmequelle ausgehenden cylindrischen Strahlenbündels 1, und x den Weg von der Quelle bis zur Vorderfläche der ersten Verschlussplatte, endlich γ den Absorptionsexponent des Mittels (1), so gelangen die Strahlen, von denen hier, wie immer, vorausgesetzt wird, sie bildeten einen cylindrischen Bündel, an die Vorderfläche der ersten Verschlussplatte mit

der Intensität $e^{-\gamma x}$ und treten also mit der Intensität $e^{-\gamma x} f_{12324}$ in das Mittel (4) ein. Haben sie in diesem, dessen Absorptionsexponent ϵ seyn mag, den Weg v bis zum Meßinstrument zurückzulegen, so treffen die Strahlen auf dieses mit der Intensität

$$e^{-(\gamma^* + \epsilon)} f_{12324}.$$

Tyndall mißt in seinen Versuchen zuerst die Intensität der Strahlen, welche durch die zwei Verschlussplatten und den dazwischen befindlichen leeren Raum (Mittel (0) und $n_0 = 1$) gegangen sind, d. h. er bestimmt die Größe

$$e^{-(\gamma^* + \epsilon)} T_{12024} = A_0.$$

Dann wird das Mittel (3) zwischen die Platten gebracht und nun wieder gemessen, nämlich:

$$e^{-(\gamma^* + \epsilon)} T_{12324} = A_2.$$

Aus diesen zwei Messungen leitet man ab:

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{T_{12324}}{T_{12024}}.$$

Aber T_{12024} ist bekannt, sobald n_1 , n_2 , n_4 und $e^{-\alpha x}$ (d. h. Absorptionsexponent und Dicke der Steinsalzplatten) gekannt sind; man findet also, wenn vorher, nach der früher besprochenen Weise, die Steinsalzplatten für sich untersucht worden sind T_{12324} .

Der Ausdruck für T_{12324} , nämlich

$$T_{12324} = \frac{T_{123} T_{324} e^{-\beta y}}{1 - R_{324} R_{321} e^{-2\beta y}}$$

läßt aus einer quadratischen Gleichung $e^{-\beta y}$ und damit β finden, so wie T_{123} , T_{324} , R_{324} , R_{321} gekannt sind. Deren Werthe folgen aber, aus den Brechungsquotienten n_1 , n_2 , n_3 , n_4 und aus den Werthen von α und x .

Hiermit ist im Wesentlichen angegeben, wie die Versuche über die Durchstrahlbarkeit anzustellen sind und berechnet werden können, um streng vergleichbare Resultate und unzweideutige Aussagen über die Absorption der Strahlen in verschiedenen Mitteln zu erhalten. Sey noch bemerkt, daß ich bei meinen Betrachtungen eine Reflexion an den Seitenwänden der Platten oder der Versuchsröhre

nicht in Acht gezogen habe, sondern voraussetzte, eine solche sey entweder in den Versuchen vermieden oder ihr Einfluß beseitigt. In dieser Hinsicht ist auf die schon citirte Abhandlung von Knoblauch und einige späteren, insbesondere aber auch noch auf die Bemerkungen von Magnus¹⁾ zu verweisen. Ähnliches gilt für die sogenannte unregelmäßige Reflexion an der Oberfläche und die Brechung im Innern trüber Medien.

Ich will noch kurz andeuten, warum die Versuche nothwendig mit homogenen Strahlen anzustellen sind. Ist der angewendete Strahlenbündel ein zusammengesetzter, so ist die am Meßinstrumente bemerkbare Intensität ein Ausdruck von der Form

$$A = B_1 f(n_1, \alpha_1) + B_2 f(n_2, \alpha_2) + B_3 f(n_3, \alpha_3) + \dots \\ = \sum B f(n, \alpha).$$

Hierin bezeichnen die B die Intensitäten der einzelnen Strahlenarten, wie sie unmittelbar im zusammengesetzten Strahlenbündel sich finden, die $f(n, \alpha)$ sind, je nach dem Falle t_{12}, t_{123}, T_{12} usw. Diese t enthalten die gesuchten Absorptionsexponenten. Wollte man nun diese t selbst dahin vereinfachen, daß die von mehrfacher Reflexion im Innern herrührenden Strahlen vernachlässigt würden, um die $f(n, \alpha)$ in das Product einer Function der Brechungsquotienten allein $[\varphi(n)]$ mit $e^{-\alpha x}$ zu trennen, so würde man haben

$$A = B_1 \varphi(n_1) e^{-\alpha_1 x} + B_2 \varphi(n_2) e^{-\alpha_2 x} + \dots = \sum B \varphi(n) e^{-\alpha x}.$$

In diesem Ausdrücke wären die B unbekannt und ebenso die α . Die $\varphi(n)$ wären für die Gränzwerte der Brechungsquotienten leicht zu berechnen und es liefse sich, bei der stätigen Aenderung des Brechungsquotienten eine ungezwungene Annahme über die Aenderung der $\varphi(n)$ von Glied zu Glied machen. Denkt man sich nun eine beliebige Anzahl Messungen für verschiedene Dicken: $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$, der absorbirenden Substanz mit den zusammengesetzten Strahlenbündeln ausgeführt, so wäre die Aufgabe, aus einem Systeme von Gleichungen:

1) Pogg. Ann. Bd. CXII, S. 497.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{1,1} = \sum B \varphi(n) e^{-\alpha_{1,1}} \\ A_{1,2} = \sum B \varphi(n) e^{-\alpha_{1,2}} \\ A_{1,3} = \sum B \varphi(n) e^{-\alpha_{1,3}} \\ \vdots \\ A_{1,n} = \sum B \varphi(n) e^{-\alpha_{1,n}} \end{array} \right\}$$

die Werthe von B und von α zu berechnen. Das ist aber leider im Allgemeinen nicht möglich, selbst wenn man die Coefficienten B als bekannt voraussetzen wollte und es zeigt sich somit die Hoffnungslosigkeit der mit zusammengesetzten Strahlenbündel angestellten Messungen.

Ich befinde mich gegenwärtig nicht in der Lage Versuche in der besprochenen Weise anstellen zu können. Vielleicht veranlassen aber meine Bemerkungen einen oder den anderen der ausgezeichneten Beobachter, die sich in dieser Art von Untersuchungen eine ganz besondere Geschicklichkeit erworben haben, einige Messungen zu machen, welche nach der entwickelten Methode berechnet werden könnten.

Gießen im Januar 1866.

III. Ueber die Einwirkung von Schwefelkohlenstoff, Schwefelwasserstoff und Chlornasserstoff auf einige Sauerstoffsalze bei erhöhter Temperatur; von W. Müller in Perleberg¹⁾.

Bei der Leichtigkeit, mit welcher die Alkalimetalle aus vielen ihrer Verbindungen mit Sauerstoff in neue übergeführt werden, erschienen dieselben geeignet, um als Hilfsmittel dienen zu können, andere mit ihnen zu Salzen verbundene Körper ebenfalls in neue Verbindungen zu bringen. Die Erfolge der dahin gehenden Versuche sind im Folgenden zusammengestellt.

1) Theilweise mitgetheilt im Programm der Realschule zu Perleberg vom Jahre 1865.

Zunächst wurde versucht ein Schwefelmetall so herzustellen, daß ein Kalisalz, welches das Metall in der Säure enthält, mit Schwefelkohlenstoff geglüht wurde. Trat alsdann das Kali mit dem Schwefelkohlenstoff in Wechselwirkung, so war zu erwarten, daß die in den *status nascenti* tretende Säure leichter als unter gewöhnlichen Verhältnissen, zu einer Umsetzung veranlaßt werden würde.

Das angewandte Kalisalz war chromsaures Kali. Es wurde meistens in der Form benutzt, wie es in den Handel kommt, bei einem Versuche war es vorher durch Umkrystallisiren gereinigt. Die Masse wurde in einer Kugelhöhle von schwer schmelzbarem Glase über einer Argand'schen Spirituslampe erhitzt. Der Schwefelkohlenstoff wurde in einer Retorte zum Sieden gebracht und trat durch die Kugelhöhle hindurchgeleitet in ein längeres Glasrohr, in welchem der Dampf durch Abkühlung sich zur Flüssigkeit condensirte. Die Flüssigkeit floß in einen Glaskolben ab, der zum Theil mit Wasser gefüllt war, so daß der Schwefelkohlenstoff unter dem Wasser sich ansammelte. Da sich der Schwefelkohlenstoff zum Theil schon wieder verdichtet, bevor er in die Kugel der Kugelhöhle gelangt ist, so ist es zur Vermeidung der Gefahr des Zerspringens der Kugel sehr dienlich, den Hals der Retorte und die Verbindung bis zur Kugel nicht horizontal zu stellen, sondern ein wenig steigen zu lassen, der condensirte Schwefelkohlenstoff fließt dann in die Retorte zurück. Die die gasförmigen Producte aus der Kugel ableitende Glasröhre muß gleich hinter der Kugel eine Biegung nach unten haben, damit kein flüssiger Schwefelkohlenstoff in die Kugel zurücktreten kann. Sind diese Einrichtungen getroffen, so können die Versuche ohne irgend eine Gefahr ausgeführt werden.

Wird das chromsaure Kali in dem Strome des Schwefelkohlenstoffdampfes nur gelinde erhitzt, so bemerkt man sehr bald eine Veränderung in der Kugelhöhle, indem das gelbe Salz sich in eine schwarze zusammenhängende Masse verwandelt. Erhitzt man stärker, indem man zugleich Schwefelkohlenstoffdampf lebhaft zuströmen läßt, so ist die Um-

wandlung von einem schwachen Erglügen begleitet. Die Umänderung geschieht unter gleichzeitiger Zunahme des Gewichtes, die in zwei Versuchen durch genaue Wägung bestimmt wurde. Das Ueberleiten von dampfförmigem Schwefelkohlenstoff wurde so lange fortgesetzt bis keine Gewichtsveränderung mehr bemerklich war.

Im ersten Versuche nahmen 2,226 Grm. des chromsauren Kalis um 0,920 Grm. an Gewicht zu, also 100 Grm. um 41,78 Grm.

Der zweite Versuch ergab bei 4,506 Grm. des angewandten Salzes 1,821 Grm. Gewichtszunahme, entsprechend 40,41 Proc.

Das erhaltene Product wurde mit Wasser behandelt, es löste sich ein Theil in demselben mit braungelber Farbe auf, ein anderer Theil blieb als ein grauschwarzes Pulver zurück. Das Gelöste erwies sich als eine höhere Schwefelungsstufe des Kaliums, Bleisalz wurde durch die Lösung zuerst roth gefällt und der rothe Niederschlag nahm allmählich eine schwarze Farbe an und gab bei Luftabschleifs geglüht Schwefel ab¹⁾). Ausserdem wurde die Lösung unter Abscheidung von Schwefel zersetzt. Die grauschwarze unlösliche Masse wurde von Salzsäure nur wenig von concentrirter Salpetersäure und von Königswasser, abgesehen von etwas abgeschiedenem Schwefel, völlig und sehr leicht zersetzt. Die Einwirkung der concentrirten Salpetersäure ist so heftig, dafs ein Theil der Masse bei der Zersetzung aus einem nicht hohen Gefäfse herausgeworfen wird. Die durch die bei den zuletzt genannten Säuren entstandene Lösung zeigt die Reactionen des Chromoxyds und der Schwefelsäure. Die Verbindung enthielt demnach Chrom und Schwefel.

Es war nun festzustellen, in welchem Verhältnisse Chrom und Schwefel vorhanden waren. Zu dem Ende wurde die Verbindung im Wasserstoffgasstrome getrocknet, damit etwa aufgenommener Sauerstoff mit dem vorhandenen Wasser entfernt würde. Die getrocknete Masse wurde nun gewo-

1) Gr.-Otto, Lehrbuch d. Chem., 3 Abth., S. 326 d. 3. Aufl.

gen und durch Salpetersäure in einem hohen und fast ganz bedeckten Glasgefäße oxydirt. Aus der vom ausgeschiedenen Schwefel abfiltrirten Lösung wurde das Chromoxyd durch Ammoniak gefällt, der Niederschlag abfiltrirt, getrocknet und gegläht.

In 1,145 Grm. der untersuchten Substanz wurden 0,886 Grm. Chromoxyd, entsprechend 77,38 Proc. Chromoxyd gefunden.

Die Verbindung ist demnach das dem Chromoxyd entsprechende Schwefelchrom Cr_2S_3 . Nach der Theorie verlangen 100 Gewichtstheile Chromsulfuret 76,14 Gewichtstheile Chromoxyd. Berechnet man die in dem gefundenen Chromoxyd vorhandene Menge von Chrom, so findet man, daß in der analysirten Substanz 53,12 Proc. Chrom gefunden sind, während nach der Theorie in 100 Gewichtstheilen Schwefelchrom 52,26 Gewichtstheile Chrom enthalten sind.

Das so gewonnene Resultat in Verbindung mit dem oben angegebenen Verhalten und Aussehen der Substanz dürfte genügend die angeführte Formel Cr_2S_3 für die Verbindung rechtfertigen. Harten¹⁾, Liebig²⁾ und andere beschreiben die Eigenschaften des Chromsulfurets wie sie oben als der dargestellten Verbindung eigenthümlich angegeben sind. Die in der angeführten Analyse verhältnißmäßig zu groß gefundene Menge des Chroms zeigt eine geringere Menge Schwefel an. Es hat das seinen Grund wohl darin, daß, wie auch der Versuch ergab, eine geringe Quantität des Schwefels unter der Form von Schwefelwasserstoff mit dem letzten Wasser beim Trocknen des Schwefelchroms im Wasserstoffstrome entweicht. Dieser Schwefelwasserstoff entsteht jedenfalls durch die Einwirkung des Wasserdampfes auf das Schwefelchrom, denn die Bildung desselben hört beim Trocknen und Erhitzen des Schwefelchroms im Wasserstoffgasstrome sehr bald auf, und sie findet auch beim Trocknen der Substanz im Koh-

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. XXXVII, S. 349.

2) Pogg. Ann. Bd. XXI, S. 350.

Jensäurestrome statt. Eine Analyse der in einer Atmosphäre von Kohlensäure getrockneten Masse ergab bei 0,851 Grm. der angewandten Substanz 0,631 Grm. Chromoxyd, oder etwa 73 Proc., also 3 Proc. zu wenig. Diese Differenz entsteht ohne Zweifel daraus, daß das Schwefelchrom aus der Luft Sauerstoff aufnimmt, der durch Trocknen im Kohlensäuregas nicht zu entfernen ist. Will man also nach der angegebenen Methode von Sauerstoff freies Schwefelchrom darstellen, so muß man das Präparat schließlich in einem Strome von Wasserstoffgas erhitzen.

Daß das Chromsulfuret, wie im Graham-Otto's¹⁾ Lehrbuch der Chemie angegeben ist, an der Luft zu reinem Oxyd verbrennt, wurde nicht wahrgenommen, es ändert sich zwar durch Erhitzen an der Luft in eine grüne Masse um, diese ist aber wohl ein basisch schwefelsaures Chromoxyd, denn in einem Versuche wurde aus 0,494 Grm. des Schwefelchroms eine grüne Masse von 0,730 Grm. erhalten. Das Gewicht war also 5 Proc. größer geworden, während es bei der Bildung von reinem Chromoxyd mehr als 23 Proc. hätte abnehmen müssen. Ein anderes Resultat konnte wenigstens nach längerem Erhitzen der Masse über einer Argand'schen Spirituslampe nicht erhalten werden.

Nachdem festgestellt war, daß das Chrom des chromsauren Kalis beim Erhitzen mit Schwefelkohlenstoff zu Chromsulfuret wird, war noch zu bestimmen, in welcher Weise, nach welcher Formel die Umsetzung erfolgt. Das chromsaure Kali hatte nach den beiden angeführten Versuchen gegen 41 Proc. an Gewicht zugenommen, das heißt 97,1 Gewichtstheile, die das Aequivalent des chromsauren Kalis darstellen, gegen 40 Gewichtstheile. Nun ist offenbar bei der Umsetzung der Sauerstoff fortgenommen und Schwefel an seine Stelle getreten. Die 97 Gewichtstheile chromsauren Kalis haben also 32 Gewichtstheile Sauerstoff verloren und gegen 72 Gewichtstheile Schwefel aufgenommen, 1 Aequivalent des Salzes also etwa $4\frac{1}{2}$ Aequivalente Schwefel. $1\frac{1}{2}$ Aequivalente dieses Schwefels sind an das

1) G.-O. Lehrbuch d. Chem. 3. Abth. S. 124 d. 3. Aufl.

Chrom getreten, also bleiben 3 Äquivalente für das Kalium, es muß sich demnach Dreifach-Schwefelkalium gebildet haben. Diese Art der Umsetzung verlangt genau 41,03 Proc. Gewichtszunahme, während, wie oben angegeben, bei einem Versuche 41,78 Proc., bei anderen 40,41 Proc. gefunden wurden.

Schröter¹⁾ giebt an, daß sich Schwefelkohlenstoff mit Metalloxyden in der Weise zersetzt, daß sich Kohlensäure und schweflige Säure bilden. Kohlensäure ließe sich in dem sehr wenig sauer reagirenden Wasser der Vorlage jedesmal ganz deutlich nachweisen, Kalkwasser gab einen auf Zusatz von Salzsäure unter Aufbrausen verschwindenden Niederschlag, dagegen wurde schweflige Säure in dem Wasser nicht gefunden. In einer Lösung von Chlorbaryum entstand ein Niederschlag, der durch Salzsäure keine sichtbare Veränderung erlitt, der also Schwefelsäure, nicht schweflige Säure anzeigte. Auch der Geruch nach schwefliger Säure war in den aus der Kugelförmigkeit abziehenden Gasen, durchaus nicht wahrzunehmen. Dagegen war der Geruch nach Schwefelwasserstoff neben dem nach Schwefelkohlenstoff sehr deutlich zu bemerken, auch die Reactionen der Flüssigkeit und der Atmosphäre über der Flüssigkeit zeigten, daß dieser Stoff in nicht geringer Quantität vorhanden war. Schwefelwasserstoff muß also als ein wesentlicher Körper bei den entstehenden Umsetzungen auftreten. Doch ist seine Bildung aus chromsaurem Kali und Schwefelkohlenstoff allein nicht möglich, es mußte notwendig Wasser hinzutreten seyn.

Bei einem Versuche zeigte sich zwar die Reaction auf Schwefelwasserstoff schon vor dem Zusammentreffen der Gase mit Wasser, es wurde mit Bleilösung befeuchtetes Papier geschwärzt, es konnte jedoch diese Reaction entweder durch eine geringe Quantität Wasser, die sich bei dem Schwefelkohlenstoff vorfand oder durch das Wasser des Reagenzpapiers entstanden seyn. Die durch Schwefel-

¹⁾ *Schweizerische Chem. Bd. 1, S. 492.*

kohlenstoff und chromsaures Kali gebildeten Producte mußten also so beschaffen seyn, daß sie sich mit Wasser zu Schwefelwasserstoff umsetzten. Angehend von der Beobachtung, daß sich bei der Zersetzung des chromsauren Kalis Dreifach-Schwefelkalium neben Schwefelchrom bildet und in Berücksichtigung der Erfahrungen Schroetter's über das Verhalten des Schwefelkohlenstoffs beim Erhitzen mit Metalloxyden, kann man folgende Umsetzungsformel aufstellen:



Da nun schweflige Säure nicht zu bemerken war, so mußte eine weitere Veränderung der entstandenen Producte unter sich stattgefunden haben. Vielleicht entsteht eine dem von Berzelius und Marcet entdeckten schwefligsauren Kohlensuperchlorid analoge Verbindung von Kohlensäure und schwefliger Säure $\text{CO}_2 \cdot \text{SO}_2$, oder es bildet sich ein dem Phosgengas entsprechender Körper von der Zusammensetzung $\text{CO} \cdot \text{SO}_2$. Unter der letzteren Voraussetzung würden sich alle beobachteten Thatsachen folgendermaassen erklären lassen. Die Verbindung $\text{CO} \cdot \text{SO}_2$, deren Formel verdoppelt wird zu $\text{C}_2\text{O}_2 \cdot \text{S}_2\text{O}_2$, zerlegt sich bei Gegenwart von Wasser in Kohlensäure und unterschweflige Säure, welche letztere mit Wasser sich zu Schwefelwasserstoff und Schwefelsäure umsetzt nach der Formel



Unterschweflige Säure zerfällt zwar aus ihren Salzen ausgeschieden in anderer Weise, indessen sind die Verhältnisse in dem vorliegenden Falle ganz andere. Die Ansichten über die Existenz eines Körpers, der aus den Elementen der Kohlensäure oder des Kohlenoxydgases und der schwefligen Säure zusammengesetzt ist, sind jedoch bis jetzt nur Vermuthungen geblieben; es muß dieser Gegenstand einer besonderen Untersuchung unterworfen werden.

Um die Trennung des Chromsulfurets von dem Schwefelkalium und das Trocknen des Sulfurets zu umgehen, wurde die Darstellung desselben aus chromsauren Ammo-

niak und Schwefelkohlenstoff versucht. Es wurde neutrales chromsaures Ammoniak aus Chromsäure und überschüssigem Ammoniak hergestellt und mit dampfförmigem Schwefelkohlenstoff erhitzt. Eine Einwirkung zeigte sich sehr bald, und es wurde Schwefelchrom erhalten, indem das Wasser der Vorlage sich von übergehendem Schwefelammonium gelb färbte.

Wahrscheinlich bildet sich in der Kugelhöhle schon eine das Wasser gelb färbende höhere Schweflungsstufe des Ammoniaks und giebt Veranlassung zu der rasch eintretenden Farbenänderung des Wassers.

Dem gebildeten Schwefelchrom war indessen Chromoxyd beigemengt, ohne Zweifel entstanden durch die freiwillige Zersetzung von chromsaurem Ammoniak, die bei der Umsetzung außerordentlich leicht eintritt, wie es sich bei mehreren Versuchen ergab. In einem folgenden Versuche nun wurde die das chromsaure Ammoniak enthaltende Kugelhöhle vorsichtig erwärmt, und eine Reaction von größerer Heftigkeit im Innern derselben nicht wahrgenommen; es ergab sich ein fast schwarzes Schwefelchrom, das von concentrirter Salpetersäure unter Zurücklassen einer nur geringen Menge von Chromoxyd gelöst wurde. Dieses Product war demnach wohl ein ziemlich reines Schwefelchrom.

Schwefelwasserstoffgas statt des Schwefelkohlendampfes zur Erzeugung von Schwefelchrom angewandt, zeigte schon bei gewöhnlicher Temperatur eine Einwirkung auf chromsaures Kali; indem das gelbe Salz beim Ueberleiten des Gases eine dunkle Farbe annahm und Wasser gebildet wurde. Damit das Salz völlig zersetzt würde, wurde es nachher erhitzt. Das gebildete Product enthält Schwefelkalkium und ein Schwefelchrom, dem viel Chromoxyd beigemengt war, wie sowohl die an manchen Stellen grüne Farbe der Substanz als auch ihr Verhalten gegen Salpetersäure ergaben. Die Salpetersäure ließ nämlich einen grösseren Theil der Masse ungelöst zurück. Die Entstehung des Oxyds kann man sich vielleicht so erklären, daß einem

Theile des neutralen Salzes durch die Einwirkung des Schwefelwasserstoffs Kali entzogen wird, und so ein saures Salz entsteht, welches die Bildung des Chromoxyds veranlaßt.

Nach der angegebenen Methode wurde nun die Darstellung von anderen Schwefelmetallen versucht, zunächst von Schwefelantimon. Als das zur Verwendung geeignetste Salz wurde antimonensaures Ammoniak angesehen, weil dasselbe die Bildung von freiem Schwefelantimon erwarten ließe. Das antimonensaure Ammoniak ward durch Fällung einer Lösung von antimonsaurem Kali mittelst Salmiak erhalten, also nach Berzelius zweifach saures Salz. Schon beim gelinden Erwärmen der mit dem Salze gefüllten und von Schwefelkohlenstoff durchströmten Kugelhöhre zeigte sich eine Einwirkung. Die Temperatur wurde nicht sehr gesteigert, damit die Zersetzung von etwa gebildetem Fünffach-Schwefelantimon vermieden würde. Doch es blieb Dreifach-Schwefelantimon in der Kugelhöhre zurück, wie sich daraus entnehmen ließe, daß die Verbindung beim stärkeren Erhitzen keinen Schwefel abgab, von Salzsäure unter Entwicklung von Schwefelwasserstoff gelöst wurde und die Structur und Farbe des geschmolzenen antimonigen Sulfids zeigte. Das Uebergehen von Schwefel wurde, wie schon angegeben, nicht bemerkt, wohl aber wurde bei dem letzten stärkeren Erhitzen Schwefelantimon durch den Schwefelkohlendampf mit fortgerissen. Durch den letzteren Umstand wurde es unmöglich durch Gewichtsbestimmungen die Art der Umsetzung festzustellen. In dem Wasser der Vorlage fand sich wie bei der Zersetzung des chromsauren Ammoniaks gelbes Schwefelammonium. Jedenfalls geht bei der Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs auf antimonensaures Ammoniak eben so wie bei der Einwirkung auf chromsaures Ammoniak eine höhere Schwefelungsstufe des Ammoniaks über, da auch in dem vorliegenden Falle das Wasser der Vorlage sofort bei dem Beginne des Processes eine gelbe Färbung annimmt. Die Art der Umsetzung des antimonensauren Ammoniaks ist ein neuer Be-

wels für die geringe Verwandtschaft, die zwischen den einzelnen Bestandtheilen einer Verbindung aus fünf Äquivalenten Schwefel und aus einem Äquivalente Antimon, also eines Fünffach-Schwefelantimons existirt. Da jedoch die Schwefelbasen leicht Veranlassung geben zur Bildung von Fünffach-Schwefelantimon, in dem erwähnten Falle aber die Schwefelbasis von der Sulfosäure entfernt wird, so wurde noch ein anderer Versuch angestellt, in dem eine nicht flüchtige Schwefelbasis gebildet werden mußte. Es konnte dann auch leichter durch Bestimmung des Gewichtes vor und nach der Ausführung des Processes ein Rückschluß gemacht werden auf die Art der Umsetzung.

Das zu dem Versuche angewandte Salz war antimon-saures Kali. Dasselbe wurde durch Verpuffen von einem Theile Antimon mit vier Theilen Salpeter als eine grau-weiße Masse erhalten, welcher durch erwärmtes Wasser die beigemengten Substanzen Kali und salpetrigsaures Kali entzogen wurden. Die Reaction des Schwefelkohlenstoffs auf das antimon-saure Kali war keine heftige, erst nach ziemlich langem Ueberleiten des ersteren hatte der in der Kugelhöhle befindliche Körper ein gleichartiges Aussehen bekommen, so daß die Operation beendet werden konnte.

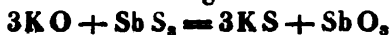
In dem ersten Versuche nahmen 1,873 Grm. des antimon-sauren Kalis um 0,207 Grm. an Gewicht zu, also 100 Gewichtstheile um 11,05 Gewichtstheile.

Bei dem zweiten Versuche vergrößerte sich das Gewicht von 4,246 Grm. um 0,426 Grm., also um 10,03 Proc.

Der dargestellte Körper hatte ein krystallinisches Gefüge und war von dunkelbrauner Farbe. An einzelnen Stellen, an denen er im weichen Zustande an die Kugel der Kugelhöhle sich angelegt hatte, war er von graphitartigem Aussehen. Der Strich war braun. In Wasser war der Körper fast ganz unlöslich, ein längeres Kochen ließ gar keine Veränderung sichtbar werden, und nur sehr wenig hatte sich in Wasser gelöst. Beim Erkalten der Lösung schied sich aus derselben eine gelbrothe Substanz ab. Da zu erwarten war, daß sich ein Sulfosalz gebildet hatte,

so wurde versucht die Sulfosäure durch Zusatz von verdünnter Salzsäure oder Schwefelsäure abzuscheiden. Aber selbst bei ziemlicher Concentration brachten diese Säuren eine wesentliche Veränderung nicht ganz hervor. Ganz concentrirte Salzsäure löste den Körper unter Entwicklung von Schwefelwasserstoff und ohne einen wesentlichen Rückstand zu hinterlassen. Auch durch Kochen mit Kalilauge konnte die Substanz leicht in Lösung gebracht werden, und aus dieser Lösung fiel durch Säuren ein rothbraunes Pulver, das durch Erhitzen bei Abschluß der Luft ein grauschwarzes metallglänzendes Aussehen bekam, ohne daß sich Schwefel ausschied. Es war Dreifach-Schwefelantimon, und diese Verbindung mußte auch nach dem Verhalten der Substanz in dem ursprünglich dargestellten Körper enthalten seyn, da das Schlippe'sche Salz von concentrirter Salzsäure unter Ausscheidung von Schwefel zersetzt wird. Unter der Voraussetzung, daß antimonisches Kali in eine Verbindung von Einfach-Schwefelkalium mit Dreifach-Schwefelantimon übergeführt wird, muß man nach der Theorie eine Gewichtszunahme von 8 Proc. erwarten, während eine Zunahme von mehr als 10 Proc. in den beiden angeführten Versuchen gefunden ist. Bedenkt man, daß nach der angegebenen Methode immerhin die Darstellung eines genau neutralen Salzes schwierig ist und leicht etwas überschüssige Basis zurückbleiben mag, wodurch dann die Gewichtszunahme bedeutender seyn muß, so wird man die gefundene Annäherung von 8 Proc. genügend finden. Auch alle anderen Beobachtungen erklären sich ohne Schwierigkeit bei obiger Annahme. Es ist bekannt, daß Schwefelalkalien in höherer Temperatur eine größere Quantität von Dreifach-Schwefelantimon in Lösung zu bringen vermögen als bei einer niedrigeren Temperatur, und so wird auch der geringe Theil des Sulfantimoniits, der sich in Wasser löst, beim Erwärmen ungelöstes Schwefelantimon aufnehmen, welches dann beim Erkalten sich ausscheidet. Beim Kochen des Sulfosalzes mit Kali bildet sich ein in Wasser lösliches Sulfantimoniit, wohl die Verbindung

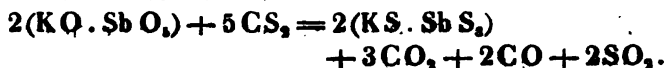
$3\text{KS} \cdot \text{SbS}_3$, indem das Kali mit einem Theil des Schwefelantimons in Wechselwirkung tritt und nach der Formel:



die Bildung von Antimonoxyd und Schwefelkalium veranlaßt. Sieht man die in Wasser lösliche Verbindung $3\text{KS} \cdot \text{SbS}_3$ als das neutrale Salz an, so ist die unlösliche Verbindung $\text{KS} \cdot \text{SbS}_3$ ein saures Salz.

Das Verhalten des antimonösen Kalis gegen Schwefelkohlenstoff spricht also wie das des antimonösen Ammoniaks für eine geringe Anziehungskraft zwischen den Gliedern der Verbindung SbS_3 .

Die Umsetzung des antimonösen Kalis kann man sich analog der des chromösen Kalis nach der folgenden Formel stattfindend denken:



Mangansäures Kali, durch Zusammenschmelzen von pulverisirten Braunstein, Kali und Salpeter erhalten, wurde ebenfalls der Einwirkung von dampfförmigem Schwefelkohlenstoff unterworfen. Als die einzelnen Bestandtheile bei der Herstellung des Salzes in solchen Quantitäten genommen waren, daß ein neutrales oder wenigstens schwach basisches Salz resultiren mußte, war die Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs so heftig, daß mehrfach Explosionen stattfanden, und das Salz aus der Kugelhöhre herausgeschleudert wurde. Deshalb wurde, damit die Wirkung abgeschwächt würde, später ein stark basisches Salz dargestellt und mit Schwefelkohlenstoff erhitzt. Die Reaction wurde in der That dadurch so gemäßiget, daß auch nicht der geringste Theil des Salzes aus der Kugel der Kugelhöhre herausgeschleudert wurde. So wie die Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs begann, entstand in der Kugel ein lebhaftes Glühen, das sich über das ganze Salz ausbreitete und dann verschwand. Nachher wurde noch eine Zeitlang Schwefelkohlenstoff übergeleitet, die Röhre in der Atmosphäre des Schwefelkohlenstoffs zum Erkalten gebracht und endlich das gebildete Product untersucht. Ein großer Theil

derselben löste sich in Wasser auf, und dieses nahm in Folge davon die die höheren Schwefelungsstufen der Alkalimetalle charakterisirende braungelbe Färbung an. Der unlösliche Theil der Substanz wurde von Säuren unter Entwicklung von Schwefelwasserstoff zersetzt. Als die Substanz so zersetzt wurde, daß sie vorher nur durch Abspülen von dem in Wasser löslichen Theile getrennt war, erfolgte eine Abscheidung von Schwefel bei der Einwirkung der Säure. Es wurde nun der unlösliche Theil durch Filtration von dem löslichen getrennt und lange ausgewaschen. Der so gebliebene Rückstand wurde von Säuren nur unter ganz geringer Ausscheidung von Schwefel gelöst; bei Luftabschluß geglüht wurde er, ohne Schwefel abzugeben, in eine graugrüne Masse verwandelt, die sich schon durch ihre Farbe als Einfach-Schwefelmangan zu erkennen gab. Daß diese Verbindung entstanden war, zeigte auch folgendes Experiment. Ein Theil der unlöslichen Masse wurde in eine Kugelhöhre gebracht und in einem Ströme von Wasserstoffgas getrocknet und geglüht; aber weder durch den Geruch noch durch eine vorgelegte Lösung von salpetersaurem Bleioxyd war eine Bildung von Schwefelwasserstoff wahrzunehmen, wie es bei dem Vorhandenseyn einer höheren Schwefelungsstufe des Mangans jedenfalls zu erwarten gewesen wäre. Die vorher bemerkte Ausscheidung von Schwefel bei der Zersetzung des Schwefelmangans war also nur durch Beimengung von Schwefelkalium entstanden. Mit dem gebildeten Schwefelkalium war Mangan in erheblicher Menge nicht in Lösung gegangen, wie durch einen besonderen Versuch festgestellt wurde. Das Schwefelmangan wurde selbst von Essigsäure zersetzt, war also nicht in festerer Verbindung erhalten als gewöhnlich, obgleich es sich bei einer verhältnißmäßig hohen Temperatur gebildet hatte.

Die Umsetzung dürfte entsprechend der des chromsauren Kalis nach folgender Formel vorgegangen seyn:



Da die Höhe der bei der Reaction eintretenden Tem-

peratur möglicher Weise, die Bildung einer höheren Schwefelungsstufe des Mangans verhindert hatte, so wurde auch noch ein anderes Salz der Mangansäure, mangansaures Baryt, mit Schwefelkohlenstoff in der Erwartung erhitzt, daß bei diesem Salze eine so große Steigerung der Temperatur in der Kugelhöhre in Folge der Umsetzung, wie durch mangansaures Kali, nicht eintreten würde. Diese Voraussetzung bestätigte sich. Durch Erhitzen von salpetersaurem Baryt, salpetersaurem Kali und Braunstein und späteres Behandeln mit Wasser wurde mangansaures Baryt als unlöslicher Rückstand erhalten. Dieses Präparat wurde in der Kugelhöhre mit Schwefelkohlenstoffdampf erwärmt. Eine Einwirkung zeigte sich sehr bald, und man sah sie durch die ganze Salzmasse fortschreiten, doch ein stärkeres Erglühen fand nicht statt. Die gebildete Masse löste sich theilweise mit gelber Farbe in Wasser auf. Diese Auflösung zeigte die Reactionen einer höheren Schwefelungsstufe des Bariums, beim Zusetzen einer Säure wurde Schwefel abgeschieden, und die vom Schwefel getrennte Lösung enthielt Bariumsalz. Mangan war in erheblicher Menge in der Flüssigkeit nicht vorhanden. Der in Wasser unlösliche Theil des erhaltenen Products wurde abfiltrirt, sorgfältig ausgewaschen und dann mit Säure behandelt. Er zersetzte sich sehr leicht unter Abscheidung von Schwefel. Ein anderer Theil wurde getrocknet und geglüht; aber er gab dabei nicht Schwefel ab, wie erwartet wurde, es entstand ein röthlich graues Pulver, das unter dem Mikroskop an einzelnen Stellen eine schwach grünlich weiße Färbung zeigte. Auch dieses Pulver löste sich in Säuren unter Abscheidung von Schwefel, es mußte also noch Bariumsuper-sulfuret enthalten, und es wurde in der That in der entstandenen Auflösung eine reichliche Menge von Bariumsalz gefunden. Es wurde nun versucht durch mehrtägiges Auswaschen mit zum Theil heißem Wasser das Lösliche von dem Unlöslichen zu trennen, aber auch so blieb dem Schwefelmangan noch Schwefelbarium beigemischt, und es ist das erstere gar nicht isolirt erhalten. Doch möchte das Ver-

halten der vielfach ausgewaschenen unlöslichen Masse beim Glühen mit Abschlufs der Luft ein ziemlich sicherer Beweis dafür seyn, daß eine höhere Schwefelungsstufe des Mangans sich nicht gebildet hatte. Möglicher Weise ist jedoch das Verhalten der Substanz bedingt durch die Bildung einer in Wasser löslichen Verbindung von Schwefelmangan mit Schwefelbarium.

Die angegebene Methode wurde ferner angewandt, um mit Hilfe von oxalsaurem Kali eine Verbindung von Schwefel und Kohlenstoff herzustellen. Zu diesem Zweck wurde das oxalsäure Kali mit Schwefelwasserstoff erhitzt. Das benutzte Kalisalz war das saure oxalsäure Kali in der Form, wie es als Kleesalz in den Handel kommt. Das Salz wurde sehr leicht von erwärmtem Schwefelwasserstoffgas angegriffen. Es bildete sich Wasser, und schon bei mäßigem Erwärmen fing die Masse an sich zu schwärzen, indem anscheinend die Kohle ausgeschieden wurde. Eine große Quantität Oxalsäure wurde von dem Gasstrom mit fortgerissen und von dem Wasser der Vorlage aufgenommen. Nachdem die Wasserbildung beendet war, wurde die Kugelhöhre stärker erhitzt bis zur beginnenden Rothgluth, dann wurde sie in dem Strome des Schwefelwasserstoffgases abgekühlt. Die Masse in der Kugelhöhre wurde vor und nach dem Ueberleiten gewogen, und sie zeigte folgende Gewichtsveränderung.

9,334 Grm. des Kleesalzes verloren 5,206 Grm. oder 100 Gewichtstheile 67,01 Gewichtstheile.

Das erhaltene Product war durchgezogen von der schon erwähnten schwarzen Masse, im Uebrigen war es zusammen geschmolzen und weiß. Der weiße Theil löste sich in Wasser zu einer farblosen Auflösung auf, die bald eine gelbe Färbung annahm. Diese Verbindung war Kaliumsulfhydrat. Der schwarze Körper wurde durch Filtration isolirt, und es wurde in ihm eine schwefelhaltige Kohle gefunden, indessen war die Menge derselben so gering, daß sie nur als ein unwesentliches Nebenproduct bei der Umsetzung des Kleesalzes entstanden seyn konnte.

Wenn sich saures oxalsaures Kali in Kaliumsulphhydrat verwandelt, so muß es nach der Theorie etwa 50 Proc. an Gewicht verlieren. Daß in dem angeführten Versuche der Verlust um ein Bedeutendes größer ist, kann man sich dadurch erklären, daß das Kletsalz für gewöhnlich nicht reines saures oxalsaures Kali ist, sondern wenigstens zum Theil aus übersaurem Salze besteht.

Neutrales oxalsaures Kali mit Schwefelwasserstoffgas erwärmt nahm bei einem Versuche 12, bei einem anderen 10 Proc. an Gewicht ab und wurde in schwefelhaltige Kohle und Kaliumsulphhydrat übergeführt. Hätte eine bloße Umwandlung in Kaliumsulphhydrat stattgefunden, so hätte sich das Gewicht um 22 Proc. verringern müssen, dieselbe ist also nicht anzunehmen, sondern es werden sich in Folge der Bildung von Ameisensäure oder noch anderer Verbindungen complicirtere Umsetzungsproducte bilden. Die größere Menge an Basis im neutralen oxalsauren Kali bewirkt also eine andere Zerlegung der Oxalsäure als die geringere Menge im sauren Salze.

Es war von Interesse zu wissen, wie freie Oxalsäure dem Schwefelwasserstoffgas gegenüber sich verhält, und so wurden auch diese beiden Körper mit einander erwärmt. Sobald als die Reaction begann, sah man Schwefel aus der Kugel der mit Oxalsäure gefüllten Kugelhöhle ausströmen und in der Röhre selbst sich verdichten. Es dauerte das so lange bis die Oxalsäure vollständig zersetzt und aus der Kugelhöhle verschwunden war. Der übergegangene Schwefel war weich und außerordentlich biegsam, hatte aber nicht wie der amorphe Schwefel gewöhnlich eine braunrothe, sondern eine rein gelbe Färbung und war undurchsichtig. Der Grund für das Entstehen dieser amorphen Schwefelmodification wurde zum Theil darin vermuthet, daß mit dem Schwefel sehr viel Wasser sich in der Röhre verdichtet hatte.

In einem besonders angestellten Versuche wurde Schwefel in einem Strom von Wasserdampf überdestillirt und auch so zum Theil eine der erwähnten gleiche, zähe, biege-

same Schwefelmasse erhalten. An den Stellen, an welchen der Schwefel in dickeren Schichten sich abgelagert hatte, war er von der gewöhnlichen Beschaffenheit, es hatte da weniger Wasser hinzutreten können. Es fragte sich nur, wodurch die hellgelbe Farbe und die Undurchsichtigkeit des Schwefels entstanden war. Zunächst wurde angenommen, daß der aus dem Schwefelwasserstoffgase freiwerdende Schwefel eine nicht hohe Temperatur habe und in dieser Beschaffenheit nur mechanisch durch den Gasstrom fortgerissen in das Wasser gelange. Zur Bestätigung dieser Ansicht wurde Schwefel nur wenig über die Temperatur des Schmelzpunktes erwärmt und in Wasser gebracht. Er erstarrte vollständig. Wurde stärker erwärmt, so zeigt sich beim Abkühlen durch Wasser die bekannte braune durchsichtige Modification des Schwefels. Es wurde jedoch bemerkt, daß die Masse an den weniger erwärmten Stellen heller aussah, und als der Schwefel nur so lange erwärmt wurde, bis er gelbbraun, also in β Schwefel übergeführt war, so blieb er nach dem Behandeln mit Wasser weich und durchsichtig; aber er war gelb. Der Versuch gelingt sehr leicht durch Erhitzen eines Stückes Schwefel auf einem Porcellandeckel und Eintauchen in Wasser. Schmilzt man Schwefel in einer Glasröhre, bis er gelbbraun geworden ist und wirft man die Röhre in Wasser, so erhält man ein cylinderförmiges Stück des weichen gelben und durchsichtigen Schwefels. Ist eine Stelle der Glasröhre zu warm geworden, so giebt sich das sofort an der braunen Farbe des Schwefels zu erkennen. Wenn auf diese Weise auch die gelbe Färbung des aus dem Schwefelwasserstoffgase erhaltenen Schwefels sich erklären ließe, so war der letztere doch durchaus nicht durchsichtig, also jedenfalls eine andere Masse als die erhaltene. Eine neue Ueberlegung führte zu dem Gedanken, daß die gasförmige Beschaffenheit des Schwefels bei dem Eintreten in das Wasser die Ursache der eigenthümlichen Umänderung seyn möchte. Es wurde deshalb Schwefeldampf durch directes Einleiten in Wasser abgekühlt und nun in der That wieder die

weiche und undurchsichtige Masse von gelber Farbe erhalten. Der Versuch ist auf einfache Weise so anzustellen, daß Schwefel in einer Atmosphäre von Kohlensäure verdampft und in Wasser geleitet wird. Der Strom der Kohlensäure reißt dann den unverdichteten Dampf mit fort. Nach dem ganzen Aeußern war die auf die angegebene Weise dargestellte Masse als eine neue Modification anzusehen.

Um diese Frage zur Entscheidung zu bringen, wurde das specifische Gewicht des Schwefels bestimmt. Die Bestimmung erwies sich als eine nicht leichte, namentlich wurde sie durch zwei Umstände erschwert. Einmal war es nicht leicht größere Quantität des gelben weichen Schwefels zu erhalten, da derselbe viel schneller als der braune in den festen Zustand übergeht und daher zu erwarten war, daß bei längerem Hindurchleiten des Schwefeldampfs durch Wasser, wie es die Darstellung einer größeren Menge der Substanz erfordert, der zuerst condensirte Theil sich änderte. Als eine zweite Schwierigkeit ergab sich der Umstand, daß der Schwefel oft in seiner ganzen Masse nicht weich war, sondern an manchen Stellen durchaus von dem spröden α Schwefel nicht verschieden erschien. Diese Schwierigkeit wurde jedoch beseitigt. Die genauere Beobachtung ergab nämlich, daß der nicht weiche Schwefel, der aus dem zuerst gebildeten Dampfe erhalten war. Da nun der unterhalb des Siedepunktes von 420°C. und schon im schmelzenden Schwefel sich bildende Dampf jedenfalls von dem bei 420° entstehenden verschieden ist, so war anzunehmen, daß nur der letztere Dampf sich zu weichem Schwefel condensirte. Diese Annahme bestätigte sich. Es wurde nämlich in einem neuen Versuche Schwefel bis zum Sieden erhitzt und dann durch Kohlensäure dampfförmig in Wasser gebracht. So bildete sich weicher Schwefel von durchaus gleichartiger Beschaffenheit, und es war in dieser Beziehung eine Schwierigkeit für die Bestimmung des specifischen Gewichts nicht mehr vorhanden. Die ausgeführten Versuche ergaben nun folgende Resultate:

Absolutes Gewicht des unter- suchten Schwefels		Specifisches Gewicht
1.	0,171 Grm.	1,88
2.	0,313	1,89
3.	0,198	1,87
4.	0,232	1,86
5.	0,322	1,85
6.	0,102	1,87
7.	0,112	1,87

Beim dritten und vierten Versuche wurde das specifische Gewicht zweimal genommen und vor der zweiten Bestimmung der Schwefel stark geprefst, die Zahlen für das specifische Gewicht blieben sich jedoch bis auf die zweite Decimalstelle gleich. So war das specifische Gewicht des weichen Schwefels = 1,87 gefunden und damit ein neuer Grund für die Ansicht, daß die weiche Masse eine neue Modification des Schwefels ist. Am nächsten steht dem specifischen Gewichte nach der braune amorphe Schwefel, bei diesem werden indessen verschiedene Zahlen angegeben. Marchand und Scheerer¹⁾ erhielten die Zahl 1,957, während Deville²⁾ die Zahl 1,91 gefunden hat. Da es für die vorliegende Untersuchung von Wichtigkeit war, diese Zahl genau zu kennen, so wurden zu ihrer Ermittelung von Neuem Versuche angestellt, die folgende Zahlen ergaben:

Absolutes Gewicht des unter- suchten Schwefels		Specifisches Gewicht
1.	0,677 Grm.	1,91
2.	0,614	1,91
3.	0,723	1,91
4.	0,270	1,92
5.	0,433	1,92
6.	0,449	1,91
7.	2,117	1,92
8.	0,913	1,90
9.	1,893	1,92

1) Journ. f. pr. Chem. Bd. 24, S. 133.

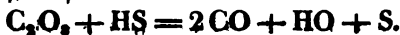
2) Grah.-Otto, Lehrb. der Chem., I. Abth., S. 225.

Die Resultate stimmen sämmtlich mit der Angabe von Deville überein. Da der weiche Schwefel, wenn er noch einmal geschmolzen und in Wasser gegossen wird, viel klebriger wird als beim ersten Male, so wurde vermuthet, er veränderte vielleicht sein specifisches Gewicht. Eine wesentliche Veränderung konnte indessen nicht constatirt werden, in acht verschiedenen Versuchen wurde das specifische Gewicht zwischen 1,92 und 1,93 schwankend gefunden. Bei einem dreimal geschmolzenen und in Wasser gegessenen Stück ergab sich die Zahl 1,92.

Der oben erwähnte durchsichtige und weiche gelbe Schwefel, der durch Eintauchen von gelbbraunem Schwefel in Wasser erhalten wird, hatte das specifische Gewicht 1,92, also übereinstimmend mit dem des braunen weichen Schwefels.

Der aus Schwefelwasserstoff abgeschiedene Schwefel wird unzweifelhaft durch den Sauerstoff der Oxalsäure, der bei der gewöhnlichen Zersetzung derselben als Bestandtheil der Kohlensäure auftritt, aus dem Schwefelwasserstoffgase frei gemacht.

Die Umsetzung der Oxalsäure läßt sich daher einfach durch folgende Formel darstellen:



Die Zersetzung der freien Oxalsäure erfolgt also ganz anders wie die von der an Kali gebundenen Säure, indem im letzteren Falle mannigfaltigere Producte gebildet werden.

Auch die Darstellung von Schwefelphosphor wurde in der gewöhnlichen Weise dadurch versucht, daß die Phosphorsäure im *status nascendi* mit Schwefelkohlenstoff zusammentreffen sollte, und letzterer wurde zu diesem Zwecke dampfförmig zunächst mit paraphosphorsaurem Natron erhitzt. Das Salz wurde aus dem gewöhnlichen phosphorsauren Natron durch Erhitzen bis zur Rothgluth erhalten. Als die Verbindung im Strome des Schwefelkohlendampfes eine hohe Temperatur angenommen hatte, fast so hoch als sie mit einer Argand'schen Spirituslampe überhaupt zu erreichen ist, zeigte sich eine beginnende Einwirkung des

Schwefelkohlenstoffs, indem Schwefel sich in der Röhre der Kugelhöhre verdichtete. Diese Erscheinung dauerte eine ziemlich lange Zeit hindurch. Als sie nicht mehr wahrgenommen werden konnte, wurde die Kugelhöhre zum Erkalten gebracht und die in derselben vorhandene Masse untersucht. Sie war halb geschmolzen und hatte eine grau-weiße Farbe. Sie war in Wasser löslich, und die Lösung zeigte die Reactionen von Schwefelwasserstoff, durch Zusatz von Säure wurde Schwefelwasserstoff entwickelt, aber kein Niederschlag gebildet. Als die Substanz einige Zeit sich selbst war überlassen gewesen, zeigte sich das Verhalten derselben dem Wasser gegenüber verändert, sie löste sich nämlich jetzt und namentlich beim Erwärmen unter gleichzeitiger Entwicklung von Schwefelwasserstoff in Wasser auf.

Die Gewichtsveränderungen erwiesen sich in mehreren Versuchen sehr constant, wenn man bedenkt, daß eine vollständige Zersetzung der zusammensinternden Masse recht schwierig ist. Die Versuche wurden häufiger als vorher angestellt, um die von allen früheren verschiedene Art der Einwirkung erkennen und feststellen zu können.

Im ersten Versuche nahmen 2,225 Grm. des phosphorsäuren Natrons um 0,112 Grm. an Gewicht zu, entsprechend 5,04 Proc.

Der zweite Versuch ergab bei 1,384 Grm. des Salzes eine Zunahme von 0,098 Grm. oder von 6,36 Proc.

Im dritten Versuche zeigten 2,837 Grm. des Salzes eine Zunahme von 0,155 Grm. oder von 5,46 Proc.

Ferner ergaben 4,247 Grm. des Salzes eine Gewichtsvermehrung von 0,240 Grm. oder von 5,65 Proc.

In einem fünften Versuche wurden bei 2,107 Grm. des angewandten Salzes 0,135 Grm. Gewichtszunahme gefunden oder für 100 Gewichtstheile 6,41 Gewichtstheile.

Bei allen diesen Versuchen schwankt die Gewichtszunahme um 6 Proc. 133 Gewichtstheile, die das Äquivalent des paraphosphorsäuren Natrons darstellen, nehmen also um ungefähr 8 Gewichtstheile zu. Nach den vorlie-

genden Thatsachen führte das zu der Vermuthung, daß ein Aequivalent Sauerstoff durch ein Aequivalent Schwefel ersetzt wäre, und ferner lag es nahe anzunehmen, daß das eine Aequivalent Schwefel mit einem der beiden Aequivalente Natrium verbunden wäre. Es mußte also der Schwefelkohlenstoff der Phosphorsäure ein Aequivalent Natron entzogen haben und dann Einfach-Schwefelnatrium entstanden seyn. Diese Art der Umsetzung, bei welcher ein Aequivalent Sauerstoff durch ein Aequivalent Schwefel ersetzt wird, verlangt nämlich genau 6,01 Proc. Gewichtszunahme, welche Zahl mit den in den oben angegebenen Versuchen gefundenen hinreichend übereinstimmt. Um jedoch bestimmt zu wissen, ob ein Aequivalent Schwefel aufgenommen wäre, war eine quantitative Bestimmung des in der Verbindung vorhandenen Schwefels nöthig. Es wurde daher eine bestimmte Menge der Verbindung mit Soda und Salpeter geschmolzen, und so der Schwefel in der Form von Schwefelsäure an Baryt gebunden bestimmt. Auf diese Weise wurden in 1,669 Grm. der Verbindung 0,189 Grm. Schwefel oder 11,32 Proc. Schwefel gefunden, während die Theorie für die Verbindung $\text{NaO} \cdot \text{PO}_3 + \text{NaS}$ 11,35 Procent Schwefel angiebt.

Nachdem die Bestandtheile des neu entstandenen Körpers ermittelt waren, so fragte es sich, in welcher Art diese Bestandtheile vereinigt wären. Daß der Körper als eine chemische Verbindung und nicht als eine Mischung aus Schwefelnatrium und phosphorsaurem Natron anzusehen ist, ergiebt sich aus der Weise der Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs. Wäre nämlich das Schwefelnatrium nur beigemischt, so würde bei der Zersetzung des phosphorsauren Natrons kein Schwefel frei werden, sondern eine höhere Schwefelungsstufe des Natriums sich bilden. Auch die Farbe des Körpers spricht dafür, daß er eine chemische Verbindung ist, denn wäre das Schwefelnatrium beigemengt, so hätte die ganze Masse dadurch eine röthliche Farbe erhalten und könnte nicht grauweiß aussehen. Das mit dem phosphorsauren Natron aus den angegebenen

Gründen chemisch verbundene Schwefelnatrium gehört nun entweder in die Verbindung phosphorsaures Natron, oder es ist derselben coordinirt. Im ersteren Falle müßte man sich ohne Zweifel das basische Schwefelnatrium als ein zweites Aequivalent Basis mit der Phosphorsäure verbunden denken, im zweiten Falle wäre metaphosphorsaures Natron entstanden und mit diesem das Schwefelnatrium verbunden. Die Frage über die Art der Constitution des Salzes hängt zusammen mit der Frage, ob einbasische oder zweibasische Phosphorsäure entstanden ist. Letztere läßt sich aber durch einen Versuch leicht zur Entscheidung bringen. Es wurde zu dem Zwecke die Auflösung des gebildeten Körpers in Wasser mit einer Lösung von Eiweiß versetzt und dann Essigsäure hinzugegeben. Es entstand sofort ein starker weißer Niederschlag, ein Zeichen also, daß einbasische Phosphorsäure gebildet war. In einem Falle zeigte es sich, daß die Reaction 24 Stunden nach der Darstellung des Salzes nicht mehr eintrat, es war also die einbasische Phosphorsäure vollständig in mehrbasische übergegangen. Dadurch erklärte sich auch das nach längerem Stehen der Masse wahrgenommene Auftreten von Schwefelwasserstoff beim Auflösen des Körpers in Wasser. Die mehrbasische Phosphorsäure wirkt dabei zersetzend auf das vorhandene Schwefelnatrium, wie es folgende Formel veranschaulicht:



Das Schwefelnatrium ist also in dem hergestellten Körper mit der ganzen Verbindung als phosphorsaures Natron vereinigt zu denken. Dieses Verhalten des Schwefelnatriums dürfte am meisten Aehnlichkeit haben mit der bekannten Eigenschaft des Ammoniaks mit Salzen chemische Verbindungen einzugehen.

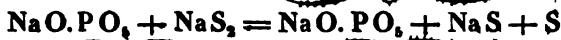
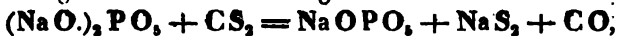
Die Art der Umsetzung des Schwefelkohlenstoffs mit dem paraphosphorsauren Natron erscheint zunächst von allen früher beobachteten Zersetzungen verschieden. Direct aus der Beobachtung ergibt sich nämlich die Umsetzungsformel:



Statt dessen sollte man erwarten, daß ein Aequivalent Schwefelkohlenstoff mit zwei Aequivalenten Natron in der Weise sich umsetzen würden, daß sich Kohlensäure und Schwefelnatrium bildeten, nach der Formel:



Vielleicht bildet sich jedoch bei der Reaction zuerst eine Verbindung von Zweifach-Schwefelnatrium mit phosphorsaurem Natron, und diese zerfällt nachher bei Erhöhung der Temperatur in das Einfach-Schwefelnatrium enthaltende Salz und Schwefel. Unter dieser Voraussetzung wenigstens erklären sich alle Erscheinungen ohne Schwierigkeit. Die Umsetzungsformeln wären alsdann:



Als beachtungsworth ist aus den Versuchen über die Zersetzung des paraphosphorsauren Natrons mit Schwefelkohlenstoff noch besonders hervorzuheben, daß diese Zersetzung ein eigenthümliches Mittel darbietet zur Herstellung von metaphosphorsaurem Natron.

Zur Bestätigung der angeführten Ansichten wurde noch einbasisches phosphorsaures Natron mit Schwefelkohlenstoff erhitzt. Es mußte sich dabei herausstellen, ob die Verbindung $\text{NaO} \cdot \text{PO}_3$ durch Schwefelkohlenstoff verändert würde oder nicht. Das Salz wurde durch Erhitzen des phosphorsauren Natron-Ammoniaks, des Phosphorsalzes, erhalten. Es wurde längere Zeit mit Schwefelkohlenstoffdampf stark erhitzt, zeigte aber keine wesentliche Aenderung weder im Aussehen noch im Gewichte. Der Versuch entsprach vollständig der oben angegebenen Theorie über die Umsetzung des phosphorsauren Salzes.

Es wurde nun versucht, ob das starke Vereinigungsstreben des Schwefels zu dem Kalium phosphorsaures Kali weiter zu zersetzen vermöchte als phosphorsaures Natron. Um diese Frage leicht entscheiden zu können, wurde metaphosphorsaures Kali in einer Kugelhöhre mit Schwefelkohlenstoff erhitzt. Das Salz wurde durch Glühen des kry-

stallirten sauren phosphorsauren Kalis erhalten. Es zeigte sich beim starken Erhitzen der Masse in der Kugelhöhre durch das Auftreten von Schwefel eine beginnende Reaction, jedoch verlief der Proceß ganz ähnlich wie bei der Zersetzung des phosphorsauren Natrons, eine Bildung von Schwefelphosphor wurde nicht wahrgenommen. Der einzige Unterschied war, daß bei dem Kalisalz die Zersetzung weiter ging, indem auch das einbasische Salz noch angegriffen wurde.

Um eine völlige Zersetzung des metaphosphorsauren Kalis zu erreichen, wurde das Salz in einer Porcellanröhre erhitzt, die durch einen kleinen Ofen gelegt war und von Schwefelkohlenstoffdampf durchströmt wurde. Der Ofen wurde mit Holzkohlen geheizt. Es ging nun unter Verringerung des Gewichts von dem angewandten Salze mit dem Schwefel eine phosphorhaltige Masse, vermuthlich Schwefelphosphor über, wie auch schon aus den Reactionen des Wassers der Vorlage zu erkennen war, aber die Menge der Substanz war noch immer gering und außerdem war die letztere noch mit Schwefel vermischt, daher wurden die Versuche in dieser Richtung aufgegeben.

Interessanter erschien die Frage, wie weit das Kalisalz beim Erhitzen über der Spirituslampe durch Schwefelkohlenstoff zersetzt wird. Zur Entscheidung derselben wurde das Salz vor und nach der Einwirkung des Schwefelkohlenstoffs gewogen.

Im ersten Versuche nahmen 3,363 Grm. des metaphosphorsauren Kalis 0,200 Grm. an Gewicht zu; in einem zweiten Versuche 2,259 Grm. des Salzes um 0,080 Grm.

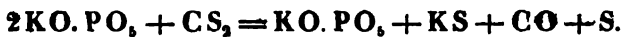
Die erstere Zunahme beträgt 3,14, die zweite 3,50 Proc., dieselbe ist also hinreichend constant.

Geht man vom letzteren Versuche aus, der bei der geringeren Menge des angewandten Körpers eine vollkommene Zersetzung erwarten läßt, so findet man, daß 118 Gewichtstheile das Aequivalent des metaphosphorsauren Kalis, sich um 4,13 Gewichtstheile vergrößern. Es führt das bei dem vorher erkannten Verhalten des paraphosphor-

anzieh. Natrons zu der Vermuthung, daß die Hälfte des Kalis zu Einfach-Schwefelkalium geworden ist. Diese Umsetzung erfordert nämlich für 118 Gewichtstheile eine Zunahme von 4 Gewichtstheilen, die der beobachteten Vergrößerung um 4,13 Gewichtstheile hinreichend nahe kommt.

Die gebildete Masse war von weißlicher Farbe, die Farbe des Schwefelkaliums also nicht zu bemerken, und folglich war dieses chemisch gebunden. Im kalten Wasser löste sich der Körper völlig auf, beim Erhitzen der Lösung entwickelte sich Schwefelwasserstoff, jedenfalls eine Folge der Zersetzung des Schwefelkaliums durch die Phosphorsäure des gebildeten Salzes. Aus saurem Silbersalze wurde durch die Lösung Schwefelsilber gefällt, aus der sauren Lösung von salpetersaurem Bleioxyd fiel Schwefelblei mit phosphorsaurem Bleioxyd zusammen. Als die Lösung des Phosphorsäuresalzes mit Eiweiß vermischt und mit Essigsäure versetzt wurde, entstand ein weißer Niederschlag von geronnenem Eiweiß. Es war also die Reaction der Metaphosphorsäure vorhanden. Ein abweichendes Verhalten der Lösung von einer Lösung von Metaphosphorsäure wurde überhaupt nicht wahrgenommen, nur fiel es auf, daß sie durch Salzsäure ziemlich stark sauer gemacht, mit Chlorbarium sofort einen starken Niederschlag bildete.

Die beobachtete Umsetzung wird durch die Formel veranschaulicht:



Nachdem nun verschiedene Schwefelmetalle nach der angegebenen Methode dargestellt waren, wurde versucht in einer ganz entsprechenden Weise auch Chlormetalle herzustellen. Es wurde nämlich Chlorwasserstoffsäure aus Kochsalz und Schwefelsäure entwickelt und über Sauerstoffsalze des Kalis geleitet. Die Chlormetalle scheinen sich aber nach dem Ausfall der angestellten Versuche zu urtheilen in nicht so vielen Fällen zu bilden als die Schwefelmetalle.

Antimonsaures Kali verwandelte sich unter der Einwirkung des Chlorwasserstoffs in Chlorantimon und Chlorka-

him. Die Einwirkung beginnt schon bei gewöhnlicher Temperatur. Auch früher ist die Bildung der beiden Chlormetalle unter ähnlichen Verhältnissen gefunden. H. Rose¹⁾ beobachtet nämlich, daß antimonisches Natron mit Salmiak erhitzt zu Chlorsantimon und Chlorkalium wird, und er hat ja diese Beobachtung benutzt, um auf dieselbe eine Methode der Analyse von vielen Antimonischensalzen zu gründen.

Chromsaures Kali entwickelt mit Salzsäure unter gewöhnlichen Verhältnissen zusammengebracht Chromsäurechlorid, die Bildung dieses Körpers mußte bei der Ueberleitung der Chlorwasserstoffsäure zum Zwecke der Bildung von Chlorchrom vermieden werden. Da nun das Chromsäurechlorid in der Rothgluthhitze zerfällt, so war nicht anzunehmen, daß es sich bei dieser Temperatur bildet, und daher wurde der Versuch so ausgeführt, daß das chromsaure Kali zuerst bis zur Rothgluth erhitzt wurde und dann die Chlorwasserstoffsäure hinzutrat. Das Salz wurde so angewandt, wie es in den Handel kommt. Als die Masse in einer durch einen kleinen Ofen gelegten Porcellanröhre hinreichend erhitzt war, wurde Chlorwasserstoff, nach der vorher angegebenen Methode dargestellt, hinzugeleitet. Sofort wurde die beginnende Einwirkung an einer lebhaften Entwicklung von Chlor wahrgenommen, und als nach dem Erkalten die Substanz aus der Porcellanröhre herausgenommen wurde, fand sich eine dunkelgrüne harte Masse aus Chromoxyd und Chlorkalium bestehend. Die Masse erinnerte durch ihr Verhalten an das von Wöhler²⁾ aus dem Chromsäurechlorid durch Glühen erhaltene Oxyd. Derselbe Versuch wurde ein zweites Mal mit der Abweichung angestellt, daß über das glühende chromsaure Kali nicht gasförmiger Chlorwasserstoff, sondern wässrige Salzsäure geleitet wurde. So mußte die Einwirkung weniger heftig vor sich gehen. Die so in der Porcellanröhre entstandene Masse zeigte eine ganz andere Farbe als die früher gebildete. Sie war hellgrün und von lebhaftem Glanze. Beim

1) Pogg. Ann. Bd. LXXIII, S. 582.

2) Pogg. Ann. Bd. XXXIII, S. 241.

Behandeln mit Wasser schieden sich graugrüne Blättchen von Chromoxyd ab, während Chlorkalium in Lösung ging. Das auf diese Weise erhaltene Chromoxyd ist von dem schon erwähnten, von Wöhler dargestellten ganz verschieden, denn dieses letztere hat nicht nur eine ganz andere Farbe, sondern auch eine andere Härte. Wöhler giebt nämlich an, daß das von ihm dargestellte Oxyd Glas ritzt, während das von dem Chlorkalium getrennte Oxyd die Härte des Graphits zeigte und sich talkartig anfühlte. Eine Bildung von Chromatichlorid und Zersetzung dieses Körpers ist nach den vorhandenen Thatsachen wohl nicht anzunehmen, es hätte dann auch das Oxyd sich jedenfalls nicht an der ursprünglichen Stelle des Salzes gebildet, wie es beobachtet wurde, und so wird wahrscheinlich der Proceß nach folgender Umsetzungsformel vor sich gehen:



Bei anderen Salzen wurde die Einwirkung der Chlorwasserstoffsäure nicht untersucht, und es sollen nun die Resultate der ganzen Untersuchung kurz zusammengestellt werden:

Durch gelindes Glühen von chromsaurem Kali in einem Strome von Schwefelkohlenstoffdampf erhält man Chromsulfuret und Dreifach-Schwefelkalium.

Wird Schwefelwasserstoff statt des Schwefelkohlenstoffdampfes angewandt, so erhält man das Chrom nur zum Theil in der Form von Sulfuret, der andere Theil ist in Oxyd übergeführt.

Chromsaures Ammoniak wird durch Schwefelkohlenstoff in freies Schwefelchrom übergeführt, doch findet bei dem Processe leicht eine freiwillige Zersetzung des Salzes statt.

Antimonsaures Ammoniak wird durch Schwefelkohlenstoff in Dreifach-Schwefelantimon verwandelt.

Antimonsaures Kali, mit Schwefelkohlenstoff geglüht, wird zu einer in Wasser unlöslichen Verbindung von Schwefelkalium mit Dreifach-Schwefelantimon.

Basisches mangansaures Kali wird unter lebhaftem Er-

glühen von Schwefelkohlenstoff in Einfach-Schwefelmangan und Kaliumsupersulfuret übergeführt.

Mangansaurer Baryt und Schwefelkohlenstoff bilden Bariumsupersulfuret und wahrscheinlich Einfach-Schwefelmangan.

Durch Erhitzen von saurem oxalsaurem Kali mit Schwefelwasserstoff erhält man Kaliumsulfhydrat und schwefelhaltige Kohle.

Neutrales oxalsaures Kali zersetzt sich mit Schwefelwasserstoff ebenfalls zu Kaliumsulfhydrat und schwefelhaltiger Kohle.

Oxalsäure setzt sich mit Schwefelwasserstoff zu Kohlenoxydgas und freiem Schwefel um. Der so gebildete Schwefel ist weich, aber gelb und undurchsichtig.

Durch Einleiten von Schwefeldampf in Wasser erhält man gelben und undurchsichtigen Schwefel, der weich ist.

Der so erhaltene Schwefel hat das specifische Gewicht 1,87

Paraphosphorsaures Natron, mit Schwefelkohlenstoffdampf stark erhitzt, wird zu einer chemischen Verbindung von metaphosphorsaurem Natron mit Einfach-Schwefelnatrium.

Metaphosphorsaures Kali wird durch Schwefelkohlenstoff so zersetzt, daß die Hälfte des Kalis in Einfach Schwefelkalium übergeführt wird, der übrige Theil des Salzes geht mit diesem Schwefelkalium eine chemische Verbindung ein.

Antimonsaures Kali wird durch Chlorwasserstoffsäure in Chlorantimon und Chlorkalium übergeführt.

Rothglühendes chromsaures Kali bildet mit Chlorwasserstoffsäure Chlorkalium und ein krystallisirtes Chromoxyd von der Härte des Graphits.

IV. *Ueber eine rein magnetische Wärme-Compensation des Bifilar-Magnetometers;* *von Dr. Carl Braun in Prefsburg.*

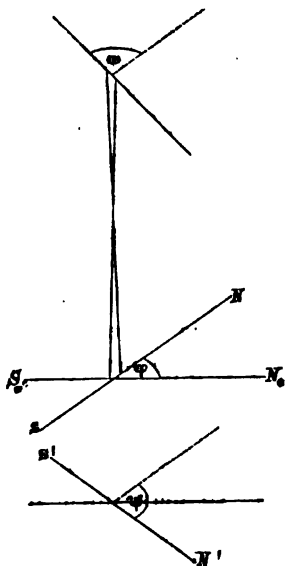
Das Bifilar-Magnetometer erfüllt seinen Zweck bekanntlich dadurch, daß der bewegliche Magnetstab beständig eine Gleichgewichtslage einnimmt, welche durch die richtende Kraft der horizontalen Componente des Erdmagnetismus einerseits und von einer bekannten Torsionskraft anderseits bedingt wird. Es giebt hiernach durch seine Schwankungen die Variationen in der Intensität des Erdmagnetismus an; und das wird beabsichtigt. Allein die richtende Kraft des Erdmagnetismus ist auch von der Intensität des Stabmagnetismus abhängig. Also werden auch Aenderungen in dieser Intensität Schwankungen des Stabes bewirken; und das ist dem Zweck zuwider. Man muß also diese Schwankungen eliminiren. Die Aenderungen in dem magnetischen Moment eines Stabes sind aber, nachdem derselbe nach den erfahrungsmäßigen Regeln magnetisirt worden, und seinen constanten Magnetismus angenommen hat, fast ausschließlich durch die Wärme bedingt, indem der Magnetismus durch Temperaturzunahme geschwächt, durch Abnahme wieder gestärkt wird.

Um diesen störenden Einfluß der Temperatur zu beseitigen wendet man meistens Reductionstafeln an, in denen zu jeder Temperatur und Intensität des Erdmagnetismus die Correction enthalten ist, welche an letzterer angebracht werden muß, um den Einfluß der Temperatur zu eliminiren.

Es giebt dann auch Vorrichtungen, welche diesen Einfluß im Apparat selbst beseitigen. Man hat dazu mehrere Methoden; im Allgemeinen aber kann man unterscheiden: 1) die *rein mechanischen Compensationen*, welche darin bestehen, daß als compensirendes Agens nur die Wärme mittelst der durch sie bewirkten Ausdehnung angewendet

wird. Die Fäden sind nämlich so befestigt, daß durch eine Temperaturzunahme ihre Distanz im richtigen Verhältniß abnimmt, folglich die Abnahme der richtenden magnetischen Kraft durch eine entsprechende Abnahme der Torsionskraft compensirt wird. — 2) Die *mechanisch-magnetischen Compensationen* wenden als direct wirksames Agens die Anziehung eines magnetischen Hülfsstabes, als moderirendes Agens aber die Wärme an, indem eine von der Temperatur beeinflusste Hebelvorrichtung jenen Stab so bewegt, daß er bei Temperaturzunahme dem beweglichen Stab näher gebracht wird, und mithin durch seine vermehrte Anziehungskraft die Schwankung desselben verhindert, welche durch Abnahme des Stabmagnetismus hervorgebracht werden würde. Bei Temperaturzunahme entfernt sich der Hülfsstab im entsprechenden Verhältniß.

Diese Methoden, einschließlic der Reductionsmethode durch Rechnung, unterliegen alle einem wesentlichen Fehler, indem bei allen vorausgesetzt wird, daß einer bestimmten Temperatur auch beständig eine bestimmte Intensität des Stabmagnetismus entspreche. Dies ist aber nicht der Fall, einestheils weil der bei Temperaturzunahme erfolgende Verlust an Magnetismus durch die entsprechende Temperaturabnahme nicht vollständig wieder ersetzt wird, und andernteils weil die Temperatur-Änderung die Änderung des Magnetismus nicht augenblicklich bewirkt, sondern sehr allmählich, so daß jene schon längere Zeit bestehen kann, ohne daß diese wenigstens vollständig schon eingetreten wäre. Hieraus folgt, daß keine Compensation vollkommen seyn kann, in welcher die Temperatur durch ihre mechanischen Wirkungen zur Compensation unmittelbar oder mittelbar beiträgt. Die Compensation kann nur dann dem Zweck genau entsprechen, wenn das corrigirende Agens mit dem zu corrigirenden gleicher Natur ist, insofern nur dann die Schwankungen in ihrer Wirksamkeit nach einem gemeinschaftlichen Gesetz verlaufen. Dieses Princip wird verwirklicht in der *rein magnetischen Compensation*, deren Wirksamkeit aus Folgendem erhellt. Sey



NS in nebenstehender Figur der Bifilarstab, *N'S'* ein Hilfsstab, vertical unter jenem liegend, *N₀S₀* der magnetische Meridian. Es wirken da drei Kräfte auf den beweglichen Stab: 1) die aus der combinirten Anziehung und Abstoßung der verschiedenen magnetischen Elemente des Hilfsstabes hervorgehende Wirkung dieses Hilfsstabes, welche den Bifilarstab von dem magnetischen Meridian zu entfernen strebt; 2) die Torsionskraft der beiden Fäden, welche in gleichem Sinne wirkt; 3) die richtende Kraft des Erdmagnetismus, welche ihn zum magnetischen Meridian hinzieht.

Tritt nun eine Temperaturerhöhung ein, so wird zwar die dritte Kraft vermindert, aber auch gleichzeitig und nach demselben Gesetz die erste; und man kann es durch bestimmte Verhältnisse der angewendeten Kräfte dahin bringen, daß diese Variationen der zwei Kräfte sich mit hinreichender Genauigkeit vollständig aufheben. Es wird dann also dieselbe Gleichgewichtslage bleiben, wenn auch der Stabmagnetismus zu- oder abgenommen hat, als ob derselbe constant geblieben wäre. Folglich wird eine eintretende Schwankung des Stabes nur von einer Variation des Erdmagnetismus bewirkt werden können. Es ist dabei wesentliche Bedingung, daß die beiden Stäbe in ihren Intensitätsschwankungen sich möglichst gleich verhalten. Dies wird sich wohl erreichen lassen; vielleicht schon ohne mühsame Prüfungen durch ein rein aprioristisches Verfahren, indem man aus derselben Stahl-Lamelle, nachdem sie gehärtet worden ist, nebeneinander die zwei Stäbe mittelst eines Smirgelscheibchens ausschneidet, und dann beide ganz

unter denselben Umständen und genau in der gleichen Weise magnetisirt.

Um aber etwas näher auf die Bestimmung der anzuwendenden Kräfteverhältnisse einzugehen, bezeichne M das magnetische Moment der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, m das des Bifilarstabes, μ das des Hilfsstabes. T sey die richtende Kraft des Erdmagnetismus im horizontalen Sinn, τ die des Hilfsstabes, t das Drehungsmoment der Fäden. Um den Zweck zu erreichen, müssen zwei Bedingungen erfüllt werden:

1) Bei unverändertem M muß auch die Lage des Bifilarstabes unverändert bleiben, d. h. die Lage muß unabhängig seyn von den Veränderungen in m und μ .

2) Bei veränderter Lage des Stabes muß bekannt seyn nicht nur wie die Torsionskraft der Fäden sich mit dem Winkel ändert, was sehr einfach ist, sondern auch wie die richtende Kraft τ von dem Winkel abhängt, oder welche Aenderung ($\Delta\tau$) in τ einer beobachteten Aenderung ($\Delta\psi$) des Winkels ψ entspreche, um hieraus auf die Aenderung (ΔM) im Moment des Erdmagnetismus schließeln zu können.

ad. 1. Da die beiden Kräfte t und τ zusammen mit T im Gleichgewicht sind, so folgt $T=t+\tau$. Es ist aber

$$(\alpha) \quad T = M \cdot m \cdot \sin \varphi$$

$$(\beta) \quad t = a \cdot \sin \omega,$$

wenn ω den Winkelunterschied in der Stellung der Fäden am obern und untern Ende, und a einen constanten leicht ermittelbaren Coëfficient bedeutet.

$$\tau = m \cdot \mu \cdot f(h, \psi, r, \rho),$$

wenn h die senkrechte Höhe des beweglichen Stabes über dem festliegenden, r und ρ ihre Längen, und ψ der von ihren Axen gebildete Winkel ist. Da aber h, r, ρ constante Größen sind, so kann auch

$$(\gamma) \quad \tau = m \cdot \mu \cdot f(\psi)$$

gesetzt werden, in welcher Gleichung die combinirte Wirkung aller magnetischen Elemente und also auch der verschiedenen Pole eingeschlossen ist. Es ist also

$$(\delta) \quad M \cdot m \sin \varphi = a \cdot \sin \omega + m \cdot \mu \cdot f(\psi).$$

Läßt man nun die Größen m und μ die zu eliminierenden Veränderungen Δm und $\Delta \mu$ erfahren, so soll alles übrige constant bleiben. Die Differentiation nach diesen Größen ergibt also eine richtige Gleichung. Führt man jedoch vorher die Voraussetzung ein, daß die Aenderungen an m und μ stets gleichzeitig und im gleichen Verhältniß geschehen, was die Gleichung $\Delta \mu = b \cdot \Delta m$ und $\mu = b \cdot m$ in sich schließt, wo b eine Constante ist, so wird aus der vorigen Gleichung

$$(\epsilon) \quad M \cdot m \cdot \sin \varphi = a \cdot \sin \omega + b \cdot m^2 \cdot f(\psi).$$

Differentiirt man diese nach m , so erhält man

$$(\zeta) \quad M \cdot \sin \varphi \cdot \Delta m = 2 \cdot b \cdot m \cdot f(\psi) \cdot \Delta m;$$

welche Gleichung mit m beiderseits multiplicirt ergibt

$$M \cdot m \cdot \sin \varphi \cdot \Delta m = 2 \cdot b \cdot m^2 \cdot f(\psi) \cdot \Delta m$$

oder nach α und γ

$$T \cdot \Delta m = 2 \tau \cdot \Delta m,$$

folglich

$$(\eta) \quad T = 2 \cdot \tau.$$

Das heist die erste Bedingung wird erfüllt werden, wenn die richtende Kraft des Erdmagnetismus gleich der doppelten des Hülfsstabes ist.

Um dieses Verhältniß der Kräfte zu erreichen, ist es nicht nothwendig, auf analytischem Wege die Form der Function $(f\psi)$ zu bestimmen, nach welcher die richtende Kraft des Hülfsstabes von dem variablen ψ und den constanten h , r , ρ abhängt; was nicht nur einen sehr verwickelten Calcül verlangt, sondern auch Resultate von Experimenten als Data voraussetzt, auf welche der Calcül gestützt wurde. Es genügt vielmehr, auf experimentellem Wege das Verhältniß der Torsionsconstanten (a) zum statischen Moment der richtenden Kraft des Erdmagnetismus ($M \cdot m$) zu ermitteln. Dies könnte man allenfalls auf folgende Weise erreichen: man entfernt den Hülfsstab gänzlich. Dann wird der Bifilarstab eine neue Gleichgewichtslage einnehmen; und wenn dabei φ' und ω' die Winkel sind, welche die Axe des Stabes bezüglich mit Meridian und Fadenkopf bildet, so wird die Gleichung bestehen

$$M.m.\sin\varphi' = a.\sin\alpha',$$

woraus dann folgt

$$(\vartheta) \quad \frac{a}{M.m} = \frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'},$$

$$\text{wie auch } a = M.m \cdot \frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'}, \text{ und } M.m = a \cdot \frac{\sin\omega'}{\sin\varphi'}.$$

Ist nun φ_0 der Winkel, welchen der Bifilarstab in gewöhnlichem normalen Zustand mit dem Meridian bilden soll ($\varphi^0 = 90^\circ$ ist jedenfalls der beste), so ist das diesem entsprechende Drehungsmoment des Erdmagnetismus $T = M.m.\sin\varphi^0$; und da dieses $= T = t + \tau$, τ aber $= \frac{1}{2}T$ seyn soll, so folgt, daß auch $t = \frac{1}{2}T$ oder $a.\sin\omega^0 = \frac{1}{2}.M.m.\sin\varphi^0$ seyn muß. Daraus bestimmt sich dann einfach der Winkel ω^0 durch

$$\sin\omega^0 = \frac{M.m.\sin\varphi^0}{2.a} = \frac{M.m.\sin\varphi^0.\sin\omega'}{2.M.m.\sin\varphi'} \quad (\vartheta)$$

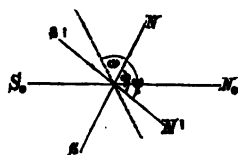
oder

$$(\iota) \quad \sin\omega^0 = \sin\varphi^0 \cdot \frac{\sin\omega'}{2.\sin\varphi'}.$$

Man richtet sonach den Kopf der Torsionsvorrichtung so, daß die Torsion der Fäden für sich allein den als unmagnetisch betrachteten Stab um den Winkel $\varphi^0 + \omega^0$ aus dem Meridian bringen würde. Darauf bringt man den Hilfsstab unter den beweglichen Stab und ändert entweder die Richtung oder den Abstand des Hilfsstabes so lange, bis der Bifilarstab den Winkel φ^0 mit dem Meridian bildet. Dann wird er mit dem Kopf der Fäden den berechneten Winkel ω^0 bilden und folglich $t = \frac{1}{2}T$, somit auch $\tau = \frac{1}{2}T$ seyn. Dadurch wird also, der Absicht gemäß, erreicht seyn, daß die Intensitätsänderungen in m und μ auf den Bifilarstab keinen Einfluss haben. Der Stab wird also seine Schwankungen ebenso machen, als ob m und μ constant wären.

ad 2. Die zweite Bedingung kann ebenfalls auf rein empirischem Wege erfüllt werden, ohne daß die verwickelte Function für die Richtkraft des Hilfsstabes analytisch dargestellt werden müßte. Nur die Voraussetzung ist zu machen, welche bei allen continuirlichen Functionen richtig

ist, daß innerhalb nahe liegender Gränzen die Aenderungen einer Variablen denen der andern proportionirt sind. Man kann etwa folgendermaßen verfahren. Ist der Apparat im normalen Zustand, so dreht man den Kopf der Fäden um einen kleinen Winkel. Dadurch wird auch der Bifilarstab seine Lage ändern, und das Gleichgewicht wird erfolgen unter den Winkeln φ'' , ω'' , ψ'' .



Die Aenderungen der Winkel d. h. $\psi'' - \psi^0$, $\omega'' - \omega^0$ ergeben sich durch die Ablesung. Man hat also das Verhältniß der Aenderungen und zwar ist zunächst

$$(x) \quad \Delta \varphi = \Delta \psi,$$

was die Betrachtung der Figur lehrt, vorausgesetzt, daß für die Zwischenzeit des Experimentes der Meridian als unverändert angenommen werden kann. (Siehe Anmerkung I S. 442.) Dann ist:

$$(\lambda) \quad \frac{\Delta \omega}{\Delta \psi} = \frac{\omega'' - \omega^0}{\psi'' - \psi^0} = p, \text{ oder } \Delta \omega = p \cdot \Delta \psi.$$

Da nun bei diesen Aenderungen, welche bloß die Winkel, nicht aber die magnetischen Momente betreffen, drei andere Drehkräfte zur Wirksamkeit kommen, T' , t' , τ' und $T'' = t'' + \tau''$ ist, so werden die betreffenden Aenderungen ΔT , Δt , $\Delta \tau$ in einer solchen Beziehung unter sich auftreten, daß $\Delta \tau$ als Function der beiden andern erscheint, und durch eine beliebige derselben ausgedrückt werden kann. Die numerische Bestimmung ergibt sich aus der Gleichung $T = t + \tau$ oder $\tau = T - t$ d. i.

$$\tau = M.m.\sin \varphi - a.\sin \omega;$$

woraus durch Differentiiren

$$\begin{aligned} \Delta \tau &= M.m.\cos \varphi.\Delta \varphi - a.\cos \omega.\Delta \omega \\ &= M.m.\cos \varphi.\Delta \psi - a.p.\cos \omega.\Delta \psi \quad (x \text{ und } \lambda) \\ &= (M.m.\cos \varphi - a.p.\cos \omega)\Delta \psi. \quad (v) \end{aligned}$$

Will man $\Delta \tau$ ausdrücken durch das Drehungsmoment des Erdmagnetismus, so ist

$$\Delta \tau = (M.m.\cos\varphi - M.m.\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot p.\cos\omega)\Delta\psi \quad (\vartheta)$$

$$= M.m.(\cos\varphi - \frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot p.\cos\omega)\Delta\psi. \quad (\xi)$$

Ausgedrückt durch die Torsionskraft der Fäden ist

$$\Delta \tau = (a.\frac{\sin\omega'}{\sin\varphi'} \cdot \cos\varphi - a.p.\cos\omega)\Delta\psi \quad (\nu \text{ und } \vartheta)$$

$$= a.(\frac{\sin\omega'}{\sin\varphi'} \cdot \cos\varphi - p.\cos\omega)\Delta\psi, \quad (o)$$

in welche Gleichungen für φ und ω die besonderen Werthe φ^0 , ω^0 der Normalstellung zu setzen sind, oder besser die Mittel $\frac{1}{2}(\varphi^0 + \varphi'')$, $\frac{1}{2}(\omega^0 + \omega'')$.

Ist somit die Function ermittelt, nach welcher die Aenderungen in der richtenden Kraft des Hilfsstabes von den Aenderungen der Winkel abhängen, so kann auch aus der durch magnetische Variationen bewirkten Aenderung der Winkel auf die GröÙe der Kräfte geschlossen werden, welche diese Aenderung hervorbringen, was das eigentliche Ziel ist. Da hiebei nicht bloß die Winkel, sondern auch die magnetischen Momente der Erde und der Stäbe als variabel betrachtet werden müssen, so muß die Gleichung

$$M.m.\sin\varphi = a.\sin\omega + b.m^2.f(\psi) \quad (\text{vergl. } \varepsilon)$$

nach M , m , φ , ω und ψ differentiiert werden. Somit ist

$$m.\sin\varphi.\Delta M + M.\sin\varphi.\Delta m + M.m.\cos\varphi.\Delta\varphi = a.\cos\omega.\Delta\omega + 2.b.m.f(\psi).\Delta m + b.m^2.\Delta f(\psi).$$

Die von Δm abhängigen Glieder heben sich nach der in 1) gegebenen Deduction auf (cf. ξ) und es bleibt

$$m.\sin\varphi.\Delta M = a.\cos\omega.\Delta\omega + b.m^2.\Delta f(\psi) - M.m.\cos\varphi.\Delta\varphi$$

$$= -a.\cos\omega.\Delta\varphi + \Delta_\psi\tau - M.m.\cos\varphi.\Delta\varphi$$

weil $\Delta\omega = -\Delta\varphi$ ist;

$$= -M.m.\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot \cos\omega.\Delta\varphi + Mm(\cos\varphi - \frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot p.\cos\omega)\Delta\varphi$$

$$- Mm.\cos\varphi.\Delta\varphi \quad (\text{cf. } \vartheta \text{ und } \xi).$$

$$= -M.m.(\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot \cos\omega - \cos\varphi + \frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot p.\cos\omega + \cos\varphi)\Delta\varphi$$

$$= -M.m.(\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot \cos\omega + p.\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot \cos\omega)\Delta\varphi$$

$$= -M.m.\frac{\sin\varphi'}{\sin\omega'} \cdot \cos\omega(1+p)\Delta\varphi;$$

folglich

$$\Delta M = - \frac{M \cdot (1 + p) \cdot \sin \varphi' \cdot \cos \omega}{\sin \omega' \cdot \sin \varphi} \cdot \Delta \varphi.$$

Hierin sind für ω und φ die normalen Werthe ω^0 und φ^0 zu setzen. Die Gleichung giebt dann die Variation der horizontalen Componente des Erdmagnetismus als Function der beobachteten Aenderung des Winkels φ und zwar ganz unabhängig von dem magnetischen Moment der Stäbe und folglich auch unabhängig von der Temperatur. Die praktische Anwendung ist zugleich sehr leicht, weil der Coëfficient von $\Delta \varphi$ als constant betrachtet werden kann und nur bei sehr grossen Schwankungen auf die Aenderung des $\cos \omega$ Bedacht zu nehmen wäre, (was übrigens durch eine sehr kleine Tabelle in der Praxis sehr erleichtert würde) so wie auch nur nach längern Zeiträumen die bleibende Aenderung von M berücksichtigt zu werden brauchte.

Durch Anwendung der beschriebenen Compensation wird nun allerdings nur der Einfluss der Temperatur eliminirt, welcher sich in den Variationen des Stabmagnetismus äussert. Die Temperatur ändert aber ausserdem auch, obgleich sehr wenig den Torsions-Coëfficienten α , indem durch Temperaturzunahme die Fäden länger werden und somit die Torsionskraft vermindert wird. Diese Störung lässt sich auch mit obiger rein magnetischen Methode nicht beseitigen, weil sie eine mit der Temperatur stets genau und in unveränderlichem Verhältniss zusammenhängende ist, während die rein magnetische Wirkung der Wärme nicht genau dem Gang der Temperatur folgt. Wenn diese Störung im Apparat selbst eliminirt werden soll, so ist für sie eine rein mechanische Compensation anzuwenden; und zwar muss diese von der ersten Compensation, deren Zweck die Elimination der magnetischen Wirkungen der Wärme ist, getrennt und unabhängig seyn. Diese zweite Compensation könnte man aber auf eine höchst einfache Weise erzielen. Die Temperatur verlängert nämlich einestheils die Fäden und verringert dadurch die Torsionskraft; allein

anderseits vermehrt sie auch den Abstand der beiden Fäden von einander, und dadurch wird die Torsionskraft vermehrt. Die erste Wirkung steht mit der Ausdehnung im einfachen Verhältniß, die zweite aber im quadratischen. Wenn man also die Bügel, an denen die Fäden unmittelbar befestigt werden, aus einem Stoff verfertigt, dessen Ausdehnungscoëfficient gleich der Wurzel aus dem Ausdehnungscoëfficienten der Fäden ist, so werden sich ohne weitere Vorrichtung diese beiden an jedem Bifilar-Magnetometer nothwendig auftretenden Störungen gegenseitig aufheben. Man wird mit hinlänglicher Genauigkeit den Zweck erreichen, wenn die Fäden aus Silber, die Bügel aber aus Platin verfertigt werden.

Anmerk. I. Man kann auch die Variation der Declination, welche während der Dauer des Versuches stattfindet, eliminiren, indem man nach der zweiten Ablesung den Kopf der Fäden wieder in seine frühere Lage bringt und dann eine dritte Ablesung in einem solchen Moment macht, daß die drei Ablesungen durch gleiche Zeitintervalle getrennt sind. Aus der ersten und dritten Ablesung nimmt man das Mittel und hat damit dieselben auf den Augenblick der zweiten reducirt, so daß man (wenigstens wenn die Tageszeit gut gewählt ist) die Declination als unverändert annehmen kann. Sicherer wäre wohl noch folgendes Verfahren: Man läßt gleichzeitig an einem Declinations-Magnetometer die Declinations-Variation beobachten. Ist dieselbe zwischen den beiden Ablesungen $= \Delta D$, so ändert sich an der übrigen Deduction nur dies, daß nicht $\Delta \psi = \Delta \varphi$ gesetzt werden darf, sondern $\Delta \psi = \Delta \varphi + \Delta D$. Da aber die einzelnen Werthe $\Delta \psi$ und ΔD aus den Ablesungen bekannt sind, so ist auch $\Delta \varphi$ und somit das Verhältniß $\frac{\Delta \varphi}{\Delta \psi} = q$ bekannt. Es ist dann in der folgenden Deduction nur $q \cdot \Delta \psi$ statt $\Delta \varphi$ zu substituiren, was am Calcül nichts weiter ändert.

Anmerk. II. Die Deduction in No. 2 ist eigentlich nicht streng genau, weil die Aenderungen als *sehr klein*

vorausgesetzt werden. Würden dieselben bedeutender, so könnte man nicht mehr die Δm als Infinitesimalgrößen behandeln. Man müßte vielmehr auf die folgenden Glieder der Differentiale Rücksicht nehmen. Man würde dann erhalten

$$M \cdot \sin \varphi \cdot \Delta m = b \cdot f(\psi) \cdot 2 \cdot m \cdot \Delta m + b \cdot f(\psi) \Delta m^2.$$

Jedoch ist in der Praxis der Werth dieser Correction gänzlich vernachlässigbar. Denn nimmt man z. B. an, es sey $\Delta m = \frac{1}{100} m$, so wird aus obiger Gleichung

$$\frac{M \cdot m \cdot \sin \varphi}{100} = \frac{2 \cdot b \cdot m^2 \cdot f(\psi)}{100} + \frac{b \cdot m^2 \cdot f(\psi)}{10000}$$

oder

$$\frac{T}{100} = \frac{2 \cdot \tau}{100} + \frac{\tau}{10000} \text{ (vergl. } \alpha \text{ und } \gamma \text{ coll. s).}$$

Wird also $\tau = \frac{1}{2} T$ angenommen, so würde der in diesem Fall begangene Fehler nur $\frac{\tau}{10000}$ oder $\frac{T}{20000}$ betragen, was unmeßbar ist. In der Wirklichkeit sind aber die Aenderungen (Δm) des magnetischen Momentes der Stäbe noch geringer, wenigstens wenn sie nach den erfahrungsmäßigen Regeln magnetisirt werden, wenn sie namentlich bei der höchsten auszuhaltenden Temperatur magnetisirt und dann einem vielmaligen Wechsel der Temperatur unterworfen werden.

V. Ueber den in der Theorie der Batterieentladung angenommenen Widerstand des Schließungsbogens; von K. W. Knochenhauer.

In den die Entladung einer Batterie bestimmenden Formeln wird der Widerstand des Schließungsbogens nach den Gesetzen des galvanischen Stroms als constant angenommen. Gewinnt zwar der Widerstand für die gewöhnlich vorkommenden Fälle in den aus den Fundamentalgleichungen abgeleiteten Resultaten keine Bedeutung, so dürfte es doch

nicht gleichgültig seyn, ob die Annahme begründet ist oder nicht, zumal da beim Widerstand im Batteriestrom Verhältnisse auftreten, die zu einem nähern Aufschluß über diesen Strom beitragen können. Das Spiegelgalvanometer bot mir Gelegenheit, den Widerstand der Drähte im galvanischen Strom ebenso genau zu bestimmen, wie mittelst des Luftthermometers im Batteriestrom, und somit erlaube ich mir die Resultate meiner Versuche kurz mitzuthellen.

Den galvanischen Strom gab ein Thermo-Element aus zwei einen Fuß langen 2 bis $2\frac{1}{2}$ Linie breiten Streifen von Eisen und Neusilber; die Löthstelle war auf 2 Zoll herabgebogen, in eine unten geschlossene Glasröhre gesteckt, und so in eine Blechbüchse eingelassen, in der Wasser kochend erhalten wurde; die Dämpfe, welche allein die Glasröhre umgaben, wurden durch ein Seitenrohr abgeleitet und condensirt. Die beiden anderen Enden der Streifen, an welche Kupferdrähte (K) von 0,525 Linien Durchmesser gelöthet waren, tauchten in größere mit Wasser gefüllte Gefäße. Wurde dieß Element bei einer Temperaturdifferenz von 85° C. mit dem Galvanometer mittelst 16' K so verbunden, daß der Draht beide Rollen hinter einander in gleicher Richtung durchfloß, so betrug die Ablenkung des Spiegels 698 Scalentheile (Millimeter)¹⁾. Da diese Ablenkung zu groß war, weil ich den Ausschlag des Spiegels nach beiden Seiten beobachten wollte, so fügte ich von der zweiten Reihe ab noch 10",4 Neusilberdraht (von dem wie bisher so auch jetzt benutzten Normaldraht von 0,177 Linien Durchmesser) in den constanten Bogen ein. Zur Berechnung der Widerstände in Zollen des Normaldrahts wurden die abgelesenen Scalentheile auf Ablenkungen des Spiegels im Bogen reducirt und die geringe Abnahme des Stroms durch langsames Erwärmen des die beiden äußern Löthstellen umgebenden Kühlwassers berücksichtigt. In der ersten Reihe wurden nur 10" Platindraht von 0",0596 Durchmesser und 32" Platindraht von 0",061 Durchmesser eingeschaltet, deren Widerstand im Batteriestrom schon

1) Abstand der Scale vom Spiegel $2^m,123$.

früher durch das Luftthermometer = 42,8 und 132,6 bestimmt war, und hieraus der Widerstand des constanten Bogens = 5,98 und 5,90 abgeleitet. Für die andern Drähte wurden zunächst von dem Normaldraht Längen von 24" ab bis 84" eingeschaltet. Diefs gab im Mittel aus zwei Reihen, den Widerstand des constanten Bogens (der obige und 10",4 Neus.) zur Einheit genommen,

Drahtlänge	Widerstand	auf 12"
24"	1,484	0,742
36	2,181	0,727
48	2,907	0,727
60	3,651	0,730
72	4,428	0,738
84	5,164	0,738

Mittel: 0,734.

Der constante Bogen ausser den 10",4 N. hat hiermit einen Widerstand = $1 - 0,636 = 0,364$ oder in Zollen des Normaldrahts = 5,95, also, mit Beachtung der vorher gefundenen Werthe 5,98 und 5,90, im Mittel einen Widerstand = 5,94.

Die folgenden Reihen gaben hiernach die nachstehend verzeichneten Widerstände:

Drähte	Widerstand
100' Kupferdraht (<i>K</i>) von 0"',525 Durchm. ¹⁾	9,3
100' Messingdraht (<i>M</i>) " 0 ,522 "	31,5
8' Messingdraht (<i>m</i>) " 0 ,102 "	72,4
16' Eisendraht " 0 ,52 "	9,4
Sp. (<i>M. N</i>) gl. + 10' <i>K</i> ²⁾	9,4
Sp. (<i>M. N</i>) entg. + 10' <i>K</i>	9,4

Wenn die Spiralen incl. 10' *K* also von 90' Länge denselben Widerstand wie 100' *K* leisten, so liegt der Grund

- 1) Die vier ersten Drähte waren *gestreckt*, d. h. in einer Weise aus-
gespannt, daß die Theile keine merkbare Induction auf einander ausüben
konnten.
- 2) Die flachen Spiralen *M* und *N* enthalten in 12½ Windungen je 40' *K*;
sie standen einander parallel und waren nur durch eine Glastafel ge-
trennt. Der Strom lief durch beide hinter einander bei gl. in gleicher,
bei entg. in entgegengesetzter Richtung.

nicht etwa in der Spiralforn, denn sonst wäre der Widerstand in den beiden ungleichen Verbindungsweisen ungleich geworden, sondern entweder in dem etwas verschiedenen Leitungsvermögen dieses früher erhaltenen Kupferdrahts oder, was mir wahrscheinlicher ist, in einer geringen Hemmung des schwachen Stroms in den auf die Enden geschraubten Quecksilbernäpfchen.

Hierauf wurde der Widerstand dieser Drähte für den Batteriestrom in einem Schließungsbogen von 23' Länge (incl. Thermometer und Funkenmesser) mittelst des Luftthermometers bestimmt, wobei die Batterie aus 1, 2 oder 4 Flaschen ¹⁾ bestand, deren Capacitäten sich wie 1 : 1,966 : 3,838 verhalten.

Drähte	Widerstand bei einer Batterie von		
	1 Fl.	2 Fl.	4 Fl.
100' K.	39,5	31,1	26,3
100' M.	61,4	52,3	46,4
Sp. $M + 1' K.$ oder $N + 1' K.$	32,0	23,0	—
$M + N + 2' K.$	52,4	39,5	—
$R_1 + 2' K$ oder $R_2 + 2' K^2)$	50,1	—	—
$R_1 + R_2 + 4' K.^3)$	82,1	—	—
Sp. $(M. N)$ gl. $+ 4' K.^4)$	67,0	48,5	40,4
Sp. $(M. N)$ entg. $+ 4' K.$	39,3	31,6	—
8' m.	73,7	—	—

Mit Ausnahme der 8' feinen Messingdraht (wo die Differenz noch innerhalb der Beobachtungsfehler fällt) ist der Widerstand im Batteriestrom größer als im galvanischen Strom.

Die beiden gestreckten Drähte 100' K. und 100' M. bieten zunächst einen mit der Größe der Batterie veränderlichen Widerstand dar. Zieht man den galvanischen Wi-

1) Es sind dies die früher A, A + B, A + B + 2 F genannten Flaschen.

2) Die Galvanometer-Rollen R waren vom Instrument genommen, weil sonst der Dämpfer und der Spiegel stören.

3) Die beiden Rollen standen ebenso wie M und N hinter einander in einer solchen Lage, daß sie auf einander nicht induciren konnten.

4) Da Funken gegen die Glasafel schlugen, was unsichere Beobachtungszahlen gab, so standen die Spiralen hier um 12" aus einander.

derstand 9,3 und 31,5 ab, so bleiben die Zahlen 30,2 — 21,8 — 17,0 und 29,9 — 20,8 — 14,9, die als gleich angesehen werden können; sie geben im Mittel 30,0 — 21,3 — 15,9 und verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus der Größe der Batterie. Dieser Widerstand stammt ohne Zweifel von der auf der Oberfläche enthaltenen Elektrizität her und mag deshalb Oberflächenwiderstand heißen. Bei den feinen Drähten, den 8' m. und den Platindrähten, ist er nicht bemerkbar, selbst beim Neusilberdraht bleibt er gering und wird durch die Beobachtungsfehler verdeckt. Die Stärke der Ladung übt auf diesen Widerstand keinen Einfluss aus.

Die Kupferdrähte in Spiralforn geben auferdem einen aus der Induction entstehenden Widerstand, der sichtbar mit der Länge des Schließungsbogens sich ändert¹⁾. Dasselbe ist mit den gestreckten Drähten der Fall, doch konnte ich des Raumes wegen keine größern Längen wie bei den Spiralen anwenden und somit die Aenderung nicht einmal annähernd sicher bestimmen. Zieht man bei den Spiralen *M* und *N* den galvanischen Widerstand 4,3 ab und bei den Galvanometerrollen 1,6 (nämlich auf die das Element bildenden Streifen 1,25 gerechnet), so bleibt an Widerstand einer Spirale und einer Rolle bei einer Batterie von 1 Fl. 27,7 — 21,9 und 48,5 — 39,4, wenn die aeq. Länge des Schließungsbogens von 191,7 auf 360,4 und von 237,0 auf 451,0 Fufs übergeht. Mit Rücksicht auf vorkommende kleine Störungen²⁾ dürften die Widerstände proportional zur Qudratwurzel aus der Länge des Schließungsbogens abnehmen.

Wird dieß Gesetz als annähernd richtig angenommen, so läßt sich der aus der Induction entspringende Widerstand berechnen, und man wird darin eine Bestätigung des Gesetzes, wenn auch nicht in strengster Form erkennen.

1) Die Stärke der Ladung übt auch hierbei keinen Einfluss aus.

2) Wenn der Strom durch die Spirale geht, so ist der Schall des Funkens viel dumpfer, als wenn der den gleichen Widerstand gebende Neusilberdraht eingeschaltet ist. Der Widerstand zwischen den Kugeln des Funkenmessers möchte sich damit wohl etwas ändern.

Nach früheren Beobachtungen ist die aeq. Länge von Sp. *M* oder *N* = 167',7, von Sp. (*M. N*) gl. = 566',8 und von Sp. (*M. N*) entg. = 104',0. Nun geben mit der Batterie von 1 Fl. 100' *K* in einem 123' langen Schließungsbogen einen Widerstand = 39,5 und einen Oberflächenwiderstand = 30,2: ebenso geben

	im Bogen von	an Wider- stand	und nach Abzug des galvan.
Sp. <i>M</i> + 1' <i>K</i>	191',7	32,0	27,7
Sp. <i>M</i> + <i>N</i> + 2' <i>K</i> .	360',4	52,4	43,8
Sp. (<i>M. N</i>) gl. + 4' <i>K</i>	593',4	67,0	58,2
Sp. (<i>M. N</i>) entg. + 4' <i>K</i>	131',0	39,3	30,5

Werden diese Widerstände nach dem angegebenen Gesetz auf einen Schließungsbogen von 123' reducirt, so entstehen die Widerstände 34,6 — 75,0 — 127,8 — 31,4; hiervon geht der Oberflächenwiderstand für 41' — 82' und 84' ab und es bleiben 22,2 — 50,2 — 102,4 — 6,0 oder für eine Spirale 22,2 — 25,1 — 51,2 — 3,0, die den Widerstand (*W*) durch Induction ausmachen. Die Gröfse der Induction (*J*) entnimmt man aus dem Zuwachs an aeq. Länge im Verhältnifs zur natürlichen Länge als Einheit. Diefs giebt

No. 1.			
Draht	<i>J</i>	<i>W</i>	$\frac{W}{J}$
Sp. <i>M</i>	3,19	22,2	6,96
"	3,19	25,1	7,87
Sp. <i>M</i> gl.	6,08	51,2	8,42
Sp. <i>M</i> entg.	0,30	3,0	—
Mittel 7,74.			

In derselben Weise erhält man bei einer Batterie von 2 Fl.

No. 2.			
Draht	<i>J</i>	<i>W</i>	$\frac{W}{J}$
Sp. <i>M</i>	3,19	14,5	4,57
"	3,19	17,5	5,48
Sp. <i>M</i> gl.	6,08	34,5	5,57
Sp. <i>M</i> entg.	0,30	2,5	—
Mittel 5,24.			

„ Aus früheren Beobachtungen kann ich einen andern Fall hinzufügen. Auf eine Papprolle (r') von 1' Durchmesser etwa waren 103' K in 32 Windungen gewunden und auf eine zweite (r'') von $\frac{1}{2}$ Zoll kleinerem Durchmesser, so daß die Rollen in einander geschoben werden konnten, 101'5' K in 33 Windungen. Mit 2 Fl. boten in einem Schließungsbogen von 20' Länge 100' K gestreckt einen Widerstand = 36,0 und „ „ „

	mit einer seq. Länge von	einen Widerstand
r'	694',7	56,9
r''	677,5	53,1
(r' . r'') gl.	2633,0	111,0
(r' . r'') entg.	118,3	58,6

Rechnet man mit dem oben verzeichneten galvanischen Widerstand und nimmt in den beiden letzten Fällen die Rollen als gleich an, so erhält man auf einen Bogen von 120' reducirt

No. 3:			
Draht	J	W	$\frac{W}{J}$
r'	5,74	85,7	14,93
r''	5,67	78,2	13,80
r gl.	12,19	188,9	15,50
r entg.	— 0,42	— 6,0	14,28
Mittel 14,63.			

Reducirt man diese Zahl von 102' Drahtlänge auf 100' und die beiden andern Zahlen von 40' Drahtlänge ebenfalls auf 100' und zugleich von einem Schließungsbogen von 123' auf 120', so beträgt in einem zu 120' angenommenen Schließungsbogen der Widerstand einer Induction, welche 100' K in natürlicher Länge auf eine äquivalente Länge von 200' steigert, bei Anwendung einer Batterie von 1 Fl. nach No. 1 19,6 und von 2 Fl. nach No. 2 13,3, nach No. 3 14,3, welche letzten Zahlen für 1 Fl. auf 18,6 und 20,1 übergehen. Der Inductionswiderstand beträgt also unter den genannten Bedingungen im Mittel 19,4.

Ganz andere Verhältnisse bietet der Eisendraht dar.

Sein Widerstand ist nicht nur von der Größe der Batterie abhängig, sondern auch von der Stärke der Ladung, indem ein schwächerer Strom mehr als ein stärkerer gehoben wird; die Länge des Schließungsbogens ist dagegen ohne Einfluß. Frühere Beobachtungen mit dem oben angeführten Eisendraht von 16' Länge gaben den Widerstand desselben

Lad. 40¹⁾ mit 1 Fl. = 109,6 mit 2 Fl. = 78,0

Lad. 32 " 2 " = 89,5 " 4 " = 64,2

Dasselbe findet statt, wenn ein Eisendrahtbündel in eine Spirale eingeschoben wird. Um zu sehen, ob die Stärke des gewundenen Drahts hierbei zu berücksichtigen sey, unwickelte ich eine 8 Zoll lange und 8 Linien weite Glasröhre, die mit gefirniften Eisendrähten gefüllt war, einmal mit 16 $\frac{1}{2}$ " *K*, dann mit 26 $\frac{1}{2}$ " *m*. in genau denselben 12 Windungen. Mit 1 Fl. (Lad. 32) war der Widerstand 58,9 und 78,3, also nach Abzug des Drahtwiderstandes von 0,2 und 20,0 der durch die Eisendrähte bewirkte = 58,7 und 58,3, ebenso mit 2 Fl. (Lad. 32) der letztere Widerstand = 38,8 und 40,0, folglich ein gleicher in beiden Fällen.

VI. Ueber die mehrfachen Bilder in ebenen Glasspiegeln; von Dr. O. Bermann zu Liegnitz.

Erst jetzt ist mir die Abhandlung des Hrn. Dr. Stratingh (in Bd. 122 dieser Annalen) über obigen Gegenstand zu Gesicht gekommen, was ich um so mehr bedaure, als der von ihm für die Beantwortung einer hierher gehörigen Frage gestellte Termin längst vorüber ist, das Folgende daher als überflüssig oder doch als nicht mehr zeitgemäß angesehen werden könnte. Da mir anderweitige Beantwortung jedoch

1) Lad. 40 bedeutet eine Schlagweite von 7,83 und Lad. 32¹⁾ von 1,45 Linien.

nicht erschienen ist, so gestatte ich mir auch auf diese Gefahr hin die folgende Erklärung, welche ich für vollkommen genügend halte.

Der Umstand, daß ein bloßes Umlegen des Spiegels hinreicht, um die angegebene Aenderung in der Stellung der Bilder zu bewirken, weist schon darauf hin, daß in der wohl bei allen Glasspiegeln mehr oder weniger stattfindenden ungenauen Parallelität der beiden Ebenen der Grund dieser Erscheinung zu suchen seyn wird. In der That läßt sich der Umstand, daß das erste — durch einmalige Reflexion an der Hinterwand hervorgerufene — Bild (genauer: dessen perspectivische Projection durch die vordere Spiegelfläche) sich als das dem Auge nächste zeigen kann, (wobei von dem durch Reflexion an der Vorderwand erzeugten Bild ganz abgesehen wird) dadurch erklären, daß man eine Convergenz dieser Ebene statuirt der Art, daß z. B. schon das zweite Bild durch einen jenseits des Loths PQ auffallenden — nach zweimaliger Reflexion an der Hinterwand in die Pupille gelangenden — Strahlenbüschel hervorgerufen wird, und dann (Fig. 5 Taf. III) O_2 zwischen O_1 und Q fällt. Hierbei ist natürlich vorausgesetzt, daß der leuchtende Punkt sich zwischen dem Auge und dem Durchschnitt der (gehörig erweiterten) Spiegelebenen befindet. Aus Fig. 5* erhellt, daß wenn n den Brechungsindex, ω den Convergenzwinkel der Ebenen, die successiven $\alpha, (\alpha_1, \alpha_2, \dots)$ die Einfallswinkel des von außen her auf die Vorderwand fallenden Strahls und der aus denselben gebrochen hervorgehenden Strahlen, die successiven β die der auf beide Wände von innen her treffenden bedeuten, die Relationen

$$\beta_1 = \omega + \beta, \beta_2 = \omega + \beta_1, \dots$$

$$\sin \alpha = n \sin \beta, \sin \alpha_1 = n \sin \beta_2, \sin \alpha_2 = n \sin \beta_3, \dots$$

stattfinden. Für die m mal an der Hinterwand reflectirten, hat man also $\sin \alpha_m = n \sin (2m\omega + \beta)$, so daß, obgleich für ein größeres m das ursprüngliche α (also auch β) kleiner werden muß, damit der Strahl ins Auge gelange, doch bei hinreichend großem ω der Werth des α_m mit m wachsen

und demnach die von Hrn. S. beobachtete Erscheinung eintreten wird.

Für die auf das zweite folgenden Bilder ist in Fig. 5 Taf. III die Zeichnung nicht entworfen worden; doch ist klar, daß die erzeugenden Strahlen nicht jenseit PAB fallen, wenn AB auf der hinteren Wand normal ist. Die allgemeine Berechnung des Zusammenhangs, der zwischen dem α und der Lage des Auges so wie des leuchtenden Punkts, stattfindet, wird dadurch sehr erschwert, daß man für $\sin \alpha$ oder $\tan \alpha$ zu einer Gleichung höheren Grades gelangt, die sich nur für den Fall, daß Auge und leuchtender Punkt den Spiegel unmittelbar berühren — also für eine in der Wirklichkeit nie vollkommen zu realisierende Annahme — so reducirt, daß ihre Wurzeln sich in einfacher Gestalt zeigen; dann aber gerade von der hier in Frage stehenden eigenthümlichen Erscheinung keine Rede seyn kann.

In Betreff des Orts der Bilder bin ich mit Hrn. S. keineswegs gleicher Ansicht. Ohne hier in Detail einzugehen, verweise ich auf meinen Aufsatz »Ueber den scheinbaren Ort unter Wasser befindlicher Objecte« im Jahrg. 1863 der (vom Hrn. Prof. Schloemilch herausgegebenen) Zeitschrift für Mathematik und Physik¹⁾. Nicht — was Hr. S. für selbstverständlich hält — der Punkt, wo sich zwei der in die Pupille gelangenden Strahlen, die um den Durchmesser derselben von einander entfernt in sie eintreten, rückwärts verlängert schneiden, sondern — wie ich a. a. O. ausführlich begründet habe — der, wo diejenigen von den unter gleichen Neigungswinkeln gegen die vordere Spiegelwand aus dieser in die Pupille eintretenden Strahlen, von denen einer mit der Axe des Auges zusammenfällt, sich *insgesamt* vereinigen, giebt für *planparallele* Spiegel den Ort des Bildes an. Für einen *vollkommen planparallelen*

1) Leider ist diese Arbeit, da ich die Correctur des Drucks nicht selbst besorgen konnte, durch Druckfehler auf mir ganz unbegreifliche Weise entstellt; doch habe ich die als minder augenfälligen derselben sofort berichtigt.

Glaspiegel ist hiernach, trotz der Brechung an der Vorderwand, die alte Annahme, daß die Bilder sämtlich im der vom leuchtenden Punkt auf den Spiegel gefällten Normalen liegen, richtig: denn der genannte Strahlen-Vereinigungspunkt ist identisch mit dem, wo die verlängerte jedesmalige Augenaxe diese Normale trifft. Doch wird die Tiefe der Bilder (hinter der vorderen Spiegelebene) durch die Lage des Auges und des leuchtenden Punkts bedingt, indem, wenn d und D die Länge des von diesen resp. auf den Spiegel gefällten Normalen, a den Abstand des Fußpunkts derselben, δ die Dicke des Spiegels bedeutet (Fig. 6 Taf. III), die Relation

$$(D + d) \operatorname{tg} \alpha_1 + 2\delta \operatorname{tg} \beta_1 = a$$

oder

$$(D + d) \operatorname{tg} \alpha_1 + \frac{2\delta \sin \alpha_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} = a,$$

also eine Gleichung vom vierten Grade für $\operatorname{tg} \alpha_1$ oder $\sin \alpha_1$, besteht. Für das zweite, dritte usw. Bild ist hier nur resp. $2\delta, 3\delta, \dots$ für δ zu substituiren. Für die scheinbare Tiefe der Bilder folgt sodann $T = (a - D \operatorname{tg} \alpha) \operatorname{cotg} \alpha = a \operatorname{cotg} \alpha - D^1$.

Anders verhält es sich bei nicht genau planparallelen Spiegeln (Fig. 7 Taf. III). Unter gleichen Winkeln vom leuchtenden Punkt P auf die Vorderwand fallende Strah-

1) Um den Gränzfall, wo Auge und leuchtender Punkt des Spiegel berühren, hervorzuheben (wobei jedoch zwischen dem Auge und der vorderen Spiegelwand noch eine unendlich dünne Luftschicht gedacht wird) erhält man hier mit Vernachlässigung von D und δ , für die Sinus der

successiven α die Werthe $\frac{na}{\sqrt{a^2 + 4\delta^2}}, \frac{na}{\sqrt{a^2 + 16\delta^2}}, \frac{na}{\sqrt{a^2 + 36\delta^2}}, \dots$

und für die zugehörigen T die Werthe $\frac{1}{n} \sqrt{4\delta^2 - (n^2 - 1)a^2} - D,$

$\frac{1}{n} \sqrt{16\delta^2 - (n^2 - 1)a^2} - D, \frac{1}{n} \sqrt{36\delta^2 - (n^2 - 1)a^2} - D, \dots$ Soll

in diesem Gränzfall ein erstes, zweites, ... Bild möglich seyn, so muß a

resp. $< \frac{2\delta}{\sqrt{n^2 - 1}}, \frac{4\delta}{\sqrt{n^2 - 1}}, \frac{6\delta}{\sqrt{n^2 - 1}}, \dots$ seyn, widrigenfalls das

Wahrnehmen des Bildes durch die totale Reflexion des Strahls an der Vorderwand verhindert wird.

len bilden auch noch nach der Brechung einen Kreiskegel mit derselben Axe wie der ursprüngliche Kegel, dessen Spitze Q aber über P liegt. Die hintere Wand schneidet aus ihm (da ihre Convergenz gegen die Vorderwand doch nur gering ist) eine Ellipse aus. Die im Perimeter dieser Curve reflectirten Strahlen bilden wiederum einen ihm gleichen Kegel von umgekehrter Lage, dessen Axe auf der Hinterwand senkrecht steht und aus dem die Vorderwand eine der vorigen ähnliche größere Ellipse ausschneidet; die aus der Vorderwand gebrochen austretenden Strahlen bilden eine complicirtere Fläche und umhüllen eine Brennlinie doppelter Krümmung, so daß die in die Pupille gelangenden Strahlen nicht mehr wie vorher aus in der Axe des letzten Kegels liegenden Punkten divergiren¹⁾. Die genaue Berechnung des Orts, wo sich die dem mit der Augenaxe zusammenfallenden Strahl benachbarten Strahlen schneiden, ist vielleicht eine höchst complicirte. So viel läßt sich aber schon durch die Zeichnung ermitteln, daß die successiven Bilder sich immer weiter vom Auge entfernen, so daß sie in schräger Richtung gegen die Spiegelfläche aneinandergereiht erscheinen müssen. Hiermit stimmt auch die Beobachtung, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man ein brennendes Licht nahe vor den Spiegel hält und in sehr schiefer Richtung gegen diesen sieht. Die Bilder der Flamme bilden meistens eine schräge Reihe, was man am deutlichsten erkennt, wenn das Licht so gehalten wird, daß sie sich theilweise decken.

Im December 1865.

- 1) Es werden nämlich diese Strahlen von denjenigen, die vom leuchtenden Punkte in der VVaise ausgehen, daß sie auf die Vorderwand des Spiegels unter VVinkeln auffallen, welche ebenfalls unter sich gleich sind und von denen der ersteren Strahlen unendlich wenig differiren, von den Strahlen also, die nach der Reflexion der Vorderwand in der obigen Ellipse concentrischen und unmittelbar benachbarten Ellipsen treffen, in einer Brennlinie doppelter Krümmung geschnitten, und es liegt natürlich diese Curve auf der trichterförmigen Brennfläche, welche durch das ganze die unbegrenzte Vorderwand treffenden Strahlen-Halbbuschel schließlicly umhüllt wird. Dieß sey größter Deutlichkeit wegen hinzugefügt.

VII. Zur theoretischen Berechnung der Vergrößerung beim Mikroskop; von Dr. Arndt,

Oberlehrer am Gymnasium in Spandau.

Bei der wichtigen Stellung, die das Mikroskop heut zu Tage bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen einnimmt, und bei der allgemeinen Verbreitung, die es bei Gelehrten und Laien gefunden hat, scheint es um so mehr geboten, einmal die Wirkung seiner Gläser von den verschiedensten Gesichtspunkten aus zu erforschen, als selbst in ausführlichen Werken diese Theorie entweder gar nicht, oder nur andeutungsweise behandelt ist. Es dürfte aber gerade in diesem Falle erst eine vergleichende und bis zu Ende geführte theoretische Rechnung volles Licht verbreiten.

Die folgende Rechnung ist theoretisch, weil sie von der Dicke der Gläser und von der Krümmung der Bilder absieht. Sie ist zugleich elementar und setzt nichts weiter voraus, als die bekannte optische Formel

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{f},$$

woraus sich die Vergrößerung ergibt $\frac{\alpha}{a} = \frac{f}{a-f}$, und den Satz, daß, wenn p und p_1 die Brennweiten zweier Linsen und m ihre Entfernung ist, die Brennweite der äquivalenten Linse gefunden wird $= \frac{pp_1}{p+p_1-m}$, der Focalabstand $= \frac{p(p_1-m)}{p+p_1-m}$, und daß folglich die Differenz $\frac{pm}{p+p_1-m}$ die Entfernung des optischen Mittelpunkts der äquivalenten Linse vom vorderen Glase angiebt.

Ein für alle Mall soll das Ocularglas mit A , das Objectiv (Glas oder System) mit B und das Collectiv mit C bezeichnet werden. Ihre Brennweiten seyen resp. a, b und c , die deutliche Sehweite d und die Entfernung von A und B gleich e . Um die Formeln möglichst einfach zu erhalten,

ist angenommen, was in der That bei den meisten Ocularen zutrifft, daß die Entfernung der beiden Gläser des Oculars (A und C) $= \frac{3a+c}{3}$ ist. Im Uebrigen ist die Rechnung ganz allgemein gehalten.

1.

Die Vergrößerung des Ocularglases ist $\frac{a+d}{a}$, die Brennweite des ganzen Oculars ist, unabhängig von C , $= \frac{2}{3}a$. Wollte man aber daraus den Schluß ziehen, daß die Vergrößerung $= \frac{3a+2d}{3}$, mithin das Verhältniß der Vergrößerungen des Ocularglases und des Oculars, das für die Folge die Reduction genannt werden soll, $= \frac{3(a+d)}{3a+2d}$ sey, so würde man, wie sich zeigen wird, in einen argen Irrthum verfallen. Für das Augenglas kann nämlich, wenn es auch nicht die vortheilhafteste Stellung ist, das Auge dicht am optischen Mittelpunkt gedacht werden. Für das Ocular ist dies unmöglich. Das Auge befindet sich mindestens in einer Entfernung von $\frac{a(c+3a)}{2c}$ vom optischen Mittelpunkt des Oculars. Das Bild liegt statt in d in

$$\frac{2cd - a(c+3a)}{2a},$$

und die wahre Vergrößerung des Oculars ist:

$$\frac{2cd - a(c+3a)}{2c \cdot \frac{2}{3}a} + 1 = \frac{2c(a+d) - 3a^2}{3ac} = \frac{2}{3} + \frac{2d}{3a} - \frac{a}{c}.$$

Die wahre Reduction ist:

$$\frac{2c(a+d) - 3a^2}{3c(a+d)}.$$

2.

Dasselbe Resultat ergibt ein zweiter Weg der Betrachtung.

Die Entfernung der Blendung und somit der Stelle, wo das durch das Collectiv reducierte Bild erscheint, ist

$= \frac{a+d}{a+d}$ von A , folglich von $C = \frac{3a^2 + c(a+d)}{3(a+d)}$. Dazu gehört eine Entfernung des Luftbildes ohne Collectiv von diesem $= \frac{c[3a^2 + c(a+d)]}{2c(a+d) - 3a^2}$. Durch Division der beiden Brüche erhält man aber offenbar die Reductionsgröße, nämlich

$$\frac{3a^2 + c(a+d)}{3(a+d)} \times \frac{2c(a+d) - 3a^2}{c[3a^2 + c(a+d)]} = \frac{2c(a+d) - 3a^2}{3c(a+d)}.$$

3.

Endlich führt noch ein dritter Weg zu demselben Ziele. Die Entfernung von B und C ist $= \frac{3(e-a) - c}{3}$, die des nicht reducirten Luftbildes von $C = \frac{c[3a^2 + c(a+d)]}{2c(a+d) - 3a^2}$. Es verhält sich die Größe dieses Luftbildes zur Vergrößerung bis zum Collectiv wie

$$\begin{aligned} \frac{3(e-a) - c}{3} : \left[\frac{3(e-a) - c}{3} + \frac{c[3a^2 + c(a+d)]}{2c(a+d) - 3a^2} \right] \\ = \frac{[3(e-a) - c][2c(a+d) - 3a^2]}{3(e-a)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}. \end{aligned}$$

Die vom Mittelpunkt des Objectivs kommenden Hauptstrahlen werden nun durch das Collectiv dergestalt gebrochen, als ob sie sich in einer Entfernung von $\frac{3c(e-a) - c^2}{3(e-a) - 4c}$ über dem Collectiv vereinigen wollten, während doch das Bild in $\frac{3a^2 + c(a+d)}{3(a+d)}$ Entfernung zu Stande kommt.

Das Verhältniß der Vergrößerungen bei Entfernungen o und p würde seyn: $\frac{o-p}{o} = 1 - \frac{p}{o}$, hier

$$\begin{aligned} = 1 - \frac{[3a^2 + c(a+d)][3(e-a) - 4c]}{3c(a+d)[3(e-a) - c]} \\ = \frac{3(e-a)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}{3c(a+d)[3(e-a) - c]}. \end{aligned}$$

Die Multiplication der beiden einzelnen Brüche, welche die Reduction des ohne Collectiv zu Stande gekommenen Bil-

des h is, zum Collectiv und von, da h is zur Blende kennen lehren, ergibt die Gesamtreduction:

$$\frac{2c(a+d) - 3a^2}{3c(a+d)}.$$

Anmerk. Um einem etwaigen Mißverständniß vorzubeugen, sey noch bemerkt, daß bei wirklicher Beseitigung des Collectivs eine, wenn auch ganz geringe, Aenderung in der Lage des Objects nöthig wird. Das Luftbild muß dann wirklich mit der Blendung zusammenfallen; die Vergrößerung durch das bloße Ocularglas ist etwas geringer als vorher. So fand sich in einem concreten Falle, daß das Ocularglas, statt 1,663mal, nur 1,5046mal stärker vergrößerte als das Ocular, was sich durch Mikrometermessung bestätigte.

4.

Die Entfernung des nur supponirten Luftbildes vom Objectiv C ist

$$= \frac{3(e-a)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}{3[2c(a+d) - 3a^2]},$$

die Vergrößerung:

$$= \frac{3(e-a-b)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}{3b[2c(a+d) - 3a^2]}.$$

Dies noch multiplicirt entweder mit der Reductionszahl und der Vergrößerung des Ocularglases, oder, was dasselbe ist, mit der Vergrößerung des ganzen Oculars, giebt die Gesamtvergrößerung des Mikroskops:

$$= \frac{3(e-a-b)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}{9abc}.$$

5.

Die bisherigen Rechnungen nehmen, wie es allgemein geschieht, das Collectivglas mit dem Ocularglase zum sogenannten Ocular zusammen. So selten es aber geschieht, so richtig ist es, daß das Collectiv seiner Natur und Wirkung nach zum Objectiv zu rechnen ist. Der Hauptgrund, warum man diese Betrachtungsweise meidet, liegt wohl in

dem Umstande, daß die Brennweite negativ wird, so daß die beiden Gläser zusammen etwa wie ein äquivalenter Hohlspiegel wirken. Trotz dieser Schwierigkeit wird sich auch so dieselbe Vergrößerung ergeben.

Die äquivalente Brennweite ist:

$$= \frac{3bc}{3(a+b-e)+4c},$$

die Entfernung des optischen Mittelpunkts:

$$= \frac{b[c-3(e-a)]}{3(a+b-e)+4c}.$$

Die Entfernung von B und C ist:

$$\frac{3(e-a)-c}{3},$$

folglich die des supponirten (nicht reducirten) Luftbildes vom Objectiv B : $= \frac{3(e-a)N+eM}{N}$, wenn man der Kürze wegen $2c(a+d)-3a^2=N$ und $12a^2+c(a+d)=M$ setzt. Zu dieser Entfernung des Luftbildes gehört für B eine Entfernung des Objectis:

$$= \frac{3b(e-a)N+bcM}{3(e-a-b)N+eM}.$$

Subtrahirt man diesen Werth von der weiter oben gefundenen Entfernung des optischen Mittelpunkts (des äquivalenten Hohlspiegels), nämlich $= \frac{b[c-3(e-a)]}{3(a+b-e)+4c}$, so erhält man

$$\begin{aligned} & \frac{b[c-3(e-a)]}{3(a+b-e)+4c} + \frac{3b(e-a)N+bcM}{3(a+b-e)N-eM} \\ &= \frac{3bc}{3(a+b-e)+4c} \times \frac{N[b+3(e-a)]+(b+c)M}{3(a+b-e)N-eM}. \end{aligned}$$

Für irgend eine (negative) Brennweite f und die Entfernung s ist aber der negative reciproke Werth der Vergrößerung $= \frac{s}{f} + 1$. Im vorliegenden Fall ist die Brennweite (s. o.) $= \frac{3bc}{3(a+b-e)+4c}$; sonach hebt sich dieser Bruch und es bleibt der negative reciproke Werth der Vergrößerung:

$$\begin{aligned}
&= \frac{N[b+3(a-e)] + (b+e)M}{3(a+b-e)N - cM} + 1 \\
&= \frac{N[b+3(e-\varphi)] + bM + cM + 3bN + 3(e-a)N - cM}{3(a+b-e)N - cM} \\
&= \frac{b(4N+M)}{3(a+b-e)N - cM} = \frac{b[8c(a+d) - 12a^2 + 12a^2 + c(a+d)]}{3(a+b-e)N - cM} \\
&= \frac{9bc(a+d)}{3(a+b-e)N - cM}
\end{aligned}$$

Der positive eigentliche Werth der Vergrößerung bis zur Blende, eine Wirkung von Objectiv und Collectiv zusammen, ist

$$= \frac{3(e-a-b)[2c(a+d) - 3a^2] + c[12a^2 + c(a+d)]}{9bc(a+d)}.$$

Multiplircirt man diesen Werth mit $\frac{a+d}{d}$, der Vergrößerung des Ocularglases, so ergibt sich schließlich dieselbe Gesamtvergrößerung wie in No. 4.

6.

Haben die voranstehenden allgemeinen Rechnungen von verschiedenen Gesichtspunkten aus das Zusammenwirken der am Mikroskop combinirten Gläser gezeigt, so sey zur Erläuterung gestattet einige Ergebnisse eines concreten Falles mitzutheilen. Das untersuchte Mikroskop hat vier Oculare und ein schwächstes Objectiv von fast 40^{mm} Brennweite. Bei einer Entfernung $e = 220^{\text{mm}}$ und der deutlichen Sehweite $d = 250^{\text{mm}}$ ergaben sich folgende Zahlen, alles in Millimetern gerechnet.

Oculare	I.	II.	III.	IV.
Oculargläser	100	25	20	10
Collectivgläser	60	45	36	30
Entfernung beider	120	40	32	7
Aequivalente Linse	50	75	30	20
Vergrößerung der Oculargläser	17	11	27	75
Reduction	100	56	125	75
Vergrößerung der ganzen Oculare	100	61	75	100

Oculare	I.	II.	III.	IV.
Vergr. bis zum nicht red. Luftbilde	2227 594	1025 244	6442 1526	22802 2498
Gesamtvergrößerung für 40 ^{mm}	2227 968	1025 38	6442 160	22802 2498

Das Verhältniß dieser Gesamtvergrößerung ist

$$1 : 1,8367 : 1,6830 : 2,5906,$$

während als Mittel aus sehr zahlreichen directen Messungen gefunden wurde:

$$1 : 1,217 : 1,64 : 2,47.$$

VIII. Ueber eine neue Bestimmung der Quecksilber-Einheit für elektrische Leitungswiderstände, ausgeführt im Laboratorium des Hrn. Dr. Siemens von Robert Sabine ¹⁾.

(Aus d. *Phil. Mag.* f. März 1863.)

Die Resultate, zu welchen das von der »British Association« eingesetzte Comité zur Berichterstattung über elektrischen Leitungswiderstand gelangt ist, haben Dr. Siemens veranlaßt diesen Gegenstand wieder aufzunehmen. Er hat in Folge dessen die Quecksilber-Einheit zum dritten Male bestimmt.

Bei der ursprünglichen Bestimmung, die Dr. Siemens in seinem Aufsatz »Vorschlag eines reproducibaren Widerstandsmaafses ²⁾« beschrieben hat, veranlaßte die Vergleichung von 6 Röhren von sehr verschiedenen Widerständen mit einer Jacobi'schen Einheit eine Anwendung der Meßbrücke außerhalb der Grenzen, in denen sie genau ist. Hierdurch erschienen die beobachteten Widerstände

1) Auf diesen Aufsatz wurde bereits im vorigen Heft (S. 335), wo er leider nicht mehr Platz fand, von Hrn. Dr. Siemens verwiesen. P.

2) Pogg. Ann. Bd. CX, S. 1.

der Röhren No. 1, 4, 5, 6 größer oder kleiner als ihre berechneten Werthe, je nachdem a kleiner oder größer war als b^1); wo dieß nicht der Fall war, waren die Unterschiede unerheblich. Zur Zeit der ersten Reproduction ²⁾ waren nur noch 3 von den 6 Röhren der ersten Bestimmung vorhanden. Diese und zwei neue (No. 7 und 8) wurden genau gemessen, und es fand sich, daß die Gewichte ihrer Quecksilber-Inhalte auf 0° reducirt mit denen der ersten Bestimmung innerhalb 0,05 Proc. übereinstimmten. Die Widerstände dieser Röhren wurden damals verglichen mit Spiralen von Glasröhren die auch mit Quecksilber gefüllt waren. Sie stimmten auch überein innerhalb der Grenzen, welche die Fehler der Beobachtung und der Messapparate zuließen.

Die Einheit dieser Reproduction hat Anwendung gefunden bei vielen Physikern, besonders auch bei telegraphischen Messungen in England wie auf dem Continente. Für die gegenwärtige zweite Reproduction wurden 10 Röhren benutzt, vier von den frühern und sechs neue.

Die neuen Röhren wurden nach einer rohen Calibrirung ausgewählt und zur Länge von 1 Meter oder weniger abgeschnitten. Sie wurden dann mit concentrirter Schwefelsäure gereinigt, mit destillirtem Wasser ausgespült, mit durchgepumpter trockener Luft getrocknet und endlich dadurch ausgewischt, daß ein kleines zwischen zwei überapponirten Drähten eingedrehtes Bündchen Baumwolle hindurchgezogen wurde. Hiernach wurden die Röhren folgendermaßen

1) a und b waren die Ablesungen des Brückendrahtes. Dieß wird genügende Antwort seyn auf Dr. A. Matthiessen's Kritik (Pogg. Ann. Bd. CXIV, S. 312), worin er Dr. Siemens's Angaben über die fraglichen Differenzen als einen Beweis wiederholt, dafür, daß die Methode eines reproducirten Widerstands mittelst Quecksilber nicht zuverlässiger ist als die mittelst seiner Gold-Silberlegirung, während sie doch factisch nur beweisen, daß die beobachteten Widerstände nicht so genau sind wie die berechneten, d. h. daß das Maas genauer war, als die Instrumente, bei welchen es angewandt wurde.

2) Die bezügliche Reproduction fand statt im Sommer 1861 (Pogg. Ann. Bd. CXIII, S. 94).

calibriert. Ein Tropfen Quecksilber nicht länger als 40^{mm} wurde in ein Ende gezogen; die Röhre auf einen Metermaassstab gelegt und die Längen des Quecksilberfadens gemessen mit Hülfe einer kleinen feinen Scale und eines Mikroskops, von einem Ende zum andern in Intervallen von 20^{mm}.

Die Ablesungen sind zusammengestellt in nachfolgender Tabelle.

Tabelle I.

Punkt der Röhre	3.	5.	7.	8.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
10	14,1	20,0	7,8	.	15,0	14,4	12,0	11,2	17,0	16,1
30	14,1	19,9	7,8	34,8	14,95	14,45	11,9	11,3	17,0	16,1
50	14,1	20,1	7,85	34,9	14,9	14,45	12,0	11,4	17,0	16,1
70	14,1	20,2	7,9	35,0	14,8	14,5	12,0	11,5	17,1	16,1
90	14,1	20,2	7,9	35,1	14,7	14,6	12,0	11,4	17,1	16,1
110	14,2	20,2	7,85	35,3	14,6	14,6	12,0	11,3	17,1	16,1
130	14,4	20,1	7,8	35,6	14,5	14,6	12,0	11,3	17,1	16,1
150	14,5	20,2	7,7	36,0	14,5	14,6	11,9	11,35	17,1	16,1
170	14,5	20,3	7,7	36,0	14,4	14,6	11,9	11,4	17,1	16,05
190	14,6	20,3	7,8	35,9	14,3	14,6	11,8	11,4	17,1	16,0
210	14,7	20,2	7,8	35,75	14,2	14,6	11,75	11,4	17,15	16,0
230	15,0	20,3	7,7	35,7	14,1	14,6	11,65	11,4	17,2	16,0
250	15,0	20,6	7,65	35,6	14,1	14,6	11,5	11,4	17,2	16,0
270	15,0	20,7	7,7	35,7	14,2	14,6	11,6	11,3	17,1	16,0
290	15,2	20,7	7,75	35,8	14,2	14,6	11,7	11,3	17,1	16,0
310	15,4	20,7	7,75	36,0	14,0	14,6	11,7	11,3	17,1	15,9
330	15,5	20,7	7,8	36,0	13,9	14,6	11,8	11,25	17,05	15,8
350	15,5	20,7	7,8	36,1	13,8	14,6	11,8	11,2	17,0	15,7
370	15,5	20,7	7,8	36,0	13,8	14,6	11,9	11,2	17,0	15,7
390	15,5	20,7	7,9	35,8	13,8	14,6	11,9	11,2	17,0	15,7
410	15,5	20,8	7,9	35,6	13,9	14,6	12,0	11,3	17,0	15,6
430	15,6	21,0	7,95	35,4	13,9	14,6	12,0	11,3	17,1	15,5
450	15,6	21,2	7,95	35,0	13,8	14,6	12,0	11,4	17,2	15,45
470	15,7	21,2	7,95	35,0	13,7	14,6	12,0	11,5	17,2	15,4
490	15,7	21,1	7,95	35,2	13,7	14,6	12,0	11,55	17,2	15,4
510	15,7	21,0	7,95	35,3	13,9	14,6	12,05	11,6	17,1	15,2
530	15,8	21,0	7,9	35,5	14,0	14,6	12,05	11,6	17,1	15,3
550	15,8	21,0	7,9	35,6	14,0	14,6	12,0	11,6	17,1	15,4
570	15,8	21,0	7,8	35,7	13,9	14,6	12,0	11,6	17,1	15,5
590	15,8	20,9	7,8	35,8	13,9	14,6	12,0	11,5	17,1	15,5
610	15,8	20,8	7,8	35,9	13,8	14,5	12,0	11,5	17,1	15,6
630	15,8	21,0	7,75	35,9	13,7	14,6	12,0	11,4	17,1	15,6
650	15,8	21,0	7,7	36,0	13,7	14,6	12,0	11,3	17,1	15,5
670	15,9	21,3	7,85	36,05	13,6	14,6	12,0	11,3	17,1	15,5
690	15,9	21,4	7,8	36,1	13,6	14,6	12,0	11,3	17,0	15,5

Punkt der Röhre	3.	5.	7.	8.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
710	16,0	21,2	7,6	36,15	13,7	14,6	12,0	11,4	17,0	15,5
730	16,0	21,1	7,6	36,15	13,7	14,6	11,95	11,3	17,0	15,3
750	16,0	20,9	7,55	36,05	13,8	14,5	11,9	11,3	17,0	15,2
770	16,0	20,8	7,5	36,0	13,9	14,45	12,0	11,2	17,0	15,1
790	16,0	20,8	7,5	36,0	14,0	14,4	12,0	11,2	17,0	15,1
810	16,1	20,8	7,5	36,0	14,1	14,4	11,8	11,2	17,0	15,0
830	16,4	20,7	7,5	35,9	14,1	14,2	11,7	11,2	17,0	15,0
850	16,7	20,7	7,5	35,8	14,1	14,2	11,6	11,1	17,0	15,0
870	16,8	20,7	7,5	35,8	14,0	14,2	11,55	11,1	17,0	15,1
890	16,8	20,7	7,5	36,0	14,0	14,2	11,5	11,1	17,0	15,1
910	16,8	20,7	7,5	36,2	14,1	14,2	11,65	11,1		
930	16,8	20,5	7,6	36,6	14,2	14,2	11,75	11,2		
950	16,9	20,5	7,6	37,0	14,3	14,25	11,9	11,2		
970	16,9	20,5	7,7	37,3	14,5	14,3	11,9	11,2		
990	16,9	20,5	7,8	.	14,4	14,25	12,0	11,2		

Andere Längen ¹⁾ wurden in derselben Weise abgelesen an den Stellen des größten und des kleinsten Querschnittes, wie die vorstehende Tabelle zeigt, und die von der Conicität herrührenden Correctionscoefficienten C wurden aus Mitteln der Werthe von a berechnet, die durch verschiedene Ablesung gefunden waren. Die angewandte Formel ist dieselbe, die Dr. Siemens entwickelt und zur Berechnung der Correctionscoefficienten bei der ersten Bestimmung angewandt hat, nämlich

$$C = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}} \right\}$$

$$a = \frac{R^2}{r^2} = \frac{\text{Max. } L}{\text{Min. } L}.$$

1) Bei der ursprünglichen Bestimmung waren die Werthe von C etwas zu klein berechnet, in Folge der Anwendung eines zu langen Quecksilberfadens (Pogg. Ann. Bd. CX, S. 8 Tabelle I), wodurch nothwendig die kleineren Ungleichheiten verdeckt werden. Die Differenzen sind jedoch unbedeutend, wie eine Vergleichung der Zahlen zeigen wird.

Röhre	ersten Bestimmung	jetzigen Reproduction
3	1,002820	1,002775
5	1,000289	1,000393.

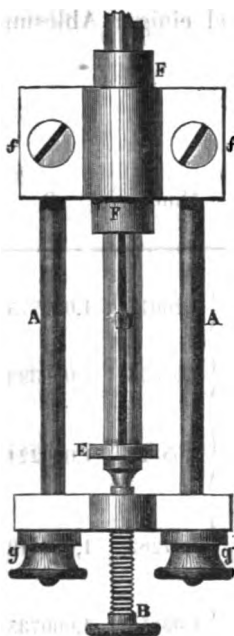
Die folgende Tabelle giebt die Mittel einiger Ablesungen mit jeder Länge.

Tabelle II.

Nummer des Rohrs	L.		a	Mittel	C
	Max.	Min.			
3	15,9	14,1	1,1986	1,20017	1,002775
	25,0	20,8	1,2019		
	30,6	25,5	1,2000		
5	20,0	18,8	1,0638	1,07073	1,000393
	21,4	19,9	1,0754		
	29,4	27,4	1,0730		
7	7,95	7,5	1,0600	1,05325	1,000224
	14,1	13,43	1,0499		
	22,92	21,82	1,0504		
8	30,35	28,83	1,0527	1,07282	1,000412
	9,65	9,0	1,0722		
	11,6	10,8	1,0741		
10	14,65	13,65	1,0782	1,09850	1,000735
	37,3	34,8	1,0718		
	15,0	13,6	1,1029		
11	19,9	18,2	1,0934	1,02823	1,000065
	28,9	26,3	1,0989		
	14,6	14,2	1,0282		
12	15,4	15,0	1,0267	1,04525	1,000163
	24,2	23,5	1,0298		
	12,05	11,5	1,0478		
13	8,55	8,2	1,0427	1,04077	1,000133
	11,6	11,1	1,0451		
	16,2	15,6	1,0385		
14	29,5	28,4	1,0387	1,0119	1,000012
	17,2	17,0	1,0118		
	21,9	21,6	1,0139		
15	25,2	24,95	1,0100	1,07347	1,000419
	16,1	15,0	1,0733		
	25,0	23,3	1,0730		
	29,0	27,0	1,0741		

Die Inhalte der Röhren wurden ermittelt durch Füllung mit Quecksilber, welches nachher gewogen wurde.

Bei der Füllung wurde Sorge getragen Luftblasen zu vermeiden. Ein eiserner Rahmen *A* wurde an einem Ende der Röhre *D* befestigt, wie umstehende Figur zeigt. *B* ist eine Schraube, welche eine runde Platte *E* von polirtem Eisen an einem Kugelscharnier trägt, *F* ein Stück Gummi-



schlauch, mittelst dessen das Rohr im Rahmen festgehalten ist; *f, g*, sind Schrauben, die den Rahmen zusammenhalten. Am andern Ende war ein rechtwinklich gebogenes Stück Glasrohr von 20^{mm} Durchmesser mittelst eines Gummipfropfens quecksilberdicht befestigt. Das Rohr wurde horizontal auf einen Tisch gelegt und sehr langsam gefüllt. Wenn keine Blasen in den Röhren zu sehen waren, wurde die Platte *E* durch Drehung der Schraube *B* fest gegen das Ende der Röhre gedrückt.

Das rechtwinklich gebogene Glasrohr wurde dann entfernt, jedoch ein kleiner Quecksilbertropfen aus dem Rohre herausragen gelassen; dann wurde das Ganze mit einem feinen Thermometer in die freie Luft gestellt und durch Schirme vor der strahlenden Wärme geschützt. Die Temperatur wurde dann abgelesen, die herausragende Quecksilberkugel durch Aufdrücken einer Platte von matt geschliffenem Glase auf das Röhrenende entfernt.

Hierauf wurde das Quecksilber sehr langsam, so daß keine Kügelchen zurückblieben, herausgelassen, in einem tarirten Porcellantiegel aufgefangen und gewogen.

In der folgenden Tabelle giebt Columnne 2 die Temperaturen, Columnne 3 die Gewichte des Quecksilbers (in Luft von mittlerer Temperatur) in Grammen, Columnne 4 dieselben, reducirt für die Ausdehnung des Quecksilbers und des Glases auf den luftleeren Raum und 0° C., Columnne 6 die Längen, Columnne 7 den mittleren inneren Halbmesser.

Die Formel zur Reduction der Gewichte ist

$$P_0 = Pt [1 + (\gamma - g) t] 1,00009$$

genau innerhalb der Gränzen der Messungen

γ ist der Coëfficient für kubische Ausdehnung des Quecksilbers für $1^{\circ} \text{C.} = 0,00018018$

g derselbe für Glas $0,00002586$.

Ich habe σ , das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0°C. , zu 13,557 angenommen.

Die Constante 1,0000908 reducirt die Gewichte auf den luftleeren Raum. Die Röhrenlängen wurden auf der messingenen Meterscale unserer Meßbrücke gemessen.

Tabelle III.

No.	t	P_t	P_0	Mittel	l	γ
3	2,3	24,4391	24,4500	24,44955	1000	0,7576
	2,75	24,4343	24,4499			
	3,0	24,4346	24,4481			
	6,5	24,4286	24,4472			
5	-2,1	70,0200	70,0037	70,00766	1000	1,2821
	-1,5	70,0160	70,0062			
	3,2	69,9727	70,0136			
	3,4	69,9655	70,0086			
	18,6	69,7995	70,0062			
7	0,7	7,0698	7,0712	7,07160	1000	0,4075
	3,0	7,0680	7,0719			
	3,2	7,0679	7,0720			
	15,9	7,0533	7,0713			
8	-3,7	5,2156	5,2131	5,21345	1000	0,3499
	-3,5	5,2157	5,2134			
	-2,9	5,2148	5,2129			
	2,75	5,2117	5,2144			
10	-4,7	8,8069	8,8033	8,80343	1000	0,4546
	-4,2	8,8068	8,8034			
	-3,7	8,8078	8,8036			
11	-3,6	3,0960	3,0946	3,09479	1000	0,9696
	0,3	3,0943	3,0947			
	0,3	3,0943	3,0947			
	0,4	3,0943	3,0948			
12	-3,6	8,21165	8,2078	8,20720	1000	0,4390
	-3,15	8,2100	8,2067			
	3,45	8,2113	8,2077			
	20,5	8,1800	8,2066			
13	5,55	8,2767	8,2835	8,28338	999,8	0,4411
	6,1	8,2769	8,2845			
	6,6	8,2750	8,2842			
	6,9	8,2743	8,2839			
	7,1	8,2740	8,2838			

No.	t	P_i	P_o	Mittel	l	r
14	2,9	7,8848	7,8890	7,88900	mm 908,8	mm 0,4514
	5,4	7,8816	7,8889			
	5,7	7,8815	7,8891			
	5,9	7,8811	7,8890			
15	6,5	7,4881	7,4963	7,4962	918,05	0,4379
	6,6	7,4879	7,4962			
	7,1	7,4874	7,4962			
	7,3	7,4870	7,4961			

Durch Einsetzung der in den vorstehenden Tabellen gegebenen Werthe für die respectiven Röhren in die Formel

$$W = \frac{100 P_o \sigma C}{P_i}$$

erhält man die respectiven Widerstände ¹⁾ bei 0° in Millimetern (d. h. dem Widerstand eines Cubikmillimeters Quecksilber bei 0° C.).

Tabelle IV.

No.	Millim.
3	556,051
5	193,726
7	1917,54
8	2601,46
10	1541,10
11	4381,00
12	1652,11
13	1636,10
14	1419,33
15	1524,88

- 1) Einen Begriff von der Genauigkeit dieser Methode der Reproduction wird man am besten erlangen durch directe Vergleichung der berechneten Werthe nach den beiden ersten und den jetzigen Bestimmungen.

Röhre	Ursprüngliche Bestimmung ¹⁾	Erste Reproduction ²⁾	Jetzige Reproduction ³⁾
3	555,87	555,99	556,05
5	193,56	193,73	193,73
7	193,56	1917,32	1917,54
8	193,56	2600,57	2601,46

1) Pogg. Ann. Bd. CX, S. 9. 2) a. a. O., Bd. CXIII, S. 95.

3) Obige Tabelle.

Entschieblich aber sind die Widerstände, mit denen die Röhren in die Meßapparate eingehen, *größer*, als diese berechneten Werthe; um die Ausbreitungswiderstände, aus den Enden des Rohres in die umgebende Quecksilbermasse.

Dieser Widerstand kann ohne merklichen Fehler als der Widerstand einer Halbkugelschale betrachtet werden, deren innerer Radius $= r$ dem innern Radius des Rohres, und deren äußerer Radius im Verhältniß mit r unendlich groß ist. Der Widerstand dy einer Schale von der Dicke dx und dem Radius x ist

$$dy = \frac{dx}{2x^2\pi},$$

woraus

$$y = \int_r^\infty \frac{dx}{2x^2\pi} = \frac{1}{2r\pi} = \frac{r}{2r^2\pi}.$$

Der Ausbreitungswiderstand an beiden Enden der Röhre ist also gleich dem einer Verlängerung derselben um die Länge ihres Radius ¹⁾.

Die wirklichen Widerstände der Röhren bei 0° werden also ausgedrückt durch

$$W_1 = W + 2y = W\left(1 + \frac{r}{l}\right).$$

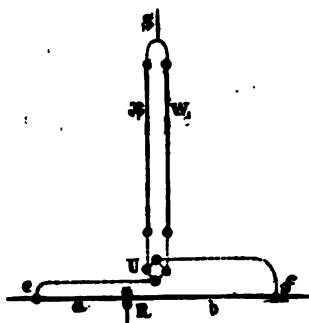
Tabelle V.

3	556,47
6	193,97
7	1918,32
8	2602,37
10	1541,80
11	5380,18
12	1652,84
13	1636,82
14	1420,04
15	1525,61

1) Der Werth des Widerstands ist etwas zu groß, weil vorausgesetzt ist, daß die Radien sich wie $r : \infty$ verhalten, und etwas zu klein, weil die Oberfläche als halbkugelförmig, anstatt als eben eingeführt ist.

Diese Correction war in beiden früheren Bestimmungen als unerheblich unterlassen worden.

Es erübrigt nun noch, die Röhren als Widerstände unter einander zu vergleichen, um zu sehen, wie weit die berechneten Werthe dann übereinstimmen würden.



Dies geschah, indem man nach einander zwei der Röhren als die beiden Zweige x und w_1 (s. nebenstehende Figur) einer Wheatstone'schen Meßbrücke anwendete, deren andere Zweige, durch einen feinen vorsichtig gezogenen 1^m langen Platindraht gebildet wurden, der durch die Contactrolle R aus Platin in die beiden Theile a und b getheilt wurde.

Ein Daniell'sches Element mit Schlüssel befand sich zwischen S , der Verbindung der zwei Röhren und der Contact-Rolle, und ein Spiegelgalvanometer zwischen den Enden e und f des Platindrahtes. Die Längen von a und b wurden abgelesen mittelst eines Nonius, der mit dem Befestigungsstück der Contactrollen an einem Metermaassstab hinter dem Platindraht entlang geführt wurde ¹⁾.

Bei diesen Messungen wurde große Sorgfalt darauf verwandt, daß die beiden Röhren, welche verglichen werden sollten, aus derselben Flasche mit Quecksilber gefüllt wurden und auch während der Messung bei gleicher Temperatur gehalten wurden. Hierzu war ein Zinktroge angefertigt, 2 Ellen lang und 2½ Zoll breit und tief, der mit einer dicken Lage von Sägespänen dazwischen fest in einen Holzkasten gesetzt war. Auf den Boden des Troges,

- 1) Eine ausführliche Beschreibung und Zeichnung dieses Instruments steht in Pogg. Ann. Bd. CX, S. 9. Der gewöhnliche Fehler in Folge des Uebergangswiderstands von den Drahtenden in die Klemmen ward durch Anwendung eines Drahts von fast 20^{mm} Durchmesser verringert. Der Nullpunkt des Nonius ward auf 500 gestellt, als bei $x = w_1$, keine Ablenkung durch Vertauschung der Widerstände bemerkt wurde. Der Draht war mit großer Vorsicht durch Stein gezogen und seine Conicität war ganz unerheblich.

von einem Ende bis etwa $\frac{1}{2}$ der Länge reichend, war eine Lage von etwa 6 Glasröhren gekittet, über ihren Enden war eine wasserdichte Scheidewand so angebracht, daß der Trog in zwei ungleiche Theile zerfiel, die nur durch den Boden von Glasröhren communicirten. Der Trog wurde $\frac{1}{2}$ voll Wasser gehalten und dieß dadurch in stete Circulation gesetzt, daß man es mit einem Löffel aus einer Abtheilung in die andere schöpfte.

An die Enden der Widerstandsröhren wurden weite rechtwinklig gebogene Glasröhren gesetzt, welche auch zur Füllung bei der Inhaltsbestimmung benutzt wurden. Sie wurden sehr langsam mit Quecksilber gefüllt und dicht neben einander in den Wassertrog gelegt. Die Contacte zwischen den Röhren und dem Mefsapparat wurden durch Kupferdrähte hergestellt. Das Ganze war durch Schirme aus schwarzer Masse gegen strahlende Wärme von den Lampen und Oefen des Zimmers geschützt. Die Temperatur des Wassers im Trog variierte während einer einzelnen Messung nicht mehr als 1° C., und während der ganzen Reihe zwischen 12° C. und 16° C.; es fiel weder unter, noch stieg über diese Gränzen. Während jeder Messung wurde das Wasser in der beschriebenen Weise circulirend erhalten, und Gleichheit der Temperatur des Platindrahtes wurde erzielt durch stetes Wehen mit einem Fächer am Draht entlang.

Durch diese Einrichtungen wurden einige wichtige Vortheile erlangt. Zum Beispiel wurden dadurch alle Reductionen für Temperaturen und die damit verknüpften Fehler vermieden, die Thermo-Ströme (unvermeidliche Folgen der Anwendung von Eis) waren ausgeschlossen und das Quecksilber brauchte nur das gewöhnliche gereinigte zu seyn. Wenn Gleichgewicht der Ströme im System herausgestellt war (d. h. wenn keine Wirkung des Batterieschlusses auf das Galvanometer ersichtlich war) so zeigte der Galvanometerspiegel bei Bewegung der Contactrollen um 0^{mm} eine Ablenkung von 5 Scalentheilen der gegenüberstehenden Scale.

Der Kupferdraht, aus dem alle Verbindungen hergestellt waren, hatte über 8^{mm} Durchmesser. Er war weich gemacht und seine Enden amalgamirt. Ein und dieselbe Länge wurde in den Kreis jedes Rohres eingeschaltet (wie die punktirten Linien der Figur zeigen.)

Das Verhältniß des Systems im Gleichgewicht war also

$$\frac{a}{b} = \frac{A + w}{W_1 + w},$$

worin W_1 den berechneten wirklichen Widerstand des Rohres bedeutet, mit dem a verglichen wird, und w den Widerstand der Verbindungsdrähte an jeder Seite = 0^{mm},37. Der Einfluß der Temperatur-Änderungen an der Verbindungsstelle kann ohne merklichen Fehler außer Acht gelassen werden.

Ein Quecksilber-Umschalter U zwischen den Röhren und dem Meßdrahte gestattete die Vertauschung der Röhren um die Werthe von a und b von beiden Enden abzulesen. Die Röhren wurden zwischen jeder Messung neu gefüllt. Folgende Tabelle giebt die Ablesung des Nonius am Metermaafstab bei Vergleichung der Röhren an der Spitze der Columnen mit denen der ersten Columnne.

(Hier Tabelle VI.)

Die Widerstände berechnet nach der Formel

$$x = \frac{a}{b} (W_1 + w) - w$$

sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle VII.

Röhren	7.	8.	10.	12.	13.	14.	15.
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
7	.	2602,56	1541,66	1652,81	1636,60	1419,99	1525,39
8	1918,18	.	1541,67	1652,86	1636,88	1420,28	1524,93
10	1918,49	2602,60	.	1653,15	1637,15	1419,88	1525,87
12	1918,35	2602,33	1541,51	.	1637,04	1419,83	1525,54
13	1918,58	2602,27	1541,49	1652,62	.	1419,79	1524,87
14	1918,39	2601,94	1541,97	1653,09	1637,11	.	1525,70
15	1918,59	2603,52	1541,53	1652,92	1637,62	1419,96	.
Mittel	1918,43	2602,54	1541,64	1652,91	1637,07	1419,96	1525,38
berechnet	1918,32	2602,37	1541,80	1652,84	1636,82	1420,04	1525,61

Nummer des Rohres				
Mittel				
10				
Mittel				
12				
Mittel				
13		13		
Mittel		a	b	
14		535,4 535,5 535,45	464,5 464,4 464,5	14
Mittel		535,45	464,47	
15		517,65 517,70 517,7	482,35 482,3 482,2	482,0 482,1 482,1
Mittel		517,68	482,28	482,07
				517,93

Die Verticalcolumnen enthalten die Widerstände der verschiedenen Röhren verglichen mit denen, die in der ersten Columnen stehen. Unten habe ich die Mittel der beobachteten Widerstände angefügt und darunter die berechneten Werthe gesetzt. Die Unterschiede zwischen den einzelnen beobachteten Werthen sind nicht größer als den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden kann; in einigen Fällen vermehrt, in andern vermindert durch die eigenthümlichen Fehler des Meßapparates.

Wegen ihrer sehr verschiedenen Werthe wurden die Röhren 3, 5 und 11 gesondert verglichen.

Die Resultate sind folgende:

Tabelle VIII.

Röhren	a	b	W_1	Widerstand	
				beobachtet	berechnet
3	509,2	490,8			
	509,0	490,8			
	509,1	490,8			
Mittel	509,1	490,8	536,32	556,33	536,47
5	415,25	584,55			
	415,3	584,55			
	415,20	584,55			
Mittel	415,22	584,55	273,11	193,80	193,97
11	493,95	505,9			
	493,85	505,85			
	493,90	505,95			
Mittel	493,90	505,90	4487,45	4381,00	4382,18

Die Widerstände W_1 wurden durch Combination hergestellt. Für Röhre (3): Widerstände von 10, 12 und 13 nebeneinander, für Röhre (5): Widerstände von 3, 10, 12, und 13 nebeneinander, und für Röhre (11): Widerstände von 10, 14 und 15 hintereinander. Widerstände der beschriebenen Art sind jedoch unbequem wegen ihrer Länge und der Schwierigkeit, sie ohne besondern Apparat während

der Messung bei constanter Temperatur zu erhalten. Indessen beseitigt Dr. Siemens Methode, sie in Form von Glasspiralen zu copiren, alle Schwierigkeiten der Art, insbesondere da dieselben ersichtlich sehr genau copirt werden können. Die einzige für rathsam erachtete Abweichung war die, daß die Spiralen doppelt gewickelt wurden, um Inductionsströme zu vermeiden, und daß die Näpfe an den Enden gesondert gemacht und mit dicken Gummiringen aufgesetzt wurden, anstatt sie, wie früher geschehen, anzuschmelzen. Die Spiralen sind leichter gemacht und brechen nicht so leicht. Es wurden Copien der Normalen gemacht annähernd von 0,1; 0,2; 0,5; 1,0 usw. hinauf bis zu 10^m Widerstand durch directe Vergleichung mit Combinationen der Normalröhren, und über 10 bis 15^m hinauf wurden zwei oder drei Spiralen von nahe gleichen Widerständen erst unter sich verglichen, dann ihr Widerstand parallel geschaltet mit einer Combination der Normalwiderstände von etwa gleichem Werth. Durch Abschleifen der Enden können natürlich genaue Vielfache der Einheit hergestellt werden. Der weitere Proceß der Copirung dieser Spiralen in Metalldrähten für Widerstandsscalen bedarf keiner Erläuterung.

Nach dieser Methode kann jeder Elektriker ohne große Kosten und mit wenig Mühe sich selbst ein Normalmaafs herstellen. Es ist selbstverständlich unnöthig die Werthe von 10 Röhren zu bestimmen, wie bei dieser Reproduction geschehen, da der einzige Zweck so vieler Röhren war, die größte Abweichung bei Vergleichung der Röhren als Widerstände festzustellen. Es ist gezeigt, daß dies Maximum innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler liegt. Die Quecksilber-Einheit ist demnach in Dr. Siemens Laboratorium 21 mal hergestellt worden, 6 mal bei der ersten Bestimmung, 5 mal bei der zweiten und 10 mal in der vorliegend beschriebenen. Und abgesehen von der unglückseligen falschen Darstellung des Maasses durch eigenthümliche Fehler des Messapparats, die bei Vergleichung der ersten Röhren sich herausstellten, ist die Uebereinstimmung

zwischen ihnen allen größer als zwischen irgend zwei einzelnen elektrischen Messungen mit verschiedenen Meßapparaten garantirt werden kann.

Aus obigen Resultaten erhellt, daß durch die von Dr. Siemens vorgeschlagene Methode directer Herstellung eine viel größere Genauigkeit erzielt worden ist als durch irgend andere Methoden der Bestimmung oder Copirung.

Die Copien einer willkürlich gewählten Widerstandseinheit, die mit den zufälligen Copirungsfehlern behaftet sind, müssen weniger genau seyn als die nach Dr. Siemens Definition direct berechneten Widerstände. Hierzu kommt, daß wir keine Sicherheit haben, daß Drahtwiderstände ihren Widerstand im Laufe der Zeit nicht ändern.

Ich glaube, daß die englischen Physiker im Allgemeinen geneigt sind, die absolute Einheit des schönen Weber'schen Systems als allgemeine Widerstandseinheit einzuführen. Die Vortheile dieser Einheit beschränken sich jedoch auf die Erleichterung der Auflösung etlicher rein wissenschaftlichen Probleme und können vollkommen erreicht werden, ohne wesentliche Vergrößerung der Schwierigkeiten durch eine einzige sorgfältige Bestimmung der Quecksilber-Einheit in absolutem Maas. Auch würde ihre Annahme bei den Physikern nur in sofern von Nutzen seyn, als dies das Mittel wäre zur Einführung eines allgemeinen Maasses. Aber leider ist die Herstellung der absoluten Einheit mit einem Aufwand von Geld und Zeit verknüpft, welchen wenige Physiker ihr widmen können. Ferner ist ihre Bestimmung abhängig von der Messung einiger Kräfte, deren jede mit verhältnißmäßig großen Fehlerquellen behaftet ist. In Rücksicht auf alle nebensächlichen Messungen ist in der That der mögliche Fehler größer als der der einfachen Vergleichung von zwei nahezu gleichen Widerständen. Demnach ist die Widerstandsbestimmung im absoluten Maas nicht geeignet zur Herstellung von Normalwiderständen. Die Differenzen zwischen den Werthen der Quecksilber-Einheit in absolutem Maas nach Bestimmungen von Weber und von Thomson bestätigen diese

Ansicht vollkommen, dann wir können den Grund der Verschiedenheit in den Resultaten zweier so berühmten Physiker nur im System und keinen Augenblick in der Ausführung suchen.

Aber selbst vorausgesetzt, daß die absolute Einheit mit Sicherheit bis auf 0,1 Proc. genau dargestellt werden könnte und daß die Elektriker die Schwierigkeit der Ziffermenge, welche die Millimeter-Secunden-Einheit erfordert, dadurch überwinden, daß diese mit 10^{10} multiplicirt als Grundmaas angenommen wird, wodurch sie etwa auf den Werth einer Quecksilber-Einheit kommen würde¹⁾, muß man doch auf ein willkürliches Systems als leichtes Mittel der Wiederherstellung zurückgreifen. Eine zweite Definition der 10^{10} absoluten Einheit als Widerstand eines Quecksilberprismas 1^m lang mit 1,0257^{mm} Querschnitt bei 0° würde sich unvermeidlich früher oder später allgemein einschleichen.

Die Nothwendigkeit, Quecksilber als Einheit der Leitungsfähigkeit anzunehmen, da seine Molecularbeschaffenheit bei gewöhnlicher Temperatur es allein hierzu geeignet macht, ist ein Argument für seine Annahme auch als Widerstands-Einheit. Es ist in der Praxis wirklich fast eine Nothwendigkeit, die allgemeine Widerstands-Einheit zu definiren als den Widerstand eines Körpers von demselben Material, das zur Einheit der Leitungsfähigkeit gewählt ist; hierdurch wird die Rechnung erleichtert und eine vollständige Kenntniß des Maasses gesichert.

Immerhin kann eine absolute Einheit elektromotorischer Kraft angenommen werden, auch wenn ein definirter Quecksilberkörper Widerstands-Einheit bleibt; doch muß zugegeben werden, daß dann das Maafssystem an Gleichmäßigkeit und Zweckmäßigkeit verlieren würde; auch ist die

1) Bei Rechnungen mit Isolationswiderständen ist eine noch größere Einheit nöthig, z. B. $10^{16} \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ oder ein Kilokilometer (Quecksilber-Einheit).

Die Quecksilber-Einheit bei 0° C. ist nach Webers letzter Bestimmung (Zur Galvanometrie, Göttingen 1862, S. 58) ungefähr gleich 10,237,000,000 absoluten Einheiten.

Bestimmung der absoluten Einheit für elektromotorische Kraft mit erheblichen Fehlerquellen behaftet, es stehen ihr also dieselben Bedenken entgegen, welche gegen die absolute Widerstands-Einheit geltend gemacht werden können. Dr. Siemens hat neuerlich seine Aufmerksamkeit auf Construction einer reproducirbaren Einheit der elektromotorischen Kraft gerichtet, die einer genauen Definition fähig und zugleich bequem ist, und wird binnen Kurzem die Resultate seiner Untersuchungen veröffentlichen.

**IX. Ueber die Bestimmung der Disgregation eines Körpers und die wahre Wärmecapacität;
von R. Clausius.**

(Aus d. *Archives d. sciences phys. et nat.*, Octob. 1865 mitgetheilt vom Hrn. Verf. Gelesen in d. schweizerischen naturforsch. Gesellschaft zu Genf d. 22. Aug. 1865.)

In meiner Abhandlung über die Anwendung des Satzes von der Aequivalenz der Verwandlungen auf die innere Arbeit ⁽¹⁾ habe ich eine neue Grösse in die Wärmelehre eingeführt, welche sich auf die Anordnung der Theilchen eines Körpers bezieht, und welche ich die *Disgregation* des Körpers genannt habe. Sie dient dazu die Gesamtarbeit zu bestimmen, welche die Wärme thun kann, wenn Anordnungsänderungen bei verschiedenen Temperaturen stattfinden. Nehmen wir an, daß der Zustand des Körpers eine unendlich kleine Aenderung erleide, welche in umkehrbarer Weise vor sich gehe, und nenne die während dieser Aenderung gethane Gesamtarbeit dL ; bezeichnen wir ferner die absolute Temperatur des Körpers mit T und das calorische Aequivalent der Arbeit mit A , dann haben wir folgende in der genannten Abhandlung aufgestellte Gleichung:

$$(1) \quad dL = \frac{T}{A} dZ,$$

1) Diese Ann. Bd. CXVI, S. 73 und Abhandlungensammlung Th. I, S. 242.

worin Z eine Gröfse darstellt, welche durch den augenblicklich stattfindenden Zustand des Körpers vollständig bestimmt ist, ohne dafs man den Weg, auf welchem der Körper in diesen Zustand gekommen ist, zu kennen braucht. Wenn der Zustand des Körpers durch zwei veränderliche Gröfsen bestimmt wird, so ist Z eine Function dieser Veränderlichen. Diese Gröfse Z ist es, welche ich die *Disgregation* des Körpers genannt habe.

Die Gesamtarbeit L , deren Element sich in der Gleichung (1) befindet, besteht aus der inneren und äufseren Arbeit, welche mit J und W bezeichnet werden mögen. Die innere Arbeit J ist eine Gröfse, welche sich, ebenso wie die Disgregation, als eine Function derjenigen Veränderlichen, welche den Zustand des Körpers bestimmen, ausdrücken läfst. Die äufseren Arbeit W dagegen hängt nicht blos von dem augenblicklich stattfindenden Zustande des Körpers ab, sondern auch von dem Wege, auf welchem der Körper in diesen Zustand gelangt ist.

Nehmen wir an, die Temperatur T und das Volumen v seyen die beiden Veränderlichen, welche den Zustand des Körpers bestimmen, dann können wir schreiben:

$$dZ = \frac{dZ}{dT} dT + \frac{dZ}{dv} dv$$

$$dJ = \frac{dJ}{dT} dT + \frac{dJ}{dv} dv.$$

Was die äufseren Arbeit dW anbetrifft, so hat man in dem Falle, wo die einzige äufseren Kraft, welche bei der Zustandsänderung überwunden werden mufs, ein auf die Oberfläche des Körpers ausgeübter Druck p ist, die folgende Gleichung:

$$dW = p dv.$$

Führt man diese Werthe von dZ , dJ und dW in die Gleichung (1) ein, nachdem man in derselben $dJ + dW$ an die Stelle von dL gesetzt hat, so erhält man:

$$\frac{dJ}{dT} dT + \left(\frac{dJ}{dv} + p \right) dv = \frac{T}{A} \left(\frac{dZ}{dT} dT + \frac{dZ}{dv} dv \right),$$

woraus folgt:

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{T}{A} \cdot \frac{dZ}{dT} = \frac{dJ}{dT} \\ \frac{T}{A} \cdot \frac{dZ}{dv} = \frac{dJ}{dv} + p. \end{cases}$$

Aus diesen Gleichungen läßt sich ein sehr einfacher Ausdruck für den Differentialcoefficienten $\frac{dZ}{dv}$ gewinnen. Zu dem Zwecke differentiiren wir die erste Gleichung nach v und die zweite nach T , wodurch kommt:

$$\begin{aligned} \frac{T}{A} \cdot \frac{d^2 Z}{dT dv} &= \frac{d^2 J}{dT dv} \\ \frac{1}{A} \cdot \frac{dZ}{dv} + \frac{T}{A} \cdot \frac{d^2 Z}{dT dv} &= \frac{d^2 J}{dT dv} + \frac{dp}{dT}. \end{aligned}$$

Indem wir die erste dieser Gleichungen von der zweiten abziehen und den Rest mit A multipliciren, erhalten wir den gesuchten Ausdruck, nämlich:

$$(3) \quad \frac{dZ}{dv} = A \frac{dp}{dT}.$$

Wenn man diesen Ausdruck mit dem Ausdrucke von $\frac{dZ}{dT}$, welcher aus der ersten der Gleichungen (2) hervorgeht, vereinigt, so kann man folgende vollständige Differentialgleichung bilden:

$$(4) \quad dZ = \frac{A}{T} \cdot \frac{dJ}{dT} dT + A \frac{dp}{dT} dv.$$

Um diese Gleichung zu integriren, wollen wir als Ausgangspunkt einen Zustand wählen, in welchem die Temperatur und das Volumen die Werthe T_0 und v_0 haben, und wollen den entsprechenden Werth von Z mit Z_0 bezeichnen. Denken wir uns nun, daß zuerst die Temperatur sich von T_0 bis zu einem beliebigen Werthe T ändert, während das Volumen unveränderlich v_0 bleibt, und daß darauf, bei der Temperatur T , das Volumen sich von v_0 bis v ändert, und verfolgen wir bei der Integration diesen Weg von Veränderungen, so erhalten wir:

$$(5) \quad Z = Z_0 + A \int_{T_0}^T \left(\frac{1}{T} \cdot \frac{dJ}{dT} \right) dT + A \int_{v_0}^v \frac{dp}{dT} dv.$$

Ich habe in meiner Abhandlung die auf diese Weise bestimmte GröÙe Z mit einer GröÙe verglichen, welche Rankine mit F bezeichnet und durch folgende Gleichung definirt hat:

$$(6) \quad F = \int \frac{dp}{dT} dv,$$

worin die Integration unter Voraussetzung einer constanten Temperatur von einem gegebenen Anfangsvolumen bis zu dem gerade stattfindenden Volumen zu nehmen ist. Ich habe gesagt, daÙ diese GröÙe F nicht identisch mit $\frac{1}{A} Z$ sey, sondern im Allgemeinen um eine Function von T von der letzteren GröÙe differire. Man sieht leicht, daÙ die Function von T , um die es sich handelt, das Integral

$$\int_{T_0}^T \left(\frac{1}{T} \cdot \frac{dJ}{dT} \right) dT$$

$\quad \quad \quad v = v_0$

ist, welches sich in dem aus der Gleichung (5) hervorgehenden Ausdrucke von $\frac{1}{A} Z$ befindet, und in dem Ausdrucke von F nicht vorkommt. Ich habe hinzugefügt, daÙ in dem Falle, wo man hat $\frac{dJ}{dT} = 0$, was bei den vollkommenen Gasen stattfindet, die beiden GröÙen als gleich betrachtet werden können.

In einer Auseinandersetzung der mechanischen Wärmetheorie von Paul de Saint-Robert, welche vor Kurzem erschienen ist¹⁾, spricht dieser verdiente Schriftsteller die Ansicht aus, daÙ der von mir erwähnte Unterschied zwischen F und $\frac{1}{A} Z$ nicht vorhanden sey. Ich kann mich aber mit seiner Schlussweise nicht einverstanden erklären, und ich glaube, daÙ die Vereinfachungen, welche er durch diese Schlussweise in die Formeln eingeführt hat, nicht allgemein zulässig sind.

De Saint-Robert setzt voraus, daÙ der betrachtete

1) *Principes de thermodynamique, par Paul de Saint-Robert, Turin 1865.*

Körper, wenn der Raum, welcher ihm zur Ausdehnung frei gelassen ist, sehr groß wird, bei jeder Temperatur in den Zustand eines vollkommenen Gases übergeht, d. h. in einen Zustand, wo keine innere Arbeit mehr vorkommt, und man daher setzen kann: $\frac{dJ}{dT} = 0$. Gesteht man dieses als richtig zu, so hat man für den Fall, wo das in der Gleichung (5) vorkommende Anfangsvolumen v_0 als sehr groß angenommen wird, auch zu setzen:

$$(7) \int_{T_0}^T \left(\frac{1}{T} \cdot \frac{dJ}{dT} \right) dT = 0$$

$v = v_0$

und dadurch reducirt sich die Gleichung (5) auf:

$$(8) \quad Z = Z_0 + A \int_{v_0}^v \frac{dp}{dT} dv.$$

Auf diese Weise gelangt man also zu dem Resultate, daß die Größe $\frac{1}{A} Z$ mit der durch die Gleichung (6) definirten Größe F übereinstimme. Aber man sieht leicht, daß die Richtigkeit dieses Schlusses von der Richtigkeit der von de Saint-Robert gemachten Voraussetzung abhängt. Auf diese müssen wir also vorzugsweise unsere Aufmerksamkeit richten.

De Saint-Robert sagt am Ende seiner Betrachtungen, (S. 91 seines Buches), er habe vorausgesetzt, daß alle Körper der Natur mit Hülfe der Wärme in den Zustand eines vollkommenen Gases übergehen können, und fügt hinzu: »Obwohl es Körper giebt, die unseren Mitteln widerstehen, so sind wir doch durch alle bekannten Erfahrungen berechtigt, anzunehmen, daß alle Körper sich in dem Maße wie ihre Temperatur steigt, dem Zustande eines vollkommenen Gases nähern; und dieses genügt für unsere Schlüsse«.

Diese Stelle steht aber mit den von ihm ausgeführten Rechnungen nicht in Uebereinstimmung. Damit die Gleichung (7), mittelst deren die Gleichung (5) auf die Gleichung (8) zurückgeführt ist, allgemein richtig sey, ist es

nöthig, daß man nicht nur bei sehr hohen Temperaturen, sondern bei allen betrachteten Temperaturen setzen könne;

$$\frac{dJ}{dT} = 0.$$

Man muß also, um die Formeln von de Saint-Robert anzunehmen, voraussetzen, daß jeder Körper *bei jeder Temperatur* in den Zustand eines vollkommenen Gases übergehe, sobald nur der Raum, welcher ihm zur Ausdehnung gegeben ist, hinlänglich groß werde.

Dieses scheint mir für viele Körper ungenau zu seyn, z. B. von einem Stück Eisen oder Quarz oder einem anderen ähnlichen Körper wird man nicht sagen können, daß es bei niederen Temperaturen genüge, das Volumen, in welchem der Körper sich frei ausdehnen kann, zu vergrößern, um zu bewirken, daß er in den Zustand eines vollkommenen Gases übergehe.

Selbst solche Körper, wie Wasser, Kohlensäure und andere zusammengesetzte Flüssigkeiten und Gase bieten in dieser Beziehung mehr Schwierigkeit dar, als man vielleicht auf den ersten Blick glauben möchte. Man weiß, besonders durch die schönen Versuche von Hrn. Sainte-Claire Deville, daß diese Körper durch die Wirkung der Wärme dissociirt werden können. Diese Dissociation ist unzweifelhaft mit innerer Arbeit verbunden. Wenn man daher nicht voraussetzen will, daß bei sehr großem Volumen sich die Dissociation bei jeder Temperatur vollständig vollziehe, so darf man auch die Gleichung

$$\frac{dJ}{dT} = 0$$

nicht bei jeder Temperatur als richtig annehmen.

Man sieht hieraus, daß im Allgemeinen der aus der Gleichung (5) entnommene Ausdruck von $\frac{1}{A} Z$ nicht mit dem durch die Gleichung (6) gegebenen Ausdrucke von F übereinstimmt, sondern daß diese beiden Größen nur in speciellen Fällen gleich sind, ganz so, wie ich es von Anfang an gesagt habe.

Zum Schlusse möchte ich mir erlauben, noch einige Worte über einen anderen Gegenstand zu sagen.

Es besteht eine wesentliche Differenz zwischen meinen Ansichten und denen von Rankine über die wahre Wärmecapacität der Körper. Rankine glaubt, daß die wahre Wärmecapacität eines und desselben Körpers verschiedene Werthe haben könne, wenn er sich in verschiedenen Aggregatzuständen befinde, während ich aus gewissen von mir auseinandergesetzten Gründen glaube schliessen zu müssen, daß die wahre Wärmecapacität eines Körpers in allen seinen Aggregatzuständen dieselbe ist.

Es wird nun von de Saint-Robert dieselbe Annahme gemacht, daß die wahre Wärmecapacität eines Körpers in allen seinen Zuständen gleich, und daher die Quantität der in dem Körper enthaltenen Wärme seiner absoluten Temperatur proportional sey. Anstatt aber die Gründe, welche mich zu diesem Schlusse geführt haben, zu erwähnen, sagt er einfach (S. 83): »Da die Temperatur t die äußere Kundgebung (*la manifestation extérieure*) der Wärme H ist, welche sich in ihrer ursprünglichen Form als Wärme in einem Körper befindet, so folgt, daß alle Male, wo ein Körper dieselbe Temperatur hat, er auch dieselbe Menge innerer Wärme haben muß«.

Ich kann nicht glauben, daß man diesen Grund als genügend betrachten wird. Es scheint mir nicht ohne Weiteres klar zu seyn, daß die äußere Kundgebung der Wärme in den verschiedenen Aggregatzuständen dieselbe seyn müsse. Wenn der Schluss, um den es sich handelt, sich in so einfacher Weise ziehen liesse, so würde sicherlich ein so geistreicher Forscher, wie Rankine, nicht die entgegengesetzte Ansicht haben.

X. *Bemerkungen zu dem Aufsatz des Hrn. Dr. Paalzow »Ueber die Wärme des elektrischen Funkens«¹⁾; von W. Feddersen.*

Für die Beobachtung des Hrn. Paalzow, daß der Entladungsfunken einer Leydener Batterie bei verschiedenen Widerständen des Schließungsbogens zweimal ein Maximum der Erwärmung beobachten läßt, einmal nämlich bei dem kleinstmöglichen Widerstande und zum zweiten Male bei einem bestimmten aber sehr bedeutenden Widerstande, möchte ich mir erlauben, eine, wie mir scheint, einfachere und natürlichere Erklärungsweise zu geben. Ich brauche nur an die Vorgänge zu erinnern, welche bei der elektrischen Flaschenentladung im Schließungsbogen Platz greifen²⁾, und man wird, wie ich glaube, die von Hrn. Paalzow in der Erwärmung des Funkenraumes beobachtete Anomalie nicht auffallend finden.

Bei einem Schließungsbogen von möglichst geringem Widerstande *oscillirt* die Ladung der Flasche zwischen den beiden Belegungen im Schließungsbogen, abwechselnd (und zwar in aequidistanten Zeitabschnitten) entgegengesetzte Ströme hervorbringend. Die während einer Oscillation in Bewegung begriffenen Elektrizität nimmt dabei von Oscillation zu Oscillation an Quantität ab, bis sie unter die Gränze der Wahrnehmbarkeit gesunken ist und damit die Entladung ihr Ende erreicht hat. Läßt man den Widerstand des Schließungsbogens unter sonst gleichen Umständen wachsen, so beschleunigt sich die Abnahme der bewegten Elektrizitätsmenge, d. h. die Zahl der wahrnehmbaren Oscillationen wird geringer, bis endlich bei dem (von mir so genannten) Gränzwiderstande mit dem Verschwinden auch der

1) Siehe S. 126 dieses Bandes.

2) Vergleiche besonders Thomson, *Phil. mag.* (4) T. V, p. 393, Feddersen, *Pogg. Ann.* Bd. 103, S. 69; Bd. 113, S. 437; Bd. 116, S. 132; Kirchhoff, *Pogg. Ann.* Bd. 121, S. 551.

zweiten Oscillation die *oscillatorische* Entladung einem *continuirlichen* Abfließen der Ladung Platz gemacht hat. Bei weiterer Zunahme des Widerstandes dehnt sich das Abfließen der Ladung über einen stets grösser werdenden Zeitraum aus, bis endlich die Stromintensität in dem Funkenkanal so gering wird, daß sie nach dem ersten die Entladung einleitenden Partialfunken ¹⁾ die Leitungsfähigkeit in der modificirten Luft nicht mehr dauernd zu unterhalten vermag. Um eine Fortsetzung der Entladung zu ermöglichen, ist dann ein neuer Durchbruch in einem zweiten Partialfunken ²⁾ erforderlich u. s. f. Hiermit ist die *intermittirende* Entladung in Erscheinung getreten, wie ich sie diese Annalen Bd. 103, S. 72 u. f. näher beschrieben und auf Taf. I abgebildet habe.

Für die allmählich an Oscillationen ärmer werdende und nach ihrem Uebergang in ein *continuirliches* Abfließen an Dauer zunehmende Entladung findet nun Hr. Paalzow, wie zu erwarten war, daß die Wärmeentwicklung in der Funkenstrecke mit wachsendem Widerstande abnimmt; sobald aber die *intermittirende* Entladung sich auszubilden anfängt, beginnt die Wärmeentwicklung wieder zu *steigen*. So wenigstens möchte ich die Versuche des Hrn. Paalzow ansehen.

Daß in der That bei der ausgebildet *intermittirenden* Entladung eine größere Wärmeentwicklung im Funken stattfinden muß, dürfte aus folgender Betrachtung hervorgehen. Man bedenke, daß eine größere mechanische Arbeit im Luftraume geleistet werden muß, wenn dieselbe Elektrizitätsmenge in wiederholten Durchbrüchen die Luft immer von Neuem spaltet und in auf einander folgenden

1) Vergl. Pogg. Ann. Bd. 103, Taf. I, Fig. 15 bis 21, sowie Bd. 116, Taf. I, Fig. 14, 17, 19, 24 und 28.

2) Der Zeitabstand der Partialentladungen ist, wie ich a. a. O. nachgewiesen habe, ein außerordentlich geringer, man wird daher begreifen, daß der zuvor gebildete Kanal seine Wärme noch nicht vollständig verloren hat, so daß ein zweiter Durchbruch in der vorigen Base auch bei geringerem Spannungsunterschied der beiden Pole zu Stande kommen kann.

kurz dauernden Strömen von großer Intensität sich angleicht, als wenn sie den seit Anfang der Entladung gleichmäßig leitenden Luftkanal ruhig und langsam durchströmt. Abgesehen von den geringen chemischen Actionen kann diese Arbeit schliesslich nur als Licht und Wärme zum Vorschein kommen. Die Partialentladungen lassen sich indess mit um so grösserer Annäherung als bloss örtliche Ausgleichungen zwischen der geladenen Seite und den schlecht abgeleiteten Metallmassen der anderen Seite betrachten, je grösser der Widerstand der Ableitung ist. Wir dürfen daher mit Zunahme des Widerstandes auch eine Zunahme der Erwärmung erwarten, ganz wie es Hr. Paalzow gefunden hat. Wir können aber noch weitere Consequenzen ziehen. Weil die aufeinander folgenden Partialentladungen eine um so grössere Intensität besitzen, je grösser der Spannungsunterschied zwischen den beiden Polen werden muß, um einen neuen Durchbruch zu gestatten, so steht zu erwarten, daß, je grösser sich der Rückstand zeigt (bei übrigens gleich bleibender Batterie und Ladung), desto grösser die Erwärmung im Funkenstrom der intermittirenden Entladung nach Verhältniß der wirklich ausgeglichenen Elektrizitätsmenge ausfällt. Ferner wird es denkbar seyn, daß Veränderungen im Schliessungsbogen auch dann einigen Einfluß auf die Grösse der Erwärmung zeigen, wenn dieselben, ohne den Gesamtwiderstand zu alteriren, die Art der Partialentladungen wesentlich ändern.

Die Gesamtarbeit, welche in dem Schliessungsbogen der elektrischen Batterie zum Vorschein kommt, kann man bei vollständiger Entladung bekanntlich durch

$$A \frac{Q^2}{C}$$

ausdrücken, wo A eine nur von den Maafseinheiten abhängige Constante, Q die Elektrizitätsmenge und C die Capacität der Batterie bedeutet. Diefes ist der Gränzwert, welchem bei dem kleinstmöglichen Widerstande die in dem Funken erzeugte Warmearbeit sich nähern würde, vorausgesetzt, daß der Strom keine wesentliche Inductionswir-

kungen oder Magnetisirungen zu verrichten hat und daß die von W. Siemens entdeckte Erwärmung des condensirenden Isolators ihrer Kleinheit wegen vernachlässigt werden könne. Dagegen bei bedeutendem und zunehmendem Widerstande nach Eintritt der *intermittirenden* Entladung wird sich (von dem Auftreten eines Rückstandes natürlich abgesehen) die in dem Funken erzeugte Wärmearbeit, wie eine einfache Rechnung ergibt, dem Gränzwerthe

$$\frac{1}{4} A \frac{Q^2}{C}$$

nähern, wobei nur vorausgesetzt werden muß, daß die Capacität der Metallmassen am abgeleiteten Pole sehr klein sey gegen die Capacität der Batterie, was bei Versuchen durchaus der Fall zu seyn pflegt.

Daß die mit wachsendem Widerstande zunehmende Erwärmung nach obiger Erklärung in strenger Bedeutung des Wortes ebenso wenig ein eigentliches Maximum zeigen kann, als die Erwärmung bei dem kleinstmöglichen Widerstande, sondern sich asymptotisch einem Gränzwerthe nähern muß, dürfte wohl kaum mit den Beobachtungen des Hrn. Paalzow in Widerspruch stehen, da er selbst am Schlusse seiner Abhandlung angiebt, daß die zweite Abnahme der Erwärmung nach einigen vorläufigen Versuchen in dem vermehrten Rückstande der Batterie ihren alleinigen Grund zu haben scheine. Die Annahme dagegen, daß die Leitungsfähigkeit der Luft auf beliebig kleine Werthe herabsinken könne, ohne daß letztere überhaupt in dem gebräuchlichen Sinne des Wortes ein Leiter zu seyn aufhöre, dürfte weder mit den Beobachtungen am Davy'schen Bogen, wo bei abnehmender Stromstärke der Funkenstrom *plötzlich* abreißt, noch auch mit dem bekannten Auftreten eines großen Rückstandes nach einer Batterieentladung durch einen bedeutenden Flüssigkeitswiderstand, im Einklange stehen.

**XI. Ueber eine neue Verbindung von Schwefelquecksilber mit Schwefelkalium;
von R. Schneider.**

Bekanntlich enthält die bei der Darstellung des Zinnober auf nassem Wege (nach Kirchhoff's Verfahren) vom Zinnober getrennte kalische Flüssigkeit viel Quecksilber aufgelöst und giebt, wenn sie in einer Retorte abgedampft wird, zunächst einen Krystallanschuß von unterschwefligsaurem Kali, zuletzt eine aus farblosen, seidenglänzenden Nadeln bestehende Krystallmasse. Die Zusammensetzung dieser letzteren ist nach Brunner¹⁾ durch die Formel $\text{K}_2\text{S}, \text{HgS} + 5 \text{HO}$ ausgedrückt.

Diese Formel verlangt:			Brunner fand:		
18,13	Proc.	Kalium	18,26	Proc.	Kalium
7,40	"	Schwefel	7,08	"	Schwefel
46,45	"	Quecksilber	54,28	"	Schwefelquecksilber
7,40	"	Schwefel		"	
20,82	"	Wasser		"	
100,00.					

Dieselbe Verbindung wird erhalten bei der Behandlung von schwarzem Schwefelquecksilber mit einer concentrirten Auflösung von Schwefelkalium und Abdampfen der Lösung bei gelinder Wärme.

Dieses Sulfosalz ist ausgezeichnet durch einen sehr geringen Grad von Beständigkeit. Mit Wasser übergossen wird es sofort unter Ausscheidung von schwarzem Schwefelquecksilber zersetzt; schon beim Liegen an der Luft schwärzt es sich oberflächlich in Folge der Feuchtigkeits-Anziehung; dabei verbreitet es einen schwachen Geruch nach Schwefelwasserstoff. Unter einer Kalilösung von nicht zu geringer Concentration kann es indess lange Zeit aufbewahrt werden, ohne eine wesentliche Veränderung zu erleiden.

1) Diese Annalen Bd. 15, S 596.

Einem auf diese Weise in einem luftdicht verschlossenen Gefäße mehrere Jahre aufbewahrten Präparate fanden sich zahlreiche, hell olivengrüne, lebhaft perlmutterglänzende Krystallblättchen beigemengt, die sich besonders auf dem Boden des Gefäßes in nicht unbedeutender Menge angesammelt hatten. Da diese Krystalle sich als eine bis jetzt unbekannte Verbindung ankündigten, so wurde auf eine nähere Untersuchung derselben eingegangen.

Dieselben ließen sich von dem größten Theile des farblosen Sulfosalzes, mit dem sie vermenget waren, durch Schlämmen trennen; wurde nämlich die ganze Krystallmasse in der kalischen Flüssigkeit, unter der sie aufbewahrt wurde, durch vorsichtiges Schütteln suspendirt, so senkten sich die grünen Blättchen zuerst zu Boden und es konnte mit der Flüssigkeit ein großer Theil der farblosen Krystalle abgossen werden. Von dem kleinen Rest des farblosen Sulfosalzes, der auch nach wiederholtem Schlämmen den blättrigen Krystallen noch beigemengt war, ließen sich diese durch schwaches Erwärmen mit einem Theil der kalischen Flüssigkeit, die beim Schlämmen gedient hatte, trennen; die farblosen Krystalle lösten sich dabei auf, während die grünen Krystallblättchen ungelöst blieben. Diese letzteren wurden, nachdem die warme kalische Lösung davon abgossen war, schnell auf Fließpapier gebracht und so lange zwischen neuen Lagen Fließpapier stark abgepresst, bis dieses durchaus nicht mehr genäßt wurde.

Da diese Krystalle bei der Berührung mit Wasser unter Ausscheidung von schwarzem Schwefelquecksilber sofort zersetzt werden, so hat sich die Reinigung derselben für den Zweck der Analyse auf dieses einfache Abpressen zwischen Fließpapier beschränken müssen.

Behufs der Analyse wurde die Substanz im Kolben mit starkem Chlorwasser übergossen und die Wirkung dieses durch häufiges Umschwenken des Kolbens unterstützt. Nachdem die Flüssigkeit entfärbt war, wurde die Luft im Kolben durch Chlorgas verdrängt, der Kolben lose verschlossen und wieder abgewartet, bis das Chlor vollständig ab-

sorbiert war. So wurde mit dem Einleiten des Chlorgases fortgefahren, bis die Verbindung vollständig zersetzt und nur noch eine geringe Menge Schwefel von rein gelber Farbe ungelöst war. Dieser zurückbleibende Schwefel wurde abfiltrirt und aus dem vom überschüssigen Chlor befreiten Filtrate zunächst die Schwefelsäure durch Chlorbarium gefällt. Aus der vom überschüssigen Baryt (durch SO_3) befreiten Flüssigkeit wurde das Quecksilber durch Schwefelwasserstoff niedergeschlagen und endlich aus dem Filtrat das schwefelsaure Kali wie gewöhnlich abgeschieden.

Aus 1,120 Grm. Substanz wurden auf diese Weise erhalten 0,027 Grm. Schwefel in Substanz, 1,138 Grm. schwefelsaurer Baryt, 0,920 Grm. Schwefelquecksilber (nach dem Trocknen mit Schwefelkohlenstoff behandelt, um beigemengten Schwefel zu entfernen) und 0,326 Grm. schwefelsaures Kali.

Diese Zahlen führen zu der Formel: $\text{KS}, 2\text{HgS}$, wie die folgende Zusammenstellung zeigt

	Berechnet:	Gefunden:
K = 39,13	13,63 Proc.	13,07
2Hg = 200,00	69,65 "	70,80
3S = 48,00	16,72 "	16,30
<hr/> 287,13	<hr/> 100,00	<hr/> 100,17.

Dafs, die Uebereinstimmung zwischen den berechneten und den gefundenen Zahlen nicht gröfser ist, wird man mit Rücksicht auf die oben angedeuteten Schwierigkeiten, die sich der Reinigung des Salzes entgegenstellen, erklären finden. Uebrigens schliessen die erhaltenen Zahlen hinsichtlich der Zulässigkeit der angegebenen Formel jeden Zweifel aus.

Die Krystalle der neuen Verbindung stellen sich unter dem Mikroskop als dünne, mit dunkelgelber Farbe durchscheinende Blätter dar, die allem Anschein nach dem rhombischen System angehören, die aber gewöhnlich durch Abstumpfung zweier Seitenkanten als dünne sechseitige Tafeln erscheinen. Gegen Wasser verhalten sie sich dem

farblosen Sulfosalze von Brunner ganz ähnlich, wie dieses werden sie beim Uebergießen mit Wasser sofort zersetzt unter Auflösung von Schwefelkalium und Ausscheidung von schwarzem Schwefelquecksilber, das die Gestalt und den Glanz der ursprünglichen Krystalle beibehält. Auch beim Uebergießen mit Salzsäure von mässiger Concentration zersetzen sie sich sofort, indem schwarzes Schwefelquecksilber ausgeschieden und Schwefelwasserstoff (aus dem Schwefelkalium) entwickelt wird. Ganz ebenso verhalten sie sich gegen Salpetersäure.

Bei der Behandlung mit Ammoniakflüssigkeit bleibt die Verbindung in der Kälte unverändert; beim Erwärmen mit Ammoniak schwärzt sie sich durch Ausscheidung von Schwefelquecksilber. Aehnlich wie Ammoniak wirkt Kalilösung: nur in der Wärme, nicht in der Kälte findet Zersetzung statt und deshalb kann die Verbindung auch bei gewöhnlicher Temperatur unter Kalilösung lange Zeit unverändert aufbewahrt werden.

Durch Chlorgas wird das neue Sulfosalz unter Bildung von Chlorschwefel, Chlorkalium und Quecksilberchlorid leicht und vollständig zersetzt. Uebergießt man dasselbe mit starkem Chlorwasser oder mit einem Gemisch aus chlorsaurem Kali und Salzsäure, so findet gleichfalls sofort Zersetzung statt, wobei der grösste Theil des Schwefels ausgeschieden, ein kleinerer Theil zu Schwefelsäure oxydirt wird.

Beim Erhitzen im Röhrchen schmilzt die Verbindung vorübergehend zu einer schmutzig braunen Masse; bei stärkerem Erhitzen sublimirt etwas Quecksilber, dann schwarzes Schwefelquecksilber und der Rückstand, der nun aus einem Polysulfuret des Kaliums zu bestehen scheint, nimmt beim Erkalten eine gelbbraune Farbe an.

Nach diesem Allen besitzt die Verbindung einen nur geringen Grad von Beständigkeit und ist zum Zerfallen in ihre näheren Bestandtheile außerordentlich geneigt.

Wie die Bildung derselben stattgefunden habe, darüber können vorläufig nur Vermuthungen aufgestellt werden.

Man könnte sie entstanden denken durch Zerfallen des krystallisirten Sulfosalzes von Brunner etwa nach einer der beiden folgenden Gleichungen:



Es fehlt mir bis jetzt an jedem sicheren experimentellen Anhalt, um entscheiden zu können, ob überhaupt eine dieser beiden Zersetzungsgleichungen Gültigkeit habe, und welcher von beiden der Vorzug einzuräumen sey. Auch bin ich trotz wiederholter Versuche für jetzt außer Stande, eine Methode anzugeben, nach der diese Verbindung willkürlich hervorgebracht werden könnte; die Zeit scheint bei ihrer Bildung ein wesentlicher Factor zu seyn.

Berlin, im März 1866.

XII. Ueber die krystallisirte Chromsäure; von C. Rammelsberg.

Die auf bekannte Art dargestellte krystallisirte Chromsäure gilt allgemein als das Anhydrid, wiewohl keine Analyse vorliegt. Bloss Schrötter fand ¹⁾ in der nach Fritzsche dargestellten unreinen Säure 6,77 Proc. Kali und 0,71 Schwefelsäure neben 92,13 Chromsäure, mithin 1,54 schwefelsaures und 12,26 einfach chromsaures Kali.

Dagegen behaupten Pélouze und Frémy ²⁾, daß die in orangefarbigem Oblongoctaëdern krystallisirte Säure Wasser enthalte, welches sie erst bei der Temperatur verliere, bei welcher sie in Chromoxyd und Sauerstoff zerfällt. Ja nach Naquet ³⁾ ist das Anhydrid der Säure ganz unbekannt, und die Krystalle stellen letztere H^2CrO^4 ($\text{Cr} = 52$) dar.

Letzteres ist jedenfalls eine ungegründete Angabe.

1) Diese Ann. Bd. 59, S. 616.

2) *Traité de Chimie général*, II. Edit., T. II, p. 553.

3) *Principes de Chimie* p. 263.

2,046 Grm. der krystallisirten Säure, mit Ammoniumsulfhydrat reducirt und gefällt, gaben 1,497 Chromoxyd.

Wenn $\text{Cr} = 52$, $\text{O} = 16$, so entsprechen sie 1,97 Chromsäure = 96,2 Proc.

1,507 der Säure, mit essigsaurem Blei gefällt, lieferten 4,905 Niederschlag von chromsaurem und schwefelsaurem Blei.

Ist $\text{Pb} = 207$, so enthält die untersuchte krystallisirte Chromsäure.

Chromsäure CrO^3	96,2
Schwefelsäure H^2SO^4	4,8
	<hr/> 101,0

letztere hängt den Krystallen bloß an.

Die gewöhnliche Chromsäure ist mithin das Anhydrid CrO^3 .

XIII. Zersetzung des Iodbleis durch Licht; von Dr. Werner Schmid in Basel.

Im Juli 1865 zeigte mir mein hochverehrter Lehrer, Hr. Prof. Schönbein, die auffallende Empfindlichkeit eines mit Iodblei und Stärkekleister bestrichenen Papiers gegen das Sonnenlicht; er überließ mir bereitwilligst die weitere Untersuchung des Vorganges, und ich suchte nun, nachdem ich die Bleiverbindung aufs Sorgfältigste dargestellt, die chemischen Bedingungen und die Producte des Processes zu ermitteln.

Es ergab sich:

- 1) daß das trockene Iodblei niemals vom Licht zersetzt wird;
- 2) daß das stets feucht gehaltene sich zersetzt;
- 3) daß Luftzutritt nothwendig ist, indem mit Stärkekleister oder alkoholischer Guajaklösung versetztes Iodblei bei vollkommenem (auf verschiedenem Wege

erreichbaren) Luftausschluss ganz unverändert bleibt, wogegen beim Oeffnen des Gefäßes sogleich Bläunung eintritt.

- 4) dass das reine feuchte Iodblei erst in Monaten in bemerkenswerther Menge zersetzt wird;
- 5) dass die Verbindung dabei Iod verliert, heller wird und Bleihyperoxyd und Carbonat gebildet werden;
- 6) dass alle Iod absorbirenden Substanzen das Iodblei für das Licht sensibilisiren wie Stärke (vergl. Pogg. Ann. 1865, No. 5. Vogel: Iodsilber);
- 7) dass Gemenge mit Sensibilisatoren im diffusen Lichte unverändert bleiben, dass Stärkegemenge sich im Sonnenlicht momentan, aladann, der Insolationszeit ziemlich gleichlaufend, dunkler stahlblau färbt.

Das Chlorblei wird vom Lichte in keiner Weise verändert; bei Versuchen ist zu bedenken, dass $PbCl$ und KJ sich umsetzen, so dass die Chlorreaction auf die Stärke nur möglich ist, wenn Cl in Gasform auf KJ -Stärke trifft.

XIV. *Polarisationsprisma von Hartnack und Praxmowski.*

Hr. Deleuil hat kürzlich der Pariser Academie, zufolge der *Compt. rend. T. LXII, p. 149*, folgende Notiz übergeben.

Das Nicol'sche Prisma, das köstlichste unter den verschiedenen Polarisations-Instrumenten, zeigt jedoch verschiedene Uebelstände, die wir uns erlauben hier anzugeben.

1. Der Ein- und Austritt der Lichtstrahlen, welche voraussetzlich der Richtung der Axe des Prismas folgen, geschieht sehr schief gegen die Ein- und Austrittsfläche. Die geringsten Fehler im Schnitt, die bei einer so weichen Substanz wie der Kalkspath unvermeidlich sind, machen

sich bei den Incidenzen unter ziemlich beträchtlichen Winkeln durch unregelmäßige Brechungen sehr merklich. Jedesmal, wenn die Strahlen, nach ihrem Durchgang durch das Prisma, ein Bild, ein reelles oder virtuelles, bilden sollen, ist es verworren oder schlecht begrenzt.

2. Die Länge des Prismas, welche gleich ist der Projection seiner großen Diagonale auf die Richtung der Strahlen, ist sehr beträchtlich, und verhindert dadurch oft die Anwendung dieses vortrefflichen Polarisators, weil auf den Apparaten kein Platz dazu ist.

3. Das Gesichtsfeld, obgleich es 22 bis 23 Grade umspannt, ist nicht groß genug.

Durch das Studium des Ganges der im Kalkspath durch Doppelbrechung getrennten Strahlen sind wir dahin gelangt, diesem Apparat eine bequemere Form zu geben, wobei er kürzer ist, ein Gesichtsfeld von 35° hat und die Flächen des Ein- und Austritts winkelrecht gegen die Richtung der Strahlen liegen.

Um diesen Zweck zu erreichen, mußte man dem Schnitt des Krystalls eine andere Richtung geben, als im gewöhnlichen Nicol, und ein Klebmittel aufsuchen, welches dem Gesichtsfeld eine größere Ausdehnung gäbe wie der Canadabalsam.

In der That machen beim Nicol die beiden nach ihrem Eintritt getrennten Strahlen einen ziemlich beschränkten Winkel mit der Hauptaxe des Krystalls und treffen die Balsamschicht mit Geschwindigkeiten, die, verglichen mit dem Geschwindigkeitsunterschied in der auf der Axe winkelrechten Ebene, wenig verschieden sind. Der ordentliche Strahl allein erleidet eine totale Reflexion auf einer nicht bedeutenden Strecke und giebt ein relativ beschränktes Feld.

Stellt man sich als wesentliche Bedingung, daß die Strahlen beim Eintritt- und Austritt winkelrecht gerichtet seyen, so ist der vortheilhafteste Schnitt des Krystalls der gegen die Axe winkelrechte; dieser ist es, welcher dem Gesichtsfelde die größte Ausdehnung gewährt, bei gewissen Kleb-

mitteln bis zu 35 Grad. Ist einmal der Schnitt so gemacht, so schleift man die Flächen des Ein- und Austritts unter Winkeln mit der Ebene des Schnitts, welche Functionen vom Brechungsindex des Klebmittels sind.

Folgendes sind die Winkel, welche man, je nach der Natur des Klebmittels, der Ein- und Austrittsfläche gegen die Schnitt-Ebene geben muß, um ein gegen die Axe des Prismas gleichmäßig gelagertes Gesichtsfeld zu erhalten.

	Brechungs- index des Klebmittels	Winkeld. Ein- und Austritts- flächen mit der Ebene des Schnitts	Länge des Prisma	Winkel- ausdehnung des Ge- sichtsfeldes
Canadabalsam	1,549	79°,0	5,2	33°
Copaivabalsam	1,507	76°,5	3,7	35
Leinöl	1,485	73°,5	8,4	35
Mohnöl	1,463	71°,1	3,0	28

Man sieht, es ist zur Vergrößerung des Gesichtsfeldes vorthellhaft, sich eines Klebmittels zu bedienen, dessen Brechungsindex sich dem Minimum des außerordentlichen Indexes möglichst nähert. Mit kleineren Indices erhält man ein noch kürzeres Prisma, dessen Gesichtsfeld aber nicht so groß ist. Das der Akademie vorgelegte Prisma ist mit Leinöl gekittet, eines für diesen Zweck hinreichend austrocknenden Substanz, wenn man gewisse Vorsichtsmaassregeln befolgt¹⁾.

1) Vergl. Radicke in d. Ann. Bd. 50, S. 25; auch Hasert in Bd. 113, S. 188. (P.)

I. Ueber eine neue Art akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen; von Dr. August Kundt.

(Vom Hrn. Prof. Magnus der Akad. d. Wiss. zu Berlin im Auszuge mitgetheilt im Mai 1865.)

Seit der schönen Entdeckung Chladni's durch aufgestreuten Sand oder andere leichte Pulver die Schwingungsformen tönender Körper dem Auge sichtbar zu machen, ist dies einfache leichte Verfahren in den Händen verschiedener Physiker zu einem Hilfsmittel geworden, welches zu bedeutenden Aufschlüssen in der Akustik geführt hat. Wenn auch in neuerer Zeit durch andere Methoden, insbesondere durch die optische Untersuchung tönender Körper mittelst Spiegelung und die Schreibmethoden, in den Hintergrund gedrängt, ist jenes ältere Verfahren doch immer noch für das Studium der tönenden Körper von Wichtigkeit und bekanntlich ist ein Theil dessen, was man durch aufgestreuten Sand beobachten kann, theoretisch noch durchaus nicht zu dem erwünschten Abschlusse gekommen.

Bei allen bisher beobachteten Sand- oder sogenannten Klangfiguren auf tönenden Platten, Glocken oder Stäben sind es immer transversale Stöße des festen tönenden Körpers, die den Sand oder Staub zu den Knotenlinien treiben. Auch die von Savart an longitudinal tönenden Stäben und Röhren entdeckten alternirenden Knotenlinien und Spiralen rühren, wie Seebeck gezeigt hat, von secundären transversalen Bewegungen des Stabes her. Später er-

gab sich freilich, daß unter Umständen auch ohne daß transversale Stöße eines festen tönenden Körpers mitwirkten, durch Luftströmungen auf Platten Staubfiguren entstehen könnten, indem Faraday nachwies, daß die eigenthümlichen von Savart entdeckten Figuren von *Semen Lycopodii*, die sich auf tönenden Platten zeigen, von Wirbeln und Luftströmungen herrühren, die von den Stellen der Ruhe zu den Vibrationscentren der Platte gerichtet sind. Diese Figuren sind jedoch nicht im eigentlichen Sinne Klangfiguren, indem sie nicht durch selbsttönende Luft hervorgebracht werden, sondern vielmehr durch continuirliche Luftströme bedingt sind, die durch die tönende Platte erzeugt werden. Staubfiguren durch tönende Luftmassen, also etwa im Innern einer Orgelpfeife, sind bisher nicht beobachtet worden, und ich habe mich selbst oft überzeugt, daß in offenen oder gedeckten Pfeifen, kurzen oder langen, und selbst in kleinen Pfeifen auf die ein langes Glasrohr aufgesetzt war, die also eine ganze Reihe von Tönen geben, durchaus keine regelmäßige Bewegung eines eingestreuten leichten Pulvers eintritt. Man kann freilich, wie bekannt, in einer Pfeife durch Sand sehr leicht die Stellen der Ruhe und größten Bewegung der Luft sichtbar machen, wenn man in eine vertical stehende Pfeife eine kleine gespannte Membran auf die etwas Sand gestreut ist, hineinklässt. Wenn aber dann in der Mitte zwischen zwei Knotenpunkten der Sand auf der Membran hüpfet, so ist es nicht die Luft direct, durch die dies geschieht, sondern die Luft setzt die Membran in Mitschwingung und diese bewegt nun erst durch ihre transversalen Stöße den Sand.

Wenn nun aber auch unter gewöhnlichen Umständen eine tönende Luftmasse, z. B. die einer Orgel- oder Zungenpfeife, Sand oder Staub nicht zu bewegen, wenigstens nicht regelmäßig in den Knotenpunkten anzuhäufen vermag, so ist es mir doch gelungen, indem ich eine Luftsäule auf eine eigenthümliche Art in stehende Schwingungen versetzte, durch diese tönende Luftsäule Sand oder *Semen Lycopodii*

nicht nur zu bewegen, sondern auch den Staub zugleich in einer ganzen Reihe von Luftwellen so regelmässig anzuordnen, daß durch denselben alle einzelnen Wellen und die Bewegungen in ihnen aufgezeichnet werden. Die Sand- oder Staubfiguren — (unter Staub ist im Folgenden immer Semen Lycopodii verstanden, da dies sich von allen leichten Pulvern am Besten für die Figuren eignet) — die stehende Luftwellen nach der im Folgenden zu beschreibenden Methode hervorbringen können, sind je nach den besonderen Umständen, unter denen sie entstehen, von ziemlich mannigfacher Form, das Grundschemata derselben ist jedoch immer dasselbe. Es können im Folgenden nur die Hauptformen und hauptsächlichsten Eigenthümlichkeiten derselben angegeben werden, einen wirklichen Einblick in die mannigfachen kleinen Nüancirungen derselben kann nur die Anschauung gewähren. Die neuen Staubfiguren bieten aber nicht bloß das Interesse dar, zu sehen, daß eine Luftwelle und wie sie sich in einem leichten Pulver aufzeichnet, dieselben nehmen, abgesehen davon daß sie noch zur Untersuchung einiger specieller Phänomene dienen können, ein erhöhtes Interesse dadurch in Anspruch, daß dieselben von einer Regelmässigkeit sind, die sie für Messungen zugänglich macht, und da die Länge derselben mit derjenigen der erzeugenden Luftwelle identisch ist, so hat man in ihnen ein Mittel, die Länge dieser Luftwellen zu bestimmen. Da aber an die Stelle der Luft jedes andere Gas oder jeder Dampf gebracht werden kann, so geben diese Staubwellen, wie später gezeigt werden wird, ein sehr einfaches Mittel zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Gasen und Dämpfen. Umfassende genaue Anwendungen dieser Methode habe ich bis jetzt noch nicht ausführen können, der Zweck des Folgenden ist hauptsächlich nur, jene Staubfiguren und ihre Hervorbringung zu beschreiben und zu zeigen, in welchem Umfange und mit welcher Genauigkeit dieselben für verschiedene Zwecke benutzt werden können.

In eine etwa 4 Fufs lange Glasröhre, deren Durchmes-

ger etwa $\frac{3}{4}$ Zoll beträgt, schütte man ein Wenig Samen *Lycopodii*, und vertheile dies durch Schütteln so in der Röhre, daß es überall als Staub an den Wänden der Röhre haftet. Würde man nun die Röhre longitudinal tönen lassen, so würde der Staub sich am Boden der Röhre an bestimmten Stellen sammeln, die den Savart'schen spiralförmigen Knotenlinien angehören. Steckt man aber wenn der Staub in der ganzen Röhre vertheilt ist, in jedes Ende derselben einen gut schließenden Kork und läßt die Röhre tönen, indem dieselbe etwa in einem oder zwei Knotenpunkten eingeklemmt ist, so wird nun der Staub nicht zu jenen Ruhestellen eilen, sondern sich eigenthümlich am Boden der Röhre lagern. Fig. 1 Taf. V giebt ein Bild der entstandenen Staubfigur für einige Zolle der Röhrenlänge. Man erblickt periodische Ausbreitungen des Staubes, *ab*, *bc*, *cd*, ... und zwar sind diese periodischen Anhäufungen von lauter kleinen Rippen und Reifen gebildet, die in kleinen Abständen neben einander liegen. Reibt man alsdann die Röhre noch einmal an, so wird man sehen, daß der Staub aufwirbelt und wenn der Ton verklingt, sich ebenso wieder niederlegt. Die größeren periodischen Anhäufungen haben dabei ihre Form und Lage behalten, die kleinen Rippchen sind zwar nicht absolut dieselben geblieben, aber in ähnlicher Weise wieder vorhanden. Reibt man die Röhre mit einem recht schnellen Zuge und unterbricht diesen Zug plötzlich, indem man die Hand mit dem reibenden Tuch plötzlich auf der Röhre ruhen läßt, so ändert sich die Figur meist, die größeren periodischen Staubanhäufungen bleiben, aber die kleinen Rippchen sind verschwunden. Reibt man die Röhre anhaltend, so verschwinden allmählich die Staubfiguren und der Staub wandert zu den Knotenpunkten der Savart'schen Spiralen am Boden der Röhre. Reibt man jedoch die Röhre, nachdem der Staub überall an den Wänden vertheilt ist, recht vorsichtig und gut an, so zeigen sich die entstehenden Figuren noch regelmäßiger als in Fig. 1. Fig. 2 giebt ein Bild der Lagerung des Staubes; man sieht,

dafs zwischen jeder Staubanhäufung sich eine ziemlich runde Stelle befindet, die selbst frei von Staub, von einem zarten Staubring umgeben ist.

Bevor wir aber zur eigehenderen Behandlung der Form der Figuren übergehen, wird es nöthig seyn, die Entstehungsweise zu betrachten. Wie schon oben angedeutet, sind es stehende Luftwellen im Innern der Röhre, die die Staubfiguren hervorbringen.

Dafs es wirklich die bewegte Luft ist, die das Semen Lycopodii in jene Formen legt, und nicht etwa irgendwie die longitudinalen oder transversalen Oscillationen der Röhre selbst die erregende Ursache sind, ergiebt sich mit Bestimmtheit daraus, dafs erstens die besprochenen Staubfiguren nicht entstehen wenn die Röhre an den Enden offen ist; zweitens, dafs in einer Röhre, wie später unten genauer angegeben werden wird, die Zahl der Staubanhäufungen sich ändert, wenn die Röhre statt mit Luft mit irgend einem andern Gase gefüllt ist; und drittens, dafs in einer luftleeren, an beiden Enden verstöpselten Röhre sich die Figuren nicht bilden, sondern das Semen Lycopodii sofort beim Tönen zu den Punkten der Savart'schen Spirale eilt, die gerade am Boden der Röhre liegen.

Die Frage ferner, wie denn die Luft in einer geschlossenen Röhre in so regelmässige Schwingungen gerathe, dafs diese den Staub in so bestimmte Figuren anordnen, beantwortet sich experimentell ebenso einfach. Bekanntlich sind die Töne longitudinalschwingender Stäbe oder Röhren ausserordentlich kräftig und geräth die Luft durch dieselben in sehr energische Vibrationen. Untersucht man nun, wo denn eine solche Röhre oder ein Stab seine Oscillationen der Luft mittheilt, so wird man finden, dafs dies vorzugsweise nur durch den Stofs der freien Enden gegen die Luft geschieht. Es läge nahe zu vermuthen, dafs einmal die hin und her gleitenden Theilchen der Röhrenwände die Luft durch Reibung mit in Bewegung setzen; und zweitens, dafs die mit den longitudinalen Oscillationen immer verbundenen transversalen Bewegungen sich der Luft

mittheilen. So weit jedoch meine Versuche über diesen Punkt reichen, ist es mir nicht gelungen, längs einer longitudinal tönenden Röhre wahrnehmbare Oscillationen der Luft nachzuweisen. Die Erregungsstelle des Tones liegt jedenfalls hauptsächlich an den freien Enden.

Man darf also auch nicht annehmen, daß in den geschlossenen Röhren die Luft etwa durch die secundären transversalen Schwingungen, oder durch Reibung der Röhrenwände gegen die Luft in Bewegung gesetzt würde. Die Erregung stehender Wellen in der Röhre kann nur von den Enden herrühren. Hat man eine an beiden Enden durch ebene Platten, also etwa durch Kork verschlossene Röhre, hält dieselbe in der Mitte und reibt nun an einem Ende, so verlängern und verkürzen sich gleichzeitig die beiden freien Enden, und es ist klar, daß die in der Röhre abgeschlossene Luftmasse von den ebenen Endflächen abwechselnd zusammengepreßt und dilatirt wird, und zwar geschieht dies genau so oft in einer Secunde wie die Glasröhre selbst Schwingungen macht. An jedem Ende erhält die Luftsäule genau so viele Stöße als die Schwingungszahl der Röhre beträgt. In Folge dessen muß die Luftsäule in stehende Schwingungen gerathen und zwar so, daß ihr Ton genau derselbe ist, wie derjenige der Glasröhre. Da nun im Glas die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles eine bedeutend größere ist, als in der Luft, so gehört bekanntlich zu demselben Ton eine sehr viel längere longitudinale Glaswelle als Luftwelle, und zwar verhalten sich für longitudinale Schwingungen die demselben Ton zugehörenden Wellen in zwei Körpern direct wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalles in denselben. Im Glas pflanzt sich der Schall beinahe 16mal so schnell fort als in der Luft, wird nun eine Glasröhre in der Mitte gehalten und an einem Ende gerieben, so ist die ganze Länge derselben eine halbe Welle, und zählt man jetzt die periodischen Staubaufhäufungen, so findet man deren 16, Eine jede derselben würde mithin einer halben Luftwelle entsprechen¹⁾.

1) Im Folgenden ist immer der Raum, den Verdichtung und Verdünnung

Ein ganz directer Beweis dafür, daß die im Innern der Röhre vorhandenen stehenden Luftwellen wirklich von den Stößen der verschlossenen Enden der Röhre herrühren, wird sich später ergeben: man überzeugt sich aber auch leicht durch den folgenden Versuch von der Richtigkeit des Gesagten.

Man klemme eine Röhre auf $\frac{1}{2}$ ihrer Länge, vom freien Ende an gerechnet, ein, reibe dann in der Mitte, so entstehen an der eingeklemmten Stelle und ebenfalls an $\frac{1}{2}$ der Länge von dem andern freien Ende Knotenpunkte. Verstößt man nun die beiden Enden der Röhre, so bilden sich die Staubfiguren ebenso wie oben, freilich in anderer Zahl. Bringt man jedoch die Korke statt an die Enden an die beiden Knotenpunkte, so hat man ebenfalls zwischen diesen beiden Korken eine abgeschlossene Luftsäule; es bilden sich aber in dieser beim Tönen nie die behandelten Staubfiguren, da jetzt durch die Korke keine Stöße ausgeübt werden, weil in den Knotenpunkt die Glastheilchen sich durchaus nicht bewegen.

Läßt man jedoch den einen Kork an dem einen Knotenpunkt, bringt aber den andern in die Mitte zwischen die zwei Knotenpunkte, so bilden sich jetzt wieder sofort die Staubfiguren in der abgeschlossenen Luftsäule, da nun der Kork in der Mitte zugleich mit den Glastheilchen, die hin- und bergleiten, hin- und herbewegt wird, und also gegen die Luft stößt. Ganz allgemein entstehen die Staubfiguren wenn beide Korke oder wenigstens einer derselben sich an einer solchen Stelle der Röhre befindet, wo die Glastheilchen sich hin- und herbewegen, nie aber dann wenn sie sich an den Knotenpunkten befinden, in denen zwar Verdichtungen und Verdünnungen, aber keine Bewegungen stattfinden.

zusammen umfassen, als eine Welle gerechnet, mithin der Raum zwischen zwei aufeinander folgenden Knotenpunkten stehender Wellen, als eine halbe Welle. Daß die Staubaufhäufungen hiernach nach halben und nicht nach ganzen Wellen zählen, ist natürlich, da für sie lediglich die aufeinander folgenden Knotenpunkte maßgebend sind.

Es ist hier übrigens noch zu erwähnen, daß es durchaus nicht nöthig ist, daß die tönende Röhre an beiden Enden verschlossen sey, es genügt vollständig, daß sich an einem Ende derselben oder in der Mitte zwischen irgend zwei Knotenpunkten eine feste Wand befinde. Diese stößt alsdann gegen die Luft und setzt dieselbe in Schwingung, gerade wie die Luft einer offenen Pfeife in stehende Schwingungen geräth, dadurch daß die Luft an dem einen Ende derselben in Bewegung gesetzt wird. Man thut jedoch im Allgemeinen besser die Röhre an beiden Enden zu schließen, da alsdann die Intensität der Oscillationen der Luft größer zu seyn scheint. Wenigstens bilden sich die Staubfiguren in diesem Fall leichter und regelmäßiger.

Genau genommen könnten sich in einer an beiden Enden geschlossenen longitudinal tönenden Röhre nur dann energische regelmäßig stehende Luftwellen bilden, wenn die dem Ton zugehörige Luftwelle ein aliquoter Theil der Länge der ganzen Röhre ist. Nichtsdestoweniger bilden sich in jeder an beiden Enden geschlossenen Röhre, von der im Allgemeinen das Verlangte nicht gelten wird, jene Staubfiguren, jedoch hängt die Form derselben mit von dem Verhältniß der Länge der Glasröhre und der zugehörigen Luftwelle ab. Es wird später eine Vorrichtung angegeben werden, mittelst deren es leicht möglich ist, den Einfluss des Verhältnisses der Röhrenlänge zu der Länge der zugehörigen Luftwelle auf die Bildung der Staubfiguren zu studiren, hier mag es vorläufig genügen, anzugeben, daß die stehenden Wellen in einer an den Enden verschlossenen Glasröhre einmal regelmäßiger sind und daun, daß die Intensität derselben eine größere ist, wenn die Länge der Röhre möglichst genau ein Vielfaches der zugehörigen Luftwelle ist, als wenn dies nicht der Fall. Da nun von der Regelmäßigkeit der Luftwellen, eben sowohl wie von ihrer Intensität die Form der Staubfiguren abhängen muß, so ändert sich diese auch und ist verschieden, je nach dem Verhältniß der Röhrenlänge zur Länge der Luftwellen.

Die Staubfiguren zeigen sich je nach den Umständen

immer etwas verschieden, die hauptsächlichsten Nüancirungen sind, wie schon angegeben, in den Figuren 1 und 2 Tafel V gezeichnet. Von diesen zeichnet sich besonders Fig. 2 aus durch die eigenthümlichen Löcher, die sich zwischen je zwei Staubanhäufungen finden. Diese »Löcher« bezeichnen, wie sich später mit einem anderen Apparat ergeben wird, die Stellen der Knotenpunkte der stehenden Luftwellen. Darüber, wie die Löcher zu Stande kommen, möchte ich jetzt noch keine ganz bestimmte Ansicht aussprechen, nur das läßt sich mit Bestimmtheit sagen, daß sie nicht vollkommen unabhängig sind von den Schwingungen der Glasröhre selbst. An den Stellen der Knotenpunkte der longitudinalen Bewegung sind dieselben bedeutend größer als zwischen zwei Knotenpunkten oder an den freien Enden der Röhre, vielleicht nur deshalb, weil zwischen zwei Knotenpunkten des Samen *Lycopodii* mit größerer Kraft von den Wänden der Röhre fortgeschleudert und dann von den Schwingungen der Luft gelagert wird, als an einem Knotenpunkt, wo die wirkliche Bewegung der Glastheilchen sehr gering ist. Die Figur mit ganz regelmäsig runden Löchern an den Stellen der Knotenpunkte der Luftwellen in der ganzen Länge einer Röhre gut zu erhalten, ist übrigens nicht so leicht und erfordert einige Uebung. Sehr viel liegt an der Art, wie man beim Reiben der Röhre die Hand führt, ebenso ist es nicht gleichgültig für die Staubfiguren, womit man die Röhren reibt, und wie sie während des Reibens gehalten werden. Zum Reiben bediene ich mich gewöhnlich eines ziemlich dicken wollenen Stückes Tuch, welches ganz und gar, aber nicht zu sehr, mit Wasser angefeuchtet ist. Ebenso gute Dienste wie ein Stück wollenes Tuch thut ein Stück einer wollenen Strickerei, etwa die eines Strumpfes. Man kann die Röhren, wenn man sie tönen läßt, entweder in der Mitte oder auf ein Viertel mit der linken Hand, die man gegen einen Tisch stemmt, wagerecht halten, oder aber in eine oder zwei Klemmen der Art, wie sie in Fig. 5 Taf. V gezeichnet ist, einklemmen. Als Staub für die Figuren eignet

sich entschieden am Besten Semen *Lycopodii*; Sand oder andere schwerere Pulver werden von den Luftwellen in einer longitudinal tönenden Röhre nicht bewegt, das angewandte Pulver muß ein so leichtes und feines seyn, wie Semen *Lycopodii*.

Wenn aber auch je nach den verschiedenen Umständen die Form der Staubwellen variiren kann, so bleibt doch die Zahl derselben in einer Röhre immer genau dieselbe oder variirt anscheinend höchstens um einen kleinen Bruchtheil einer halben Welle. *So lange das Verhältniß der Schallgeschwindigkeit der Luft und des angewandten Glases dieselbe bleibt, ist es überdies ganz gleichgültig, welche Länge und welchen Querschnitt die angewandte Glasröhre hat.* Bei irgend einer Glasröhre, die mit einem Knotenpunkt in der Mitte tönt, mag sie nun einen Querschnitt oder eine Länge haben, welche sie will — ich habe Röhren von 6 Fuß Länge und 3 Zoll Durchmesser und Röhren von 1 Fuß Länge und 1 Linie Durchmesser im Innern angewandt — beträgt die Anzahl der in derselben entstehenden Staubwellen, d. i. der halben Luftwellen, immer etwa 16. Läßt man dagegen die Röhre mit zwei Knotenpunkten tönen, und zählt die halben Luftwellen, so erhält man deren 32¹⁾, läßt man die Röhre mit drei Knotenpunkten tönen, so erhält man 48 Staubwellen usw. Im ersten Fall, bei einem Knotenpunkt, stellt die Glasröhre eine halbe Glaswelle dar, im zweiten schwingt sie als eine ganze Welle, der Ton ist somit um eine Octave gestiegen, im dritten endlich schwingt sie als $\frac{3}{2}$ Wellen, und der Ton ist abermals um eine Quinte gestiegen. Demgemäß muß auch die Größe der zugehörigen Luftwellen abgenommen haben im Verhältniß von 3:2:1, oder die Anzahl derselben für eine gegebene Länge sich verhalten wie 1:2:3 d. i. wie 16:32:48. Für die Bestimmung des Verhältnisses der Schallgeschwindigkeit von Glas zu derjenigen der

1) Die Geschwindigkeit des Schalles im Glase ist immer 16mal so groß angenommen als diejenige der Luft bei gewöhnlicher Temperatur; für die meisten Glasarten beträgt sie nur etwas über 15.

eingeschlossenen Luft, ist es also auch ganz gleichgültig ob man die Glasröhre mit 1, 2 oder 3 Knoten tönen läßt; immer kommen auf $\frac{1}{2}$ Glaswelle, 16 halbe Luftwellen.

Die Staubwellen, wie sie im Innern einer Röhre erhalten werden, können nun zuvörderst in zweierlei Hinsicht zur Messung und numerischen Bestimmung benutzt werden. Erstens ist klar, daß man mittelst derselben mit Leichtigkeit die Tonhöhe einer longitudinal tönenden Röhre, wenn sie an beiden oder wenigstens an einem Ende geschlossen ist, bestimmen kann. Man erzeugt in derselben die Figuren von Samen *Lycopodii*, und bestimmt möglichst genau die Länge einer Staubwelle, indem man die Gesamtlänge einer bestimmten Anzahl derselben mißt. Da für eine gegebene Temperatur die Geschwindigkeit des Schalles mit hinreichender Genauigkeit bekannt ist, so findet man aus der Länge der Staubwelle, die derjenigen der Luft gleich ist, die Schwingungszahl der Luft. Da diese dieselbe seyn muß wie die der Röhre, so ist mithin auch diese gefunden.

Sodann leuchtet ein, daß die Staubwellen nicht nur dazu dienen können, wie oben angegeben, das Verhältniß der Schallgeschwindigkeit in Glas und Luft zu bestimmen sondern indem man die Luft in der Röhre durch irgend ein anderes Gas ersetzt, ebensowohl die Geschwindigkeiten des Schalles in diesen Gasen ergeben. Ist irgend eine an den Enden verschlossene Glasröhre mit einem andern Gase als Luft gefüllt, so werden auf eine Glaswelle nicht 16 Wellen innerhalb der Röhre kommen, sondern irgend eine andere Zahl, die bedingt ist durch das Verhältniß der Schallgeschwindigkeit des Glases und des betreffenden Gases. Man sieht leicht, daß die Zahl der Staubwellen in Röhren, die mit verschiedenen Gasen gefüllt sind, sich umgekehrt verhalten müssen, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in den betreffenden Gasen. Die Längen der Staubwellen sind den Schallgeschwindigkeiten direct proportional.

Indem man nun die Schallgeschwindigkeit in der Luft gleich Eins setzt, kann man diejenige der andern Gase durch die der Luft, wie es gebräuchlich ist, ausdrücken.

Man kann sehr leicht irgend ein Rohr mit einem zu untersuchenden Gase füllen, und indem man dann die Staubwellen in dem Rohr erzeugt, die Schallgeschwindigkeit des Gases finden. Zur Demonstration kann man sehr bequem verschiedene Röhren ein für alle Mal mit verschiedenen Gasen füllen und kann dann in jedem Moment die Staubwellen hervorrufen und so die verschiedene Schallgeschwindigkeit der verschiedenen Gase zeigen. Es kommt hierbei auf die Gröfse der Glasröhren durchaus nicht an, und selbst verschieden grofse Glasröhren mit verschiedenen Gasen sind mit einander vergleichbar, da die Zahl der Staubwellen in den Gasen, auf die es allein ankommt, von der Gröfse des Rohres unabhängig ist. Ich habe mir anfangs solche Schallröhren verfertigt, indem ich aus einem Rohr, in das vorher ein Wenig Samen *Lycopodii* gestreut war, die Luft durch irgend ein gut getrocknetes Gas austreiben liefs, dann schnell die Enden mit Korken verschlofs, die nun durch einen guten Kitt luftdicht verschlossen wurden. Später, als ich erkannte, dafs es nicht nothwendig sey, dafs die stofsenden Endflächen der Röhren durchaus eben seyn müfsten, verfertigte ich mir die Röhren und liefs sie verfertigen, indem die Enden nicht verkittet, sondern zugeschnitten wurden.

Eine passende und angenehme Gröfse für solche Schallröhren ist etwa 1 Meter Länge und 1 bis 1,5^{cm} Querschnitt.

Sehr geeignet für eine Demonstration der verschiedenen Schallgeschwindigkeiten sind Röhren gefüllt mit Luft, Kohlensäure, Leuchtgas und Wasserstoff. Läfst man diese Röhren mit zwei Knotenpunkten tönen, so erhält man nahezu für

Luft	32 Staubwellen
Kohlensäure	40 "
Leuchtgas	20 "
Wasserstoff	9 "

Demnach sind die Schallgeschwindigkeiten für die andern Gase, bezogen auf die der Luft als Einheit,

$$\text{Kohlensäure} = \frac{22}{26} = 0,8$$

$$\text{Leuchtgas} = \frac{22}{26} = 1,6$$

$$\text{Wasserstoff} = \frac{22}{6} = 3,56^1)$$

Dulong erhält für Kohlensäure 0,79 und für Wasserstoff 3,8.

Man sieht daſs die hier auf eine auſerordentlich einfache Weiſe gefundenen Zahlen ziemlich gut mit denen von Dulong auf eine äufserst mühsame Art gefundenen stimmen, und überdieſs das Angenehme haben, daſs ſie in jedem Moment, für jeden ſichtbar, reproducirt werden können.

Statt mit Gasen kann man eben ſo gut die Röhren mit irgend welchen Dämpfen füllen. Ich begnüge mich anzuſühren, daſs eine Röhre mit Aetherdampf bei gewöhnlicher Temperatur über 50 Staubwellen zeigt, wenn ſie mit zwei Knotenpunkten tönt, und daſs es ſchon genügt, die Luft mit Aetherdampf zu ſättigen, um in einer Röhre ſtatt 32, beinahe 40 Staubwellen zu erhalten.

Zu wirklich ſcharfen Meſſungen für die Schallgeſchwindigkeit in Gasen und Dämpfen können jedoch die Staubwellen, in der Art wie ſie biſher im Innern einer tönenden Röhre erzeugt wurden, aus mancherlei Gründen nicht dienen. Ich habe daher, beſtrebt die Staubwellen zum Mittel einer wirklich ſcharfen Meſſung zu machen, eine etwas andere Methode zur Hervorbringung derſelben angewandt, die, abgeſehen davon, daſs durch ſie das Gewünſchte geleiſtet wird, noch einige andere weſentliche Vorzüge vor der biſherigen Methode beſitzt.

Da nämlich, wie oben angegeben, die Luft im Innern der Röhren nur dadurch in ſtehende Schwingungen geräth, daſs die freien verſtöpselten Enden gegen die Luft ſtoſſen, ſo lag der Gedanke nahe, die freien durch eine ebene Fläche begränzten Enden ebenſo wie gegen die Luft im Innern der Röhre gegen einen andern abgeſchloſſenen Luftraum ſtoſſen zu laſſen. Dieſs läſſt ſich leicht auf fol-

1) Die Staubwellen entſtehen in einer Waſſerſtoſſröhre oft ſchwer; man thut dann gut die Röhre vor dem Anreiben vorſichtig etwas anzuwärmen.

gende Weise erreichen. Auf eine Glasröhre AA' (Fig. 6 Taf. V) befindet sich in der Mitte festgekittet ein Kork KK . Mit diesem paßt die erste Glasröhre in eine andere etwas weitere Röhre BB' . Die Röhre AA' ist an ihrem Ende A mit einem Kork verschlossen a , der die Form hat wie in der Figur, und dessen breiterer äußerer Rand den Querschnitt der Röhre BB' beinahe ausfüllt, ohne aber die Wände dieser Röhre stark zu berühren. Die Röhre BB' ist an ihrem Ende B mit einem gut in dieselbe passenden Kork b verschlossen, an dessen äußerem Ende sich ein eingekitteter Stiel von Glas oder Metall befindet, mittelst dessen der Kork in der Röhre bewegt werden kann. Wird der ganze Apparat nun bei KK in der Hand gehalten und reibt man das Ende KA' der innern Röhre, so wird während des Tönens das andere Ende derselben mit dem Kork a gegen das zwischen den Korken a und b befindliche Luftvolumen stoßen, und mithin dasselbe in Schwingung versetzen. Befindet sich daher Samen *Lycopodii* in der Röhre, so wird dies durch die stehenden Luftwellen in der angegebenen Weise in der Röhre gelagert werden. Diese Methode die Staubwellen zu erzeugen, hat vor derjenigen mittelst einer einzigen an den Enden verschlossenen Röhre den Vorzug, daß erstens die Röhre in der die Staubfiguren entstehen, selbst gar nicht tönt, die Regelmäßigkeit der durch die Luft erzeugten Figuren kann daher nicht durch die Oscillationen der tönenden Röhre gestört werden; zweitens ist man im Stande durch den verschiebbaren Kork b die Länge der ins Tönen versetzten Luftsäule beliebig zu ändern, während die tönende Glasröhre selbst ganz ungeändert bleibt; endlich ist es bei dem angegebenen Apparat durchaus nicht nöthig, daß man als Tonquelle eine Glasröhre anwendet, es kann vielmehr an die Stelle der Glasröhre AA' irgend ein massiver Stab von irgend einer Substanz gebracht werden, wenn man nur im Stande ist, denselben durch Reiben in longitudinale Schwingungen zu versetzen.

Durch verschiedene Stellung des Korkes b kann man

nun mit Leichtigkeit den Einfluß studiren, den ein verschiedenes Verhältniß der Länge der ganzen Luftsäule zu der Länge der einzelnen entstehenden Luftwellen auf die Form der Staubfiguren ausübt. Wir werden später sehen, daß dieselben in der That sehr verschieden sind, je nachdem die Luftwelle ein aliquoter Theil der ganzen Länge der Luftsäule ist oder nicht.

Dadurch ferner, daß man die Glasröhre AA' durch einen Stab von irgend einem andern Material ersetzen kann, ist der Apparat nicht nur dienlich die Schallgeschwindigkeiten der Gase zu bestimmen, wozu schon die verstopften Röhren allein dienen konnten, sondern kann auch sehr bequem zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aller festen Körper, die in longitudinalen Schwingungen gerathen können, benutzt werden. Bringt man nacheinander an die Stelle der Röhre AA' Stäbe von Metallen oder Holz oder dergleichen, erzeugt durch den Ton derselben in der übergeschobenen Röhre BB' die Staubwellen, und mißt nun die Länge des tönenden Stabes selbst und die Länge der zugehörigen Staubwelle, so ist durch den Quotienten dieser Zahlen sogleich die Schallgeschwindigkeit jedes einzelnen festen Körpers, bezogen auf das der Luft als Einheit gegeben. Es ist hierbei übrigens gar nicht nöthig, daß die Glasröhre, in der die Staubwellen entstehen, bis zur Mitte oder bis zu irgend einem andern Knotenpunkt der tönenden Röhre über dieselbe geschoben und dort mit einem Kork befestigt sey, man braucht nur das eine Ende eines tönenden Stabes einen oder einige Centimeter weit in eine etwas weitere am andern Ende geschlossene Glasröhre hineinzuschieben, um in der Röhre sogleich die Staubwellen zu erhalten.

Bevor wir jedoch zur Angabe der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit einiger fester Körper übergehen, ist es nöthig die Formen der Staubfiguren in dem beschriebenen Apparat genauer zu betrachten. Der Apparat, wie er in Fig. 6 Taf. V angegeben, erfüllt seinen Zweck zwar ganz gut, indem die Korke KK , a und b hinreichend Festigkeit

besitzen um eine Zeit lang vorzubalten, um jedoch einen dauerhafteren Apparat zu besitzen, liefs ich denselben in der in der Fig. 7 Taf. V dargestellten Weise vom Mechaniker anfertigen. Auf die tönende Röhre AA' , deren Länge 1 Meter und deren Durchmesser etwa 1^{cm} beträgt, ist in der Mitte der Kork KK gekittet. Dieser paßt bis zur Hälfte bis an den vorstehenden Rand in die äussere Röhre BB' . Dieselbe trägt bei B einen aufgekitteten Messingring cc , in den ein Schraubengewinde geschnitten ist. Der Kork und die äussere Röhre werden nun durch eine aufgeschraubte Kappe dd fest zusammengepresst, wie aus der Figur leicht zu ersehen. Auf das andere Ende der Röhre BB' ist ebenfalls ein Messingring mit einem eingeschnittenen Schraubengewinde gekittet, auf welches die Kappe ee geschraubt wird. Durch diese geht mit Friction ein Messingstab f , der im Inneren der Röhre einen in die Röhre passenden Stöpsel von schwarzer Kammmasse g trägt.

In das Ende A' der innern Röhre ist ebenfalls ein die Röhre beinahe schliessender Stöpsel von Kammmasse h gekittet. Beide Stöpsel h und g sind, damit sie auf dem Glase, wenn etwa Sand in die Röhre gebracht wird, keine Schrammen machen, mit dünnem weichem Leder überzogen. Endlich kann man die Röhre BB' noch an den beiden Stellen m und n durchbohren lassen und mittelst um die Röhre gekitteter Ringe, kleine metallene Röhren an diese Einbohrungen setzen. In jeder dieser Röhren kann man einen Hahn anbringen, so dafs man dann, vorausgesetzt dafs die Röhre BB' an den Enden luftdicht verschlossen ist, die Luft aus derselben auspumpen, und irgend ein anderes Gas oder einen Dampf in dieselbe eintreten lassen kann. Die Kappe dd verschliesst die Röhre BB' hinreichend luftdicht, am andern Ende ist es nöthig die Hülse, durch die der Stiel f geht, durch ein übergeschobenes Kautschukrohr, luftdicht zu schliessen. Die Seitenröhrchen und Hähne sind in der Zeichnung nur punktirt angegeben ¹⁾.

1) Hr. Mechaniker Reichel hier in Berlin (Melchiorstrasse 20) fertigt

Bringt man nun in die Röhre BB' etwas Samen *Lycopodii*, vertheilt dies durch Schütteln gleichmäßig in der Röhre und läßt die andere Röhre tönen, während man zugleich den Stöpsel am Stiel f hin- und herschiebt, so wird man bald eine Stellung desselben finden, für welche das Samen *Lycopodii* sich auf einzelne Punkte am Boden der Röhre legt, die genau gleich weit von einander entfernt sind. Fig. 4 Taf. V giebt ein Bild der Lagerung des Staubes. Ist recht wenig Samen *Lycopodii* in der Röhre gewesen und ist die Stellung des Stöpsels richtig, so sind diese Punkte sehr scharf und zeigen sich nicht nur am Boden, sondern ziehen sich noch ringförmig an den Seitenwänden der Röhre in die Höhe. Die Staubhäufchen bezeichnen die Stellen der Knotenpunkte der stehenden Luftwellen, und der Raum zwischen 2 derselben ist gleich der Länge einer halben in der Röhre entstandenen Luftwelle. Einer dieser Punkte liegt immer an dem hinteren verschiebbaren Stöpsel, und ebenso liegt einer derselben an dem stoßenden Ende der tönenden Röhre. In Fig. 7 sind in der übergeschobenen Röhre die Stellen der Staubpunkte schwach angegeben. Dafs die Stellen, an denen sich der Staub anhäuft, wirklich die Knotenpunkte der tönenden Luftmasse bezeichnen, kann man nicht bezweifeln, wenn man sieht, wie während des Tönens der Staub von beiden Seiten sich zu den betreffenden Stellen hinbewegt. Es ist daher auch ganz nothwendig, dafs sich immer ein solcher Staubpunkt an dem hinteren Stöpsel der Röhre, an welcher sich immer ein Knotenpunkt bilden mufs, zeigt, merkwürdig bleibt es jedoch, dafs sich ein Staubhäufchen und damit also auch ein Knotenpunkt der Luft an dem stoßenden Ende der tönenden Röhre AA' in Fig. 7 Taf. V be-

Apparate dieser Art an, ebenso die oben beschriebenen mit verschiedenen Gasen gefüllt, und an den Enden zugeschmolzenen Röhren. Für eine Demonstration der verschiedenen Schallgeschwindigkeiten der Gase eignen sich besonders vier Röhren, gefüllt mit Kohlensäure, Luft, Leuchtgas und Wasserstoff. Wenn der Apparat (Fig. 7 Taf. V) nicht zu einer Untersuchung, sondern nur zu einer Demonstration der Staubwellen dienen soll, so sind die Hähne an den Seiten unnöthig.

findet. Es scheint unmöglich, daß da, wo doch die Erregung des Tones stattfindet, auch zugleich ein Knotenpunkt seyn sollte. Ohne auf diese Eigenthümlichkeit eingehen zu wollen, beschränke ich mich darauf das Factum mitzutheilen, und noch hinzuzufügen, daß, wenn auch öfter an dem stoßenden Ende selbst gerade keine sehr markirte Staubanhäufung sich zeigt, doch in der Entfernung einer halben Wellenlänge der Luft von jenem stoßenden Ende jedesmal sehr scharf und deutlich ein Staubbäufchen sich bildet.

Verschiebt man sodann den Stöpsel am Ende der Röhre, in der sich das Semen *Lycopodii* befindet, um die Hälfte des Abstandes zweier Staubpunkte, also um $\frac{1}{2}$ einer ganzen Luftwelle, nach der einen oder andern Seite und reibt die andere Röhre, so entsteht eine wesentlich andere Staubfigur, nämlich diejenige, die in Fig. 3 Taf. V abgebildet ist. An die Stelle der Staubbäufchen sind die „Löcher“ der Figur getreten, und zwar befinden sich diese Löcher, von dem verschiebbaren Stöpsel am Ende der Röhre an gerechnet, genau an denselben Stellen, an denen sich vorher die Staubpunkte befanden, sie bezeichnen also ebenfalls die Stellen der Knotenpunkte der tönenden Luftsäule. Da sich an dem Stöpsel am äußeren Ende der Röhre ein Loch befindet, wo nothwendig immer ein Knotenpunkt seyn muß, so kann nun kein solches rundes Loch sich an dem stoßenden Ende der tönenden Röhre befinden, sondern der Abstand des nächsten Loches von diesem Ende beträgt die Hälfte des Abstandes zweier Löcher, also $\frac{1}{2}$ der ganzen Länge einer stehenden Luftwelle.

In diesem Fall schwingt also die Luftsäule wie eine gedackte Orgelpfeife, die einen ihrer höheren Obertöne giebt. Der erste Knotenpunkt liegt um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge von der Erregungsstelle des Tones entfernt, und der letzte liegt an der äußern festen Decke der Luftsäule.

Die große Verschiedenheit der Staubfiguren bei den angegebenen verschiedenen Längen der Luftsäule ist sehr auffällig, und wenn man auch beim allmählichen Aendern

der Länge der Luftsäule die Figur mit den Löchern allmählich in die Staupunkte übergehen sieht, so sieht man doch nicht klar ein, weshalb sich in einem Falle der Staub energisch zu den Knotenpunkten bewegt, während er in andern nur zwischen zwei Knotenpunkten aufwirbelt und diese Knotenpunkte selbst von einem zarten Staubring umgeben sind. Nach einigen, sogleich anzugebenden Versuchen scheint es fast, als ob die Verschiedenheit der Figuren lediglich bedingt sey durch die Intensität der stehenden Luftwellen in der Röhre, dann bleibt jedoch noch immer zu erklären, weshalb die Intensität der Wellen eine so viel grössere ist, wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches der halben, als wenn sie ein Vielfaches der Viertel-Welle ist. Dafs die Intensität der Luftbewegung von wesentlichem Einflufs ist, ergibt sich jedoch leicht daraus, dafs wenn man bei derjenigen Länge der Luftsäule, bei der die Punkte entstehen, die tönende Glasröhre recht vorsichtig und leise anreibt, anfangs die Figur mit den Löchern auftritt, dafs ferner wenn das stofsende Ende der tönenden Glasröhre den Querschnitt der Röhre, in der die Luftwellen entstehen sollen, nicht ganz ausfüllt, und also die Luft von einer kleineren Fläche gestossen wird, als bei den obigen Apparaten, ebenfalls immer die Figur mit den Löchern entsteht, auch wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Streut man endlich nicht Samen *Lycopodii*, sondern Sand in die Röhre des Apparats, so wird dieser, während er in einfachen, an den Enden verschlossenen Röhren nicht bewegt wurde, in dem Apparate sehr wohl bewegt, wenn die Länge der Luftsäule ein Vielfaches der halben Luftwelle, nicht jedoch, wenn dieselbe ein Vielfaches der Viertel-Welle beträgt. In dem Falle, in dem Samen *Lycopodii* Staubbäufchen bildet, wird der schwerere Sand bewegt, nicht jedoch wenn Samen *Lycopodii* die Figur mit den Löchern bildet, und zwar ist die entstehende Sandfigur im ersten Falle der Löcherfigur von Samen *Lycopodii* sehr ähnlich. An den Knotenpunkten wird der Sand nicht bewegt, zwischen denselben

aber lagert sich derselbe in ganz scharfen Querstreifen, wie sie in Fig. 4 Taf. V gezeichnet sind. Wo der Sand am Boden der Röhre dicker gelegen, sind diese Rippen breiter und weiter von einander entfernt liegend, wo er in geringerer Menge gelegen, sind die Rippen schmaler und liegen einander näher. Ebenso wie Sand¹⁾ verhielten sich andere schwerere Pulver, wie feine Eiseifeilspäne und dergleichen. Während also die Intensität der Luftbewegung in jedem Falle genügt, um das leichte Samen *Lycopodium*, wenn auch in verschiedener Weise, zu bewegen, ist sie nur in einem Falle, wenn sie Samen *Lycopodium* an den Knotenpunkten anhaftet, ausstreichend um ein schwereres Pulver zu bewegen.

Die Rippungen die in dem betreffenden Falle der Sand zeigt, sind außerordentlich scharf und regelmäßig, and viel hervortretender als die Querrippungen, die bei den Figuren mit Samen *Lycopodium* auftreten. Was die Entstehung dieser Querrippen überhaupt anlangt, so enthalte ich mich darüber an dieser Stelle jedes Urtheils; bisherige Erklärungsversuche sind mir durch andere, bis jetzt aber noch nicht zum Abschluß gekommene Versuche, durchaus unsicher geworden, und ich möchte daher lieber überhaupt keine Erklärung versuchen, als eine solche geben, die ich später zurückzunehmen gezwungen wäre.

Bemerken will ich mir noch, daß die Aehnlichkeit der Rippungen des Sandes mit der sogenannten Schichtung des elektrischen Lichtes, vielen, denen ich die Versuche zeigte, in die Augen fiel; es ist selbstverständlich, daß diese Aehnlichkeit als eine rein äußerliche, ohne Aehnlichkeit der erzeugenden Ursachen aufzufassen ist. — Außer körnige Substanzen habe ich auch noch versucht irgend dicke oder dunkle Dämpfe anzuwenden, um die Bewegung der Luftwellen sichtbar zu machen. Die Versuche gaben im All-

1) Der Versuch gelingt nicht gleich gut mit jedem Sande; um die Rippung gut zu erhalten, muß der Sand nicht zu grobkörnig und rein seyn, sondern es ist besser, wenn die Körner desselben verschieden groß und derselbe noch etwas Staub enthält.

gemeinen kein sehr befriedigendes Resultat, als ich jedoch die übergeschobene Röhre mit möglichst dicken Salmiaknebeln anfüllte und nun die andere Röhre rieb, war ich überrascht zu sehen, wie beim ersten Erklingen des Tones plötzlich die Salmiaknebel verschwanden; der Salmiak hatte sich am Boden der Röhre in den Knotenpunkten abgesetzt. Das Verschwinden der Nebel geschieht bei kräftigem Ton fast momentan.

Nachdem ich, soweit es möglich war, die verschiedenen Formen der Staubfiguren und ihre Eigenthümlichkeiten untersucht hatte, war es mein Bestreben zu ermitteln, ob und mit welcher Genauigkeit dieselben für Messungen, ins Besondere für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten dienen könnten. Ausgedehntere Versuchsreihen habe ich noch nicht beenden können, ich möchte jedoch hier zum Schluß einige Versuche mittheilen, die wenigstens zeigen, welchen Grad von Genauigkeit die Messungen der Staubwellen, selbst ohne große Vorsichtsmaassregeln, zulassen.

Was die Messungen im Allgemeinen anlangt, so ist erstens zu erwähnen, daß, wenn man Staub- oder Sandwellen in einem cylindrischen Rohr durch irgend eine Tonquelle, etwa einen Glasstab, erzeugt hat, die Länge einer Staubwelle genau dieselbe bleibt, welches äußere Ansehen auch die Staubwellen haben mögen. Mag nun die entstandene Figur die oben beschriebene Punktreihe, mag sie die Figur mit den Löchern seyn, immer bestimmt sich die Länge einer halben Luftwelle aus den verschiedenen Figuren als von gleichem Werthe. Man wird freilich der schärferen Figur immer den Vorzug geben, da sich bei ihr die Messung selbst leichter ausführen läßt, und so kann man aus einer Figur wohl einen genaueren, nie aber einen wirklich durchgehends anderen Werth der Luftwelle erhalten, als aus einer andern.

Je nach dem, was durch die Messung der Staubwellen erreicht werden soll, wird man die Anordnung zur Erzeugung der Staubwellen verschieden treffen, als specielles Beispiel für die Art der Anwendung der Methode und zu-

gleich als Beweis für die Genauigkeit derselben mögen folgende Bestimmungen der Schallgeschwindigkeiten in festen Körpern dienen.

Der Stab irgend einer Substanz, dessen Schallgeschwindigkeit bestimmt werden sollte, wurde entweder in der Mitte oder an zwei Stellen, die je um ein Viertel seiner Länge von den Enden entfernt lagen, in die oben angegebenen Klemmen, die an einen Tisch angeschraubt waren, eingeklemmt. Eine Glasröhre, deren Länge meist ungefähr das Doppelte des zu untersuchenden Stabes betrug, und die an dem einen Ende verstöpselt war, wurde nun mit dem offenen Ende einige Centimeter über den horizontal liegenden Stab geschoben und in dieser Lage durch andere Klemmen festgehalten. Befand sich nun in dieser Röhre Samen *Elycopodii* und wurde der Stab durch Reiben — bei Glas geschah das Reiben immer mit einem angefeuchteten Tuchlappen, bei Metall oder Holz mit einem Stückchen Leder, auf das Colophonium gestreut war — zum Tönen gebracht, so entstanden in der übergeschobenen Röhre die Staubwellen, die nun gemessen wurden. Da der Stab mit der Röhre nicht durch Kork oder dergleichen verbunden war, so gab derselbe beim Tönen auch nur genau den ihm zukommenden Ton, der nicht durch irgend störende Einflüsse, wie etwa die Stöpsel, die bei den oben beschriebenen Apparaten die stoßenden Enden der Glasröhren bilden, geändert wurde. Die Art des Einklemmens des Stabes hat wohl auf die Leichtigkeit, mit der man den Ton erzeugen kann, nicht aber auf die Höhe desselben Einfluß. Ist ein Stab nur annähernd in seinen Knotenpunkten befestigt, so giebt er immer genau denselben Ton, eine kleine Aenderung in der Befestigung ändert die Tonhöhe, wie ich mich durch Versuche überzeugt habe, nicht.

Sind die Staubwellen in der übergeschobenen Röhre erzeugt, so ist es nun nur nöthig die Länge einer einzelnen, und die Länge des tönenden Stabes zu kennen, um durch das Verhältniß dieser Zahlen die Schallgeschwindigkeit des Stabes ausgedrückt durch die der Luft bei der vorhande-

nen Temperatur, zu haben. Die Länge des tönenden Stabes wurde jedesmal vor dem Versuche genau gemessen; um die Länge einer Staubwelle zu erhalten, wurde die Gesamtlänge einer ganzen Anzahl derselben, die gut ausgebildet waren, bestimmt. Indem man die Gesamtlänge von 20 Staubwellen mißt, beträgt der Fehler des Werthes einer Welle nur $\frac{1}{20}$ desjenigen, den man begehen würde, wenn man eine einzelne Welle messen wollte. Ueberdies wurde, um den Fehler der Messung so klein als möglich zu machen, dieselbe öfter wiederholt, wie aus dem folgenden Beispiel hervorgeht. Die Messung selbst wurde einfach mit einem Stangenzirkel ausgeführt, dessen Spitzendistanz dann jedesmal auf einem Maafsstab abgelesen wurde. Auf Temperatur ist in den folgenden Versuchen nicht Rücksicht genommen, für ganz genaue Versuche dürfte dies natürlich nicht unterbleiben.

1. Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Messing.

Messingstange 941^{mm},5 lang 5^{mm} im Durchmesser. Es wurden zu drei Malen die Staubwellen in dem übergeschobenen Rohr erzeugt und jedesmal an verschiedenen Staubwellen 9 Messungen gemacht. Die Messingstange war an zwei Stellen eingeklemmt, entsprach also einer ganzen Messingwelle.

1. Versuch.

Anzahl der zusammen gemessenen Staubwellen	Gemessene Gesamtlänge derselben	Berechnete Länge einer halben Luftwelle ¹⁾	
10	432,5	43,25	} Mittel = 43,30 ^{mm}
»	432,5	43,25	
»	435,0	43,50	
9	389,5	43,28	
»	390,7	43,41	
»	390,0	43,33	
8	347,5	43,44	
»	345,0	43,13	
»	345,0	43,13	

1) Eine Staubwelle entspricht immer, wie schon oben angegeben, einer halben Luftwelle.

2. Versuch.

Anzahl der zusammen gemessenen Staubwellen	Gemessene Gesamtlänge derselben	Berechnete Länge einer halben Luftwelle	
10	433,2	43,32	} Mittel = 43,29
"	433,5	43,35	
"	435,0	43,50	
9	389,0	43,22	
"	388,5	43,17	
"	390,0	43,33	
8	346,5	43,31	
"	345,9	43,24	
"	345,0	43,13	

3. Versuch.

15	651,0	43,40	} Mittel = 43,35
"	652,0	43,47	
"	650,4	43,36	
"	649,3	43,29	
15 andere	649,6	43,31	
"	649,3	43,29	
"	653,0	43,53	
16 andere	649,0	43,27	
"	649,1	43,27	

Es ergibt sich also die Schallgeschwindigkeit in der Messingstange nach diesen Versuchen folgendermaassen:

$$\text{erster Versuch, } v = \frac{941,5}{2 \cdot 43,20} = 10,87$$

$$\text{zweiter Versuch, } v = \frac{941,5}{2 \cdot 43,29} = 10,87$$

$$\text{dritter Versuch, } v = \frac{941,5}{2 \cdot 43,35} = 10,86$$

Die in den drei Versuchen erhaltenen Zahlen stimmen also ausserordentlich gut überein.

Es wurde noch eine zweite der vorigen an Dimensionen fast gleiche Messingstange untersucht. Für dieselbe ergab sich in einem Versuch

$$v = 10,94;$$

bei einem zweiten Versuch, bei welchem die übergescho-

bene Röhre an dem äußeren Ende nicht verstöpelt war, ergab sich

$$v = 10,90.$$

Ob die beiden Stangen genau aus demselben Material bestanden, ist nicht ermittelt worden.

2. Stahl.

Es wurden zur Bestimmung drei runde Stahlstangen angewandt, von denen die erste 1002,7^{mm} Länge und 16^{mm} Dicke; die zweite 1001,7^{mm} Länge und 5^{mm} Dicke; die dritte 501^{mm} Länge und 5^{mm} Dicke hatte. Es wurde gefunden die Schallgeschwindigkeit v , für

$$\text{die erste } v = 15,345$$

$$\text{die zweite } v = 15,334$$

$$\text{die dritte } v = 15,343$$

Man sieht aus der Uebereinstimmung der Zahlen, daß aus Stäben verschiedener Größe und Dicke sich die Schallgeschwindigkeit vollkommen gleich bestimmt. Die drei Stäbe waren aus derselben Stahlsorte gearbeitet.

3. Glas.

Die Schallgeschwindigkeiten im Glase variiren je nach der Art des Glases, und es haben also als Criterium der Genauigkeit der Methode nur die Beobachtungen Werth, die mit einem und demselben Glasstab angestellt sind.

Ein dünner Glasstab von 647^{mm} Länge ergab in drei aufeinander folgenden Versuchen

$$v = 15,24$$

$$v = 15,25$$

$$v = 15,24$$

4. Kupfer.

Für ein etwas über einen Fuß langes Stück Kupferdraht fand sich

$$v = 11,960.$$

Wertheim findet für Gufestahl

$$v = 14,961$$

für Stahldraht

$$v = 15,108$$

und für Kupfer

$$v = 11,167$$

Zahlen die mit den obigen so gut übereinstimmen, wie es bei der jedenfalls vorhandenen Verschiedenheit des angewandten Materials zu erwarten ist.

Jedenfalls geht aber aus den mitgetheilten Beobachtungen hervor, daß die Genauigkeit der Methode Nichts zu wünschen läßt, da die mit einem und demselben Stab nacheinander angestellten Versuche so gut übereinstimmende Resultate geben. Mit vermehrter Vorsicht bei den Versuchen, besonders mit Anbringung der Correction für die verschiedene Temperatur bei den verschiedenen Versuchen, würde die Uebereinstimmung noch größer seyn.

Von höherem Interesse als die Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten der festen Körper ist diejenige in den Gasen. Umfassendere Versuche habe ich über dieselben noch nicht beenden können; daß die Methode aber auch für Gase und Dämpfe mit außerordentlichem Vortheil anwendbar ist, leuchtet aus dem Mitgetheilten wohl ohne Weiteres ein. So weit meine Versuche bis jetzt reichen, bewährt sich auch in der That die Methode für Gase und Dampf sehr gut und sind von derselben scharfe Resultate zu erwarten. Handelt es sich übrigens nur um eine angenäherte Bestimmung für ein Gas oder einen Dampf, so genügt es, dieselben in eine Röhre zu bringen, die man an beiden Enden schließt, wie es oben angegeben. Wie oben schon gezeigt, schlossen sich die so erhaltenen Zahlen für Kohlensäure und Wasserstoff denjenigen, die Du-Long erhielt, sehr nahe an.

Viel genauere Resultate erhält man natürlich mittelst des zusammengesetzten Apparates, indem man in die überschobene Röhre nacheinander verschiedene Gase bringt. Zum Beweise mögen folgende vorläufige Bestimmungen der Größe der Staubwellen für verschiedene Temperaturen der Luft dienen.

Bei einem aus einem tönenden Glasstab und einer übergeschobenen Glasröhre bestehenden Stab wurde die Größe der entstehenden Staubwelle bei 14° C. zu $35^{\text{mm}},743$ gefunden. Sodann wurde die übergeschobene Röhre, in der die Staubwellen entstanden, bis auf 20° C. erwärmt.

Es war nun die Länge einer Staubwelle
 $= 36,570$.

Eine neue Bestimmung bei 14° C. ergab wieder $35,797$ und eine letzte Bestimmung bei 30°
 $37^{\text{mm}},357$.

Wurde dagegen der tönende Glasstab angewärmt, so ergab sich keine Aenderung der Länge der Staubwelle; woraus folgen würde, daß sich in festen Körpern, wenigstens im Glas, die Schallgeschwindigkeit mit der Temperatur nur sehr wenig ändert.

Aus Allem bisher mitgetheilten geht wohl zur Genüge hervor, daß die angegebene Methode die Luftwellen durch Staub sichtbar zu machen sich im Besonderen für eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten eignet. Ich hoffe in nicht zu langer Zeit solche Bestimmungen geben zu können. Der Zweck dieser Mittheilung war hauptsächlich nur die Staubfiguren selbst zu beschreiben und einen Ueberblick über den Umfang und die Genauigkeit der Methode zu gewähren.

Ob und wie weit, abgesehen von der Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten, die beschriebene Sichtbarmachung der Luftwellen durch Staub, zur Untersuchung mancher anderer akustischer Fragen dienen kann, lasse ich, wenn gleich sich manche Gesichtspunkte schon jetzt darbieten, dahin gestellt. Bevor man nämlich die Staubwellen zur Untersuchung anderer Fragen als solcher, bei denen es lediglich auf die Länge derselben ankommt, anwenden wollte, würde es vor Allem nöthig seyn, manche Einzelheiten der Figuren selbst zu erklären, und eine solche Erklärung der verschiedenen Formen der Figuren scheint für den Augenblick noch manche Schwierigkeiten zu haben.

II. Ueber die Bewegung im widerstehenden Medium; vom Dr. O. Schieck in Bremen.

Seit der Anbahnung der analytischen Mechanik durch Galilei hat kein Problem die Mathematiker und Physiker mehr beschäftigt als die Ermittlung des Widerstandes von Medien gegen Körper, die in ihnen bewegt werden. Trotz der großen Mühe, welche man sich um dasselbe gegeben hat, harret es jedoch noch heute einer endlichen Lösung. Seit dem Beginn dieses Jahrhunderts, wo die letzten experimentellen Untersuchungen von wissenschaftlicher Bedeutung in England durch die *Society for the improvement of naval architecture* angestellt wurden, scheint man an der Möglichkeit der Lösung Zweifel gehegt zu haben. Meines Wissens wenigstens hat seit dieser Zeit Niemand eine Lösung versucht.

Das Resultat, zu welchem die große Anzahl von Untersuchungen geführt hat, beschränkt sich darauf, daß das Newton'sche Gesetz, wonach der Widerstand proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit ist, wohl für kleinere Geschwindigkeiten Gültigkeit habe, jedoch für größere Geschwindigkeiten als ungültig angesehen werden müsse. Bei dem Experimentiren mit größeren Geschwindigkeiten hat man übereinstimmend gefunden, daß der Widerstand des Mediums einer höheren Potenz als der zweiten der Geschwindigkeit proportional seyn müsse. Was die Abhängigkeit des Widerstandes von dem in der Flüssigkeit bewegten Körper anlangt, so sind die Resultate verschieden und stimmen nicht mit der Theorie überein. Der Grund, weshalb die langwierigen und sorgfältigen Bemühungen der gewiegtesten Physiker kein besseres Resultat erzielt haben, mag wohl darin zu suchen seyn, daß einmal die für die experimentelle Untersuchung benutzten Apparate zu complicirter Natur waren, insofern sie nämlich eine Elimination der Reibungswiderstände ihrer eigenen Theile bei

der Berechnung der Widerstände des Mediums erforderlichen, und daß ferner nach einer und derselben Methode immer nur ein einzelner experimentirte. Soll das Problem des Widerstandes der Flüssigkeiten gelöst werden, so ist die Untersuchung nicht in der zerfahrenen Weise, wie bisher, zu beginnen, sondern sie muß bezüglich eines und desselben Mediums nach einer und derselben Methode, die möglichst einfach gewählt werden muß, womöglich gleichzeitig an verschiedenen Orten geführt werden.

Dasjenige Medium, für welches das Newton'sche Gesetz in Betreff kleinerer Geschwindigkeiten unbezweifelt gilt, ist das Wasser. In Bezug auf die Luft scheint es keine Gültigkeit zu haben, wenigstens ist viel mehr Grund zu der Vermuthung vorhanden, daß der Widerstand der Luft bei kleineren Geschwindigkeiten proportional der Geschwindigkeit. Es ist daher auch von größerem Interesse und größerem Nutzen in der Untersuchung des Widerstandes des Wassers fortzufahren.

Die theoretische Betrachtung des Widerstandes des Wassers gegen in ihm bewegte Körper geht von der Hypothese aus, daß derselbe proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit sey, und sie zeigt uns, daß die Widerstände in ihrer Abhängigkeit von der Art der bewegten Körper sich folgendermassen gestalten:

Für einen Keil mit den schiefen Seitenflächen F ist

$$W = \frac{\gamma \varrho \cdot 2 F \sin^2 \alpha}{g} c^2,$$

wo γ eine empirisch zu bestimmende Constante, ϱ die Dichte des Mediums und α den Winkel darstellt, welchen F mit der Richtung der Bewegung bildet.

Für eine n seitige gerade Pyramide kommt:

$$W = \frac{\gamma \varrho n F \sin^2 \alpha}{g} c^2$$

für den geraden Kegel mit dem Radius r und der Seite l

$$W = \frac{\gamma \varrho r^2 \pi \sin^2 \alpha}{g} c^2 = \frac{\gamma \varrho r^2 \pi}{l g} c^2$$

für einen Parallelkegelstumpf mit der Seite l

$$W = \frac{\gamma \varrho (R+r)(R-r)^2}{lg} c^2$$

für eine Halbkugel und mithin auch eine Kugel:

$$W = \frac{2}{3} \cdot \frac{\gamma \varrho r^2 \pi}{g} c^2$$

und hieraus ist zu ersehen, daß der Widerstand gegen die Halbkugel $\frac{2}{3}$ des gegen den größten Kugelkreis getübten senkrechten Widerstands ist.

Für ein in der Richtung der Hauptaxe bewegtes Paraboloid kommt:

$$W = \frac{2\gamma \varrho \pi \cdot p \cdot c^2}{g} (\sqrt{2px + p^2} - p)$$

endlich für ein in der Richtung der großen Axe bewegtes Ellipsoid:

$$W = \frac{\gamma \varrho b^3 \pi c^2}{g c^2} \left[b - \frac{a^2}{c} \left(\arcsin \frac{c}{a} \right) \right].$$

Die Discussion der geradlinigen Bewegungsgesetze selbst stützt sich auf die Annahme, daß die den Körper treibende Kraft die Schwerkraft der Erde und daß die Bewegung die geradlinige sey. Wir erhalten die Grundgleichung:

$$p = Ag - ac^2,$$

worin A einen Quotienten darstellt, dessen Zähler das Uebergewicht des bewegten Körpers über die verdrängte Wassermasse und dessen Nenner sein absolutes Gewicht ist und worin a empirisch bestimmt werden muß. Letzteres wird aber möglich seyn, wenn wir uns die Möglichkeit vorstellen, daß der Widerstand gleich der treibenden Kraft wird, oder wenn $Ag = ac_1^2$ ist. Wir erhalten dann

$$a = \frac{Ag}{c_1^2}$$

und folglich

$$p = Ag - \frac{Ag}{c_1^2} c^2.$$

Da die Bewegungsgesetze bekannt sind, so brauchen wir uns hier nicht weiter darauf einzulassen, indem es nicht unser Zweck ist eine theoretische Betrachtung zu liefern,

sondern eine von den früheren Experimentationsmethoden wesentlich verschiedene zu veröffentlichen.

Die experimentelle Untersuchung des Widerstandes muß so geführt werden, daß die durch die äußerlichen Umstände eintretenden Irregularitäten möglichst geringe sind. Dies wird dadurch erzielt werden, daß man die Bewegung eines Körpers im Wasser geradlinig seyn läßt. Einmal hat diese Art der Bewegung den Vortheil, daß sie sich bequem controliren läßt, dann kann sie aber auch direct durch die Anziehungskraft der Erde, ohne daß wir weitere Hilfsmittel brauchen, hergestellt werden. Wir wählen daher für die Experimentation ein hohes Gefäß, füllen dasselbe mit Wasser und lassen Körper in demselben fallen. Aus der Art und den Eigenschaften der Körper, welche willkürlich bestimmt werden können, aus dem Fallraum und der für das Durchlaufen desselben gebrauchten Zeit, wollen wir dann einen Schluß auf das Gesetz des Widerstandes zu thun versuchen, in wiefern dasselbe von der Art der in der Flüssigkeit bewegten Körper abhängig ist.

Das Gefäß, welches von mir benutzt wurde, war ein über zwei Meter hohes cylinderartiges Gefäß von bedeutender Weite. In demselben waren diametral gegenüberstehend acht Fenster angebracht und zwar so, daß man durch die beiden untern das Aufschlagen des fallenden Körpers auf den Boden sehen konnte, während man durch die übrigen Fenster, die so angebracht waren, daß das nächst höhere von dem untern um 1 Meter, das folgende von diesem um 50 Centim. abstand, den in der Flüssigkeit fallenden Körper vorbeipassiren sehen und so bemerken konnte, ob bei dem Niedergange der Körper eine von der vertical geradlinigen Bewegung auffallend verschiedene Bewegung machte. Die Körper, welche in dem Medium fallen sollten, wurden vermittelst eines dünnen Silberdrahtes, der durch einen kleinen Haken von so geringer Schwere lief, daß dieselbe im Verhältniß zu der GröÙe und Schwere des Körpers gar nicht in Betracht kam, durch eine leicht zu öffnende Klammer an einem quer über den Rand des Gefäßes liegenden

Brütte befestigt. Auf diese Weise war es möglich dem Körper beständig im Wasser zu erhalten, so daß bei dem Falle an dem Körper befindliche Luftbläschen keine Unregelmäßigkeit in der Bewegung verursachen konnten. Der Körper ging dann vermöge seines Uebergewichts über die verdrängte Wassermasse aus der Ruhelage in eine immer schneller werdende Bewegung über. Indem ich die Körper nicht auf den Boden des Gefäßes, sondern auf ein kleines Blechsieb fallen liefs, das mit Seilen an einem über dem Gefäß beweglichen Ring befestigt war, war es möglich die gefallen Körper zur ferneren Benutzung herauf zu schaffen.

Die Körper, welche ich zur Experimentation verwendete, waren drei Kugeln von verschiedenen Durchmessern, ein Cylinder und ein Doppelkegel mit ungleichen Winkeln an den beiden Spitzen, so daß letzterer für zwei verschiedene Kegel dienen konnte. Die beiden größeren Kugeln waren aus Kupferblech getrieben und hatten als Durchmesser 59,95 und 39,95 Millimeter, die kleinste Kugel war aus Messing gearbeitet und hatte im Durchmesser 20 Millimeter. Der von mir benutzte Messingcylinder hatte 6 Centimeter im Durchmesser und 12 Centimeter Höhe, der Messingdoppelkegel hatte 40 Millimeter im Durchmesser, die dem stumpfen Theile angehörige Seite war 37 und die auf den spitzen Theil bezügliche Mantelseite war 59 Millimeter lang. Alle diese Körper waren hohl und schwammen im Wasser. Mit den schon erwähnten Häkchen, an denen die Körper aufgehängt wurden, waren Schraubchen verbunden, die in einer kleinen Oeffnung der Körper festsaßen. Sollten die Körper sinken, so mußte ihnen durch Einfüllen von Schrotkörnern und Bleistaub ein Uebergewicht über die von ihnen verdrängte Wassermasse gegeben werden. Da die Größe dieses Uebergewichts willkürlich in meiner Hand lag, konnte ich die den sinkenden Körper treibende Kraft nach Belieben groß oder klein machen. Auf diese Weise war es möglich mit einem und demselben Körper bei verschiedenen Geschwindigkeiten zu experimen-

tiren. Die dem Körper verschieden gegebenen Uebergewichte wurden sehr sorgfältig mit einer sehr feinen Waage bestimmt. Die dabei vorkommenden Fehler schwankten zwischen 0,25 und 0,5 Milligramm. Die Fallzeiten wurden durch eine Tertienuhr bestimmt, welche nach Belieben in Bewegung versetzt und wieder sistirt werden konnte.

Es stellte sich nun bald heraus, daß die Geschwindigkeit des einige Zeit im Wasser bewegten Körpers sehr bald constant wurde, d. h. sich bald einer Constanten näherte. Zwar ergeben die Gleichungen, welche bei der Discussion der verschiedenen Hypothesen für die Geschwindigkeit entwickelt werden, daß die Geschwindigkeit eines in einem Medium bewegten Körpers erst in unendlicher Zeit zu einer sich gleich bleibenden gestaltet; es ist jedoch von vornherein zu erwarten, daß ein ziemlich genauer Näherungswerth dieser Constanten sehr bald erreicht werden muß, besonders wenn dem bewegten Körper eine größere Geschwindigkeit ertheilt wird. Die darauf hin angestellten Resultate ergaben sogar für geringere Geschwindigkeiten ein verhältnißmäßig gutes Resultat. Es zeigte sich nämlich, wenn der Körper vor dem Falle genau 2 Meter über dem Boden des Gefäßes aufgehängt war, daß er in näherungsweise gleichen Zeiten die beiden Hälften des Fallraumes durchlief. Man durfte daraus schließen, daß dies um so mehr der Fall seyn würde, wenn man zwar den Körper den Weg von 2 Metern durchlaufen ließ, jedoch die Zeitbestimmung nur auf die unteren 1,5 Meter ausdehnte. Die Fallzeit für die unteren 1,5 Meter konnte ich mit hinlänglicher Sicherheit beobachten, da ich an der äußeren Wand des Gefäßes die verschiedenen Abstände von dem Boden bezeichnet hatte und da die Marken durch die Fensterchen gingen. Brachte ich nun das Auge in die Horizontalebene dieser Linie, so konnte ich von dem Augenblicke, als der Körper dieselbe berührte, die Zeitbestimmung beginnen.

Eine Reihe von Beobachtungen, die so angestellt wurden, daß die Zeitpunkte fixirt wurden, an denen der Kör-

per die Marken passirte, ergab nun, daß die Bewegung gleichförmig angenommen werden durfte und daß die dabei in Rücksicht kommenden Fehler in dem Bereich der Beobachtungsfehler liegen. So durchlief z. B. die große Kugel bei einem Uebergewichte von 6418 Milligrm. die oberen 50 Centim. in 19, die untern 100 Centim. in 56 Secunden, was schon bei diesem sehr geringen Uebergewicht eine nahezu gleichförmige Bewegung ergibt. Körper von größerem Uebergewicht und kleinerem Volumen zeigten dieses Verhältniß in noch viel deutlicherer Weise.

Da es nun unsere Aufgabe ist, über das Gesetz des Widerstandes einiges Licht zu verbreiten, und da dies dadurch nur möglich ist, wenn wir den Widerstand einer gewissen Hypothese unterbreiten, hiernach die Constante berechnen und zusehen, ob diese Constanten unter einander gleich und inwiefern sie zu einander in einem gewissen Verhältnisse stehen, so müssen wir unter der Annahme einer gleichförmigen Geschwindigkeit die Constante der Beschleunigung des Widerstandes nach der Formel

$$a = \frac{Ag}{c_1^2}$$

berechnen, wenn wir den Widerstand proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit setzen. Wäre die Bewegung nicht experimentell als eine gleichförmige erwiesen, so müßte, um die Constante zu berechnen, erst die Gränzgeschwindigkeit nach der Formel:

$$s = c_1 t - \frac{c_1^2}{Ag} l_2 + \frac{c_1^2}{Ag} l \left(1 + e^{-\frac{2Ag t}{c_1}} \right)$$

aufgesucht werden, was eine sehr complicirte und langwierige Rechnung ergeben würde. Aus den nachfolgenden Tabellen, in denen die Fallzeiten durch 5 oder 6 Beobachtungen bestimmt sind, wollen wir ersehen, bis zu welcher Gränze die von uns angenommene Hypothese als richtig angenommen werden kann.

Kugel I. (Aus Kupfer getrieben.)Durchmesser = 59,95 Millm. Fallraum s = 150 Centm.

Uebergewicht Grm.	Absolutes Gew. in Grm.	Tempe- ratur in ° C.	Zeit	Const. Geschw. c_1 Centim.	Const. Coëf- ficient A	Constante der Beschl. d. Widerst.
0,064.8	112,39	3,60	55,125	2,748	0,00057656	0,0748997
0,088.0	112,41	20,00	46,300	3,230	0,00079272	0,0745390
0,310.5	112,61	18,50	25,500	5,884	0,00275730	0,0781282
0,499.2	112,82	3,60	19,500	7,692	0,00142500	0,0733675
0,659.0	112,98	6,75	16,875	8,888	0,00583300	0,0724375
1,057.0	113,38	6,75	13,063	11,481	0,00932730	0,0694330
2,022.2	114,34	6,75	10,150	14,778	0,01768550	0,0794430
4,119.7	116,44	6,00	7,966	18,830	0,03537900	0,0777524
6,808.0	119,13	16,00	6,250	24,000	0,05714440	0,0973240
9,487.0	121,80	15,5	5,333	28,127	0,07789000	0,0965837

Kugel II. (Aus Kupfer getrieben.)Durchmesser = 39,95 Millim. Fallraum s = 150 Centim.

0,063.2	32,34	20,00	20,600	5,068	0,0025727	0,0984886
0,104.0	32,36	14,00	25,700	5,837	0,0032139	0,0925384
0,145.0	32,40	19,00	21,500	6,980	0,0044753	0,0901115
0,195.0	32,45	3,60	19,000	7,900	0,0060092	0,0955502
0,279.0	32,53	18,75	16,000	9,375	0,0085756	0,0957394
0,346.0	32,60	19,00	14,375	10,435	0,0106135	0,0956187
0,504.0	32,75	6,75	12,000	12,500	0,0153990	0,0966188
0,624.0	32,87	6,75	10,150	14,780	0,0189930	0,0832930
(0,980.0)	33,23	8,90	7,800	19,230	0,0284914	(0,0782360)
1,978.0	34,23	incert.	6,500	23,080	0,0577860	0,1064192
3,973.4	36,225	"	4,600	32,610	0,1096870	0,1011863
4,924.4	37,160	17,0	4,330	34,640	0,1325190	0,1063406
5,240.0	37,480	15,5	4,275	35,088	0,1398090	0,1114004

Kugel III. (Aus Messing gearbeitet.)

Durchmesser = 20 Millim. Fallraum = 150 Centm.

0,511.0	4,470	14,5	5,940	25,250	0,1120805	0,1724552
0,591.5	4,550	14,6	5,740	26,136	0,1300000	0,1866957

Cylinder aus Messing gearbeitet.

Durchmesser = 60 Millm. Höhe = 120 Millm. Fallraum = 150 Centm.

1,428.0	340,230	15,5	14,383	10,429	0,0041972	0,0378570
2,453.0	341,250	14,5	11,442	13,110	0,0071297	0,0407880
2,540.0	341,340	16,5	11,320	13,250	0,0074410	0,0415780
4,522.0	343,340	14,5	8,450	17,750	0,0131706	0,0410090
6,938.0	345,760	13,75	6,710	22,056	0,0200340	0,0404000

Doppelkegel aus Messing gearbeitet.**Kegellänge = 85 Millm. Durchmesser = 40 Millm.****Wird der spitze Theil vorausbewegt, so ist die Mantelseite = 37 Millm.,
folglich der Einfallswinkel = 19° 49'.**

Ueber- gewicht Grm.	Absolutes Gew. in Grm.	Tempe- ratur in ° C.	Zeit	Const. Geschw. c_1	Const. Coëf- ficient A	Constante der Beschl. d. Widerst.
0,528.0	36,710	15,75	13,540	11,080	0,0143830	0,1149315
0,788.0	36,960	20,00	10,970	13,670	0,0213200	0,1119229

**Wird der stumpfe Theil vorausbewegt, so ist die Mantelseite = 59 Millm.,
folglich der Einfallswinkel = 32° 43'.**

0,535.0	36,710	17,50	13,570	11,054	0,0145740	0,1170062
0,788.0	36,960	20,00	11,120	13,490	0,0213204	0,1149400

Die Zahlenwerthe, welche wir für die Constante der Beschleunigung des Widerstandes in den vorliegenden Tabellen berechnet haben, sind keineswegs regelmäfsig, wie man verlangen müßte, wenn die Newton'sche Hypothese unbedingte Gültigkeit hätte. Jedoch ist aus den für die beiden gröfseren Kugeln aufgestellten Tabellen ersichtlich, dafs für kleinere Geschwindigkeiten einigermaafsen Regelmäfsigkeit vorhanden ist. Eine auffallende Unregelmäfsigkeit tritt erst bei gröfseren Geschwindigkeiten ein. Nehmen wir nun an, dafs bei den für kleinere Geschwindigkeiten geltenden Constanten die Schwankungen in dem Bereiche der Beobachtungsfehler liegen, und in sonstigen zu ermittelnden Zufälligkeiten beruhen, so dürfen wir vorläufig die Vermuthung aussprechen:

Der Widerstand erfolgt wohl bei kleineren Geschwindigkeiten proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit, wird jedoch bei gröfseren Geschwindigkeiten gröfser.

Es entsteht nun zunächst die Frage: Woher lassen sich die bei kleineren Geschwindigkeiten stattfindenden Schwankungen erklären? Der Widerstand, welchen die Flüssigkeit gegen den in ihr bewegten Körper ausübt, kann in zwei Kräfte zerlegt werden, in den Druck, welchen die Masse der Flüssigkeit gegen den Körper ausübt, welcher

also in der einzelnen Flüssigkeitsschicht lediglich von der Gröfse der Pressung, mit der die darüberstehende Flüssigkeitssäule auf sie drückt, abhängig ist, und in eine Kraft, welche aus den innern Bewegungen und Reibungen gebildet wird, die durch Ausweichen der Flüssigkeit an der Oberfläche des Körpers und durch die Trennung derjenigen Theile der Flüssigkeit, zwischen welche sich der feste Körper hineindrängt, entstehen. Der letztere Theil des Widerstandes hängt also blofs von der Cohäsion der flüssigen Elemente unter sich ab. Da nun die Cohäsion mit der gröfseren oder geringeren Dichte in genauem Zusammenhange steht, so mufs, wenn eine Aenderung der Temperatur eine Aenderung der Dichte hervorbringt, nothwendiger Weise eine Aenderung der Cohäsion und hiermit eine Aenderung des Widerstandes die Folge seyn.

Fassen wir zuerst den Theil des Widerstandes in's Auge, der in dem Gegendruck beruht, den das Medium gegen den bewegten Körper ausübt. Der Gegendruck, den ein Körper in einer gewissen Flüssigkeitsschicht erleidet, hängt einmal von der Gröfse der Pressung, der diese Flüssigkeitsschicht ausgesetzt ist, dann auch von der Dichte des Mediums ab. Die Pressung der einzelnen Flüssigkeitsschichten ist unter allen Umständen als constant anzusehen, da dafür gesorgt wurde, dafs die Wassermenge in dem Gefäfse annähernd immer dieselbe war. Ebenso wenig wird die Aenderung der Dichte des Mediums mit der Temperatur eine so erhebliche Aenderung hervorzubringen im Stande seyn, dafs ein merklicher Fehler in den Constanten der Beschleunigung das Resultat hiervon wäre; vielmehr sind die daraus entspringenden Fehler so gering, dafs sie bei den Temperaturdifferenzen, zwischen welchen wir experimentirt haben, vernachlässigt werden können.

Was den zweiten Theil des Widerstandes anlangt, so besteht derselbe aus den inneren Reibungen, die durch die Trennung der Theile, zwischen welche sich der feste Körper hineindrängt und durch die Reibung an der Oberfläche des Körpers hervorgerufen werden. Nun weifs man, dafs

der Satz: »Die Reibung ist unter übrigen gleichen Verhältnissen dem Drucke der sich reibenden Flächen gegen einander proportional«, als nahezu richtig angenommen werden kann. Es muß folglich, da hier der Druck, den die Flüssigkeit gegen den Körper und *vice versa* ausübt, proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit seyn soll, auch der Theil des Widerstandes, welcher aus der Reibung entspringt proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit seyn, d. h. seine constante Beschleunigung muß sich durch $b_1 c^2$ ausdrücken lassen. Weil nun der aus der Trägheit der Flüssigkeit entspringende Gegendruck $= a_1 c^2$ ist, so kommt als Beschleunigung des Widerstandes $a c^2 = (a_1 + b_1) c^2$ und folglich $a = a_1 + b_1 = \frac{Ag}{c_1^2}$, d. h. gleich den Constanten des Widerstandes, wie wir sie für die einzelnen Fälle in den Tabellen angegeben haben. Jede der Constanten besteht also aus einem Theile a_1 , den wir als constant annehmen dürfen, und aus einem Theile, der von der Reibung, mithin von der innern Cohäsion oder von der Temperatur der Flüssigkeit abhängig ist, da ja die Cohäsion des Wassers nach Buijs-Ballot in den niederen Temperaturen proportional den Temperaturgraden sich vermehrt und vermindert. Um zu sehen, ob die Veränderlichkeit dieses zweiten Theiles eine gesetzmäßige sey, müssen wir die Differenzen der Constanten des Widerstandes bilden und die etwaige Regelmäßigkeit der Veränderung wird sich, wenn wir zugleich die Vermehrung oder Verminderung der Wärme des Mediums mit den bezüglichen Zahlen vergleichen, aus folgender Tabelle ergeben:

Kugel I.		Kugel II.	
Temp.	Diff. der Const.	Temp.	Diff. der Const.
3°,60		20°,00	
	— 0,0003607		— 0,0059502
20,00			
	+ 0,0035892	14,00	— 0,0024269
18,50		19,00	
	— 0,0047607		+ 0,0054385
3,60		3,60	
	— 0,0009318		+ 0,0001892

Kugel I.		Kugel II.	
Temp.	Diff. der Const.	Temp.	Diff. der Const.
6°,75	— 0,0030027	18°,75	— 0,0001207
6,75	+ 0,0100100	19,00	+ 0,0009996
6,75	— 0,0016906	6,75	— 0,0058076
6,00	+ 0,0195716	8,00	— 0,0125756
16,00	— 0,0007403	incert.	+ 0,0281832
15,50		incert.	— 0,0052320
		6,00	+ 0,0071543
		17,00	+ 0,0023520
		15,50	

In dieser Tabelle findet jedoch eine so auffallende Unregelmäßigkeit statt, daß man durchaus nicht auf ein Gesetz der Veränderung des zweiten Theiles unserer Constanten mit der Wärme schließen kann. Wir sind daher genöthigt diesen Punkt unberücksichtigt zu lassen. Die für die Constante des Widerstandes nach der Annahme, daß der Widerstand proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit erfolge, berechneten Zahlen bewegen sich für kleinere Geschwindigkeiten bis zu 20^m in denselben Gränzen, und offenbar sind die dabei in Betracht kommenden Unregelmäßigkeiten entweder auf Beobachtungsfehler zurückzuführen oder auf den Umstand, daß die Körper nicht in einer geraden, sondern in einer etwas gekrümmten Linie fielen. Ich habe zwar alle die Beobachtungen, bei denen der Körper eine auffallende Curvenbewegung machte, als nichtgeltend betrachtet; jedoch war es immerhin möglich, daß eine krumme Bahn beschrieben wurde, die nicht beobachtet werden konnte. Wir dürfen daher wohl annehmen, daß der Widerstand für kleinere Geschwindigkeiten proportional dem Quadrate der Geschwin-

digkeit ist. Für gröfsere Geschwindigkeiten finden wir bei den beiden gröfsen Kugeln eine auffallende Vergröfserung der Constanten der Beschleunigung des Widerstandes, so dafs sich die schon anderweitig gemachte Erfahrung bestätigt, dafs sich mit Vergröfserung der Geschwindigkeit eines in einem Medium bewegten Körpers auch der Widerstand des Mediums vergröfsert.

Sehen wir nunmehr zu, welches der wahrscheinlichste Werth der Constanten der Beschleunigung des Widerstandes für kleinere Geschwindigkeiten ist. Mit Hülfe der *Theorie der kleinsten Quadrate* gelangen wir zu folgenden Resultaten:

Die Constante der Kugel I schwankt

zwischen 0,075064 u. 0,074886

Die Constante der Kugel II schwankt

zwischen 0,094684 u. 0,094186

Die Constante des Cylinders schwankt

zwischen 0,040390 u. 0,040266.

Indem wir aus den betreffenden Zahlenwerthen das arithmetische Mittel nehmen, erhalten wir

Die Constante des Kegels (spitzer Theil voran) 0,113854

Die Constante des Kegels (stumpfer Theil voran) 0,115973.

Diese Zahlenausdrücke benutzen wir zunächst dazu, die Constante der Kraft des Widerstandes zu berechnen. Man sieht leicht ein, dafs der Widerstand gegen einen im Wasser bewegten Körper irgend welchen Stoffs von einem an Gestalt und Gröfse gleichen Wasserkörper ausgeübt wird, oder mit andern Worten: der in dem Wasser bewegte Körper hat in jedem Augenblick den Widerstand einer Wassermenge von seinem eigenen Volumen zu überwinden und zu verdrängen. Daher werden wir, um die Constante der Kraft des Widerstandes für die einzelnen Körper zu erhalten, die für die Constante der Beschleunigung gefundenen Zahlenausdrücke mit der Masse eines Wasserkörpers von gleichem Volumen zu multipliciren haben, dessen Dichte sich aus der mittleren Temperatur, bei der die Versuche

gemacht worden sind, bestimmen muß. Die in diesem Sinne angestellten Berechnungen ergaben folgende Resultate, die analog den Constanten der Beschleunigung zwischen zwei Gränzen schwanken:

Kugel I. (mittlere Temperatur 9°).

$$W = 8,2715 c^2$$

$$W_1 = 7,25874 c^2$$

Kugel II, ($t = 13,6^{\circ}$).

$$W = 3,0549 c^2$$

$$W_1 = 3,03883 c^2$$

Cylinder ($t = 15^{\circ}$).

$$W = 13,69414 c^2$$

$$W_1 = 13,6521 c^2$$

Hieraus ergibt sich, daß der Widerstand der großen Kugel sich nicht dem theoretischen Verhältnisse $r^2:r_1^2=1:2,27$ unterordnet, sondern dem Verhältnisse $1:2,7$ folgt. Ferner ist das Verhältniß des Widerstandes der großen Kugel zu dem des Cylinders wie $1:1,65$ und nicht, wie die Theorie verlangt, für gleiche Halbmesser wie $2:3$ oder mit Rücksicht auf unsern Fall wie $1:1,53$.

Wir sind aber durchaus nicht genöthigt, den von uns berechneten Näherungswerth in Wirklichkeit als Näherungswerth anzusehen. Eine etwas unregelmäßige Beobachtung ist im Stande das arithmetische Mittel und somit den Näherungswerth in einer Weise zu ändern, daß dieser im Verhältniß zu den übrigen Resultaten uns ein unrichtiges Resultat ergibt. Wir werden daher am besten thun, die Widerstände für die einzelnen Constanten selbst zu berechnen und in Verhältniß zu setzen. Die Verhältnisse sind folgende.

Widerstand der Kugel I : Kugel II (Theor. Verh. $2,27:1$)

$2,606:1$; $2,75:1$; $2,96:1$; $2,624:1$; $2,59:1$

$2,49:1$; $2,81:1$; etc.

Diese bedeutende Abweichung von dem theoretisch bestimmten Verhältniß kann nicht etwa die Folge von Unregelmäßigkeiten und Unebenheiten der Körper seyn, denn

wenn ich mir die Unregelmäßigkeit beider Kugeln so groß denke, daß der Halbmesser der mittleren Kugel 19,5, der der großen etwa 19,75^{mm} anzunehmen wäre, so müßte das Verhältniß des Widerstandes gegen beide Kugeln doch 1:2,33 seyn, was von dem empirisch gefundenen noch immer bedeutend abweicht. Es muß uns mithin aus diesen Verhältnissen das Gesetz entgegentreten, *daß der Widerstand gegen Kugeln nicht proportional dem Quadrat der Halbmesser ist*, oder da die Quadrate der Halbmesser proportional den Oberflächen der Kugeln sind, *daß der Widerstand nicht im Verhältniß der Widerstandsflächen wächst, sondern daß er mit Vergrößerung der Widerstandsflächen ein das theoretische Verhältniß übersteigendes annimmt.*

Deutlicher wird sich dieses noch zeigen, wenn wir die mittlere Constante aus den mit der Kugel III gemachten beiden Versuchen dazu benutzen, den Widerstand zu berechnen. Die mittlere Constante ist = 0,179575, und angenommen, daß der Widerstand proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit erfolge,

$$W = 0,7517 c^2.$$

Das Verhältniß des Widerstandes dieser kleinen Kugel zu dem der mittleren Kugel schwankt zwischen

$$0,7517 : 3,0549 \quad 1 : 4,064$$

und d. h. zwischen

$$0,7517 : 3,03883 \quad 1 : 4,043$$

während die Theorie das Verhältniß 1:3,9 verlangt.

Ebenso schwankte das Verhältniß zu dem Widerstand der größeren Kugel zwischen

$$0,7517 : 8,2785 \quad 1 : 11,013$$

und oder zwischen

$$0,7517 : 8,25874 \quad 1 : 10,99$$

während das theoretische Verhältniß 1:8,851 ist.

Die folgende kleine Tabelle wird eine klare Uebersicht verstatten.

	Rad. in Centra.	Beob. Widerst.	Theor. Verh.	Beob. Verh.	Verh. des Verh.
Kugel III	1,000	0,7517	1	1	1 : 1
Kugel II	1,975	3,04686	3,9	4,0535	1 : 1,039
Kugel I	2,975	8,26862	8,851	11,0015	1 : 1,243

Hierdurch wird die von Borda ausgesprochene Behauptung, daß der zweite von Newton aufgestellte Hauptsatz, wonach der Widerstand der Größe der Fläche direct proportional ist, keineswegs gültig sey, als eine richtige erwiesen. Die von ihm aufgestellte Tabelle der Wachstumsverhältnisse weicht sehr von dieser ab, und dies aus dem Grunde, weil wir mit Kugeln experimentirten, während Borda ebene Flächen anwandte, und weil ferner wir die Körper in dem Medium fallen ließen, während Borda die Bewegung durch einen Rotationsapparat bewirkte, bei dem die Friction jedenfalls größere Ungenauigkeiten gab, als sie unsere Beobachtungsmethode zuläßt. Es muß hierbei noch bemerkt werden, daß wahrscheinlich der Constantenwerth der kleinen Kugel bei geringeren Geschwindigkeiten ein kleinerer seyn wird.

Ein günstigeres Resultat ergibt sich aus der Vergleichung der gegen die große Kugel und den Cylinder ausgetübten Widerstände. Hätte die große Kugel mit dem Cylinder gleichen Durchmesser, so müßte nach der Theorie das Verhältniß der Widerstände 2:3 oder 1:1,5 seyn. Da jedoch der Durchmesser der Kugel 5,95^{cm} ist, während der des Cylinders 6^{cm} Länge hat, so muß sich das Verhältniß 1:1,53 ergeben. Aus den Beobachtungen erfahren wir aber, daß das Verhältniß des mittleren Widerstandes gegen die große Kugel zu dem gegen den Cylinder 1:1,65 ist, daß der größte Kugelwiderstand zum kleinsten Cylinderwiderstand das Verhältniß 1:1,47 hat, daß der mittlere Kugelwiderstand zum kleinsten des Cylinders das Verhältniß 1:1,54 bildet. Das größtmögliche Verhältniß ist 1:1,7, andere bewegen sich zwischen 1:1,6 und 1:1,7. Aus diesen Verhältnissen dürfen wir wohl nicht mit Unrecht auf den Satz schließen:

Die Widerstände, die gegen eine Kugel und einen geraden Cylinder von gleichem Halbmesser ausgeübt werden, stehen in dem Verhältnisse 2:3.

Dieses Resultat stimmt mit dem, welches die Theorie erfordert, überein und beweist, daß die von Nordmark und Anderen gemachte Beobachtung, wonach der Wider-

stand gegen eine Kugel nur die Hälfte des gegen die größte Kreisfläche ausgeübten Widerstandes sey, als nicht gültig anzusehen ist.

Was schliesslich den Doppelkegel und den gegen denselben ausgeübten Widerstand anlangt, so war letzterer

$$(\text{stumpfer Theil voran}) \quad W = 4,11216 c^3$$

$$(\text{spitzer Theil voran}) \quad W = 4,0179 c^3.$$

Zuerst ersieht man in Bezug auf das Verhältniß der beiden Widerstände, daß dasselbe nicht dem theoretisch verlangten Verhältnisse

$$l \sin^2 \alpha : l_1 \sin^2 \alpha_1$$

folgt. Diesem zu Folge müßte das Verhältniß der beiden Widerstände, wenn $\alpha = 19^\circ 49'$ und $\alpha_1 = 32^\circ 43'$ angenommen wird, und mithin $\sin \alpha = 0,33901$ und $\sin \alpha_1 = 0,55048$ ist, sich herausstellen als:

$$6,783 : 10,799,$$

was mit 4,0179 : 4,1216 auch nicht die mindeste Aehnlichkeit hat. Wir müssen daher wegen einer zu geringen Anzahl von Versuchen dieß unberücksichtigt lassen, können jedoch constatiren, daß der Widerstand gegen einen Kegel größer seyn muß als der gegen eine Kugel von demselben Durchmesser, und können als annäherndes Verhältniß der Widerstände angeben:

$$\begin{aligned} \text{Kugelw. : Kegelw.} &= 3,04686 : 4,1216 & \alpha_1 &= 32^\circ 43' \\ &= 1 : 1,35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kugelw. : Kegelw.} &= 3,04686 : 4,0179 & \alpha &= 19^\circ 49' \\ &= 1 : 1,32 \end{aligned}$$

Es ist zum Schlusse noch der Umstand in Erwägung zu ziehen, daß die Constanten des Widerstandes bei größeren Geschwindigkeiten größer aus den Beobachtungen berechnet worden sind. Wir haben dieß schon oben der Vergrößerung des Widerstandes mit der Zunahme der Geschwindigkeit zugeschrieben und fragen zunächst:

In welcher Weise ändert sich der Widerstand? oder mit andern Worten: Welcher Potenz der Geschwindigkeit ist der Widerstand bei Geschwindigkeiten über 20^{cm} proportional?

Um diese Potenz zu finden, nehmen wir die mittlere der für kleinere Geschwindigkeiten herausgerechneten Constanten und setzen sie zu den für die größeren Geschwindigkeiten gefundenen in Proportion. Die größeren Constanten der Kugel I sind 0,097324 und 0,096584 der die mittlere Constante für die kleineren Geschwindigkeiten = 0,075 gesetzt werden darf, so haben wir die Proportionen:

$$0,075 : 0,097324 = c^2 : c' = 24^2 : 24'$$

$$0,075 : 0,096584 = 28,127^2 : 28,127'$$

Aus der ersten Proportion erhalten wir $x = 2,062$

» » zweiten » » » $x = 2,076$

In Betreff der zweiten Kugel haben wir die mittlere Constante = 0,094435 für kleinere Geschwindigkeiten und haben mit Berücksichtigung der größeren Constanten folgende Proportionen zu lösen:

$$0,094435 : 0,1064192 = 23,08^2 : 23,08'$$

$$0,094435 : 0,108341 = 34,64^2 : 34,64'$$

$$0,094435 : 0,110693 = 35,2^2 : 35,2'$$

Die hieraus für x resultirenden Werthe sind der Reihe nach:

$$x = 2,038; \quad x = 2,039; \quad x = 2,045.$$

Es geht daraus hervor, daß der Widerstand des Wassers für Geschwindigkeiten über 20^{cm} bei der großen, wie bei der kleineren Kugel nicht mehr proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit bleibt, sondern höheren Potenzen folgt, und zwar ist der Widerstand der Kugel I im Mittel der 2,078^{ten} Potenz, der der Kugel II der 2,041^{ten} Potenz proportional. Die Constante des Widerstandes bleibt nach dieser Auffassung immer dieselbe, der Widerstand selbst stellt sich als einer höheren Potenz der Geschwindigkeit proportional heraus. In wiefern freilich diese Zunahme des Exponenten von der Größe des bewegten Körpers abhängig ist, können wir aus diesen Paar Experimenten nicht beurtheilen.

Wir werden aber bedeu- tet, daß die Zunahme der Exponenten um so kleiner werden muß, je kleiner der bewegte Körper ist, und werden hier darauf geführt, daß

die Veränderung des Exponenten der Geschwindigkeit bei der kleinsten Kugel eine so geringe seyn muß, daß wir das oben angeführte Verhältniß der Constanten als nahezu richtig setzen dürfen.

In Betreff des Widerstandes in der Luft hat Hutton ein ähnliches Resultat erhalten, nämlich für denselben Körper bei Geschwindigkeiten zwischen 1 und 100 Fufs

$$W = v \left(\frac{c}{c_1} \right) 2,04$$

und dies lehrt uns, daß, wenn überhaupt der Widerstand in der Luft, was noch sehr fraglich ist, proportional der zweiten Potenz der Geschwindigkeit stattfindet, diese Potenz mit Vergrößerung der Geschwindigkeit in viel geringerem Grade bei der Bewegung in der Luft, als unter denselben Umständen bei der Bewegung im Wasser wechseln muß.

Weiteres kann aus den von mir gemachten Experimenten nicht abgeleitet werden. Eine Untersuchung über die Zerlegung der Constanten der Kraft des Widerstandes würde nutzlos seyn, da wir mit zu wenigen Körpern experimentirt haben, um das Gesetz der Veränderung derselben mit Vergrößerung der Oberfläche anzugeben. Wir müssen uns daher mit folgenden Resultaten begnügen:

- 1) *Der Widerstand erfolgt bei Geschwindigkeiten bis zu 20^m proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit.*
- 2) *Bei größeren Geschwindigkeiten ist er einer höheren Potenz der Geschwindigkeit proportional, welche sich mit Vergrößerung der Widerstandsflächen vergrößert.*
- 3) *Der Widerstand gegen Kugeln ist annähernd dem Quadrate der Kugelhalbmesser proportional, vermehrt sich jedoch bei größeren Kugeln in immer größer werdendem Verhältniß.*
- 4) *Die Widerstände gegen Kugel und Cylindern von gleichem Durchmesser verhalten sich wie 2:3.*
- 5) *Ein Kegel erleidet größeren Widerstand als eine Kugel von gleichem Durchmesser.*

III. Ueber den bei der Schwefelsäure-Erzeugung stattfindenden Vorgang; von Rudolph Weber.

Clement und Desormes ¹⁾ haben im Jahre 1806 zuerst den Proceß der Schwefelsäurebildung in den Bleikammern erörtert, namentlich das Verhalten von schwefliger Säure zu dem Gemisch von Stickoxyd und atmosphärischer Luft studirt. Nach dem damals üblichen Fabrikationsverfahren wurde ein Gemenge von Schwefel, Salpeter und feuchtem Thone in dem Verbrennungssofen erhitzt und das gasförmige Product der Bleikammer zugeführt. Es überträgt sich dann, wie die genannten Chemiker darlegten, an die schweflige Säure erheblich mehr Sauerstoff, als der Salpeter enthält. Dieselben gaben eine Erklärung dieses Factums und zeigten, daß aus dem durch atmosphärischen Sauerstoff oxydirten Salpetergase und aus schwefliger Säure unter Rückbildung von Salpetergas Schwefelsäure entsteht. Nach ihrer Ansicht ist der Vorgang folgender: »Das Salpetergas entreißt der atmosphärischen Luft den Sauerstoff um ihn dem schwefligsauren Gase in einem demselben zutragenden Zustande darzureichen. Das Wasser hält die Verbrennungstemperatur entsprechend niedrig und verdichtet die erzeugte Schwefelsäure«. Bei der Wechselwirkung der Stoffe entstehen, sobald das Salpetergas sich röthet, weisse sternförmige Krystalle, welche mit Wasser in Berührung gebracht, unter starker Erhitzung Salpetergas entbinden.

H. Davy ²⁾ zeigte 1812, daß die Bildung von Schwefelsäure nur bei Gegenwart von Wasser erfolgt, daß die Gase in völlig trockenem Zustande nicht auf einander reagiren. Nach seinen Versuchen veranlaßt eine geringe Menge von Wasser, welche man zu dem Gemisch von schwefliger Säure und dampfförmiger salpetriger Säure bringt, die Bil-

1) *Ann. Chim.* T. 59, p. 329. = *Gilbert's Ann.* Bd. 58, S. 67.

2) *Berzelius, Lehrbuch* Bd. I, S. 471.

dung. der erwähnten Krystalle. Er ¹⁾ betrachtet jenen Körper als ein für die Schwefelsäurebildung nothwendiges Zwischenproduct. Dieser Ansicht sind viele Chemiker, auch Gmelin ²⁾, beigetreten.

Nach Berzelius ³⁾ bildet sich in der Bleikammer wasserhaltige salpetrige Säure. Dieselbe überträgt Sauerstoff an schweflige Säure, und giebt Wasser an die erzeugte Schwefelsäure ab.

Peligot ⁴⁾ deutet den Proceß der Schwefelsäurebildung wesentlich anders. Nach seiner Ansicht findet die Oxydation der schwefligen Säure in der Bleikammer lediglich durch Salpetersäure statt, und es hat das hinzugefügte Wasser seiner Meinung nach wesentlich den Zweck, die aus Stickoxydgas und atmosphärischem Sauerstoff gebildete Untersalpetersäure, desgleichen die salpetrige Säure, in Stickoxyd und Salpetersäurehydrat zu zersetzen, und auf diesem Wege das hier wirksame, oxydirende, Agens, die Salpetersäure, zu schaffen. Wässrige salpetrige Säure existirt nach seinen Angaben nicht. Die früheren Erklärungen des Schwefelprocesses sind deshalb seiner Meinung nach nicht richtig. Peligot behauptet ferner, daß aus dem Gemenge von Stickoxyd und atmosphärischer Luft Untersalpetersäure (NO_4), nicht salpetrige Säure (NO_3), sich bilde. Erstere Säure wirkt auf *trockne schweflige Säure*, wie Provostaye gezeigt hat ⁵⁾, erst unter erhöhtem Drucke ein.

Die Versuche, auf welche Peligot seine Theorie stützt, bestehen im Wesentlichen darin, daß er nachweist, es wird sowohl concentrirte, als auch verdünnte Salpetersäure durch schweflige Säure zersetzt. Die concentrirte Säure oxydirt die schweflige Säure schon bei gewöhnlicher Temperatur, es bildet sich dabei Untersalpetersäure. Auf verdünnte

1) Berzelius, Jahresbericht Bd. 25, S. 61.

2) Dessen Handbuch Bd. I, S. 860 (4. Aufl. 1843).

3) Dessen Lehrbuch Bd. I, S. 470.

4) *Ann. Chim. et Phys.* 3^{re} ser., T. 12, p. 263.

5) *Ann. Chim. et Phys.* T. 73, p. 326.

Salpetersäure wirkt schweflige Säure erst in der Wärme; als Nebenproduct entsteht Stickoxyd.

Die Angaben, welche Peligot über das Verhalten der schwefligen Säure zu Salpetersäuren von verschiedener Concentration gemacht hat, unterliegen in soweit keinem Zweifel, als concentrirte Salpetersäure leicht, verdünntere dagegen schwieriger, und erst in der Wärme durch dieselbe zersetzt wird. Aus seinen Versuchen geht aber nicht hervor, daß eine Salpetersäure von dem Grade der Verdünnung, wie sie nach seiner Erklärung des Processes in den Bleikammern vorhanden seyn muß, bei der Temperatur dieser Räume durch die schweflige Säure auch thatsächlich zersetzt wird. Nach seiner Wahrnehmung wird eine Salpetersäure von 2 Proc. Gehalt durch schweflige Säure in der Kälte gar nicht verändert; erst bei 80° ist eine Einwirkung auf dieselbe wahrnehmbar. Da nun factisch die Temperatur des größten Theiles der Bleikammer weit unter 80° liegt, und die Salpetersäure in der Kammer, wenn sie durch Zersetzung der Untersalpetersäure gebildet wird, eine sehr geringe Concentration besitzt, so entsteht die Frage: wird derartige verdünnte Salpetersäure in der Kammer auch wirklich durch schweflige Säure ohne Weiteres angegriffen, und erfolgt, wenn eine Einwirkung stattfindet, dieselbe so leicht und vollständig, daß man die Oxydation der schwefligen Säure in der Bleikammer durch die bei der Zersetzung der Untersalpetersäure gebildeten Salpetersäure erklären, und demgemäß dann den Hergang in der Bleikammer aus dieser Reaction ungezwungen deuten kann?

Bei dem Betriebe der Schwefelsäurekammern werden bekanntlich auf 100 Theile Schwefel etwa 6, höchstens 8 Theile Salpeter (Natronsalpeter), oder eine entsprechende Menge Salpetersäurehydrat verwendet. Die Menge des Wassers beträgt etwa 220 Theile. Berechnet man nach diesen Mischungsverhältnissen der Materialien die Concentration der Salpetersäure, welche in der großen Kammer durch Zersetzung der Untersalpetersäure mit Wasser sich bildet, und

nach Peligot die Oxydation der schwefligen Säure ausschliesslich vollführen soll, so ergibt sich, daß diese Säure nur 2 bis 2,3 Proc. wasserfreie Salpetersäure enthält. Hierbei ist noch davon abgesehen, daß bei der Zersetzung der Untersalpetersäure durch Wasser Stickoxydgas gleichzeitig gebildet wird, denn nach Peligot sind:



Zur Prüfung solcher sehr verdünnten Salpetersäure zu schwefliger Säure wurde letztere in Salpetersäure von etwa 3 Proc. Säuregehalt geleitet und diese Flüssigkeit in einer ganz damit erfüllten Flasche auf die Temperatur der Bleikammern, also auf etwa 40°, erwärmt. Der Versuch ergab, daß zunächst bei gewöhnlicher Temperatur, nach Verlauf von einer halben Stunde, keine, und selbst in der auf 40° erwärmten Flüssigkeit während jener Zeit nur eine höchst geringe Schwefelsäurebildung eingetreten war. Nach mehreren Tagen hatte die Erzeugung letzterer Säure reichlicher stattgefunden. Da nun aber bei dem bekannten Vorlesungsversuche die Bildung der Schwefelsäure in dem Glaskolben vermittelt schwefliger Säure, Stickoxyd, atmosphärischer Luft und überschüssigem Wasser leicht und in kürzester Zeit stattfindet, und die Bleikammern diese Säure bekanntlich verhältnißmäßig rasch erzeugen, so kann die Schwefelsäure daselbst sich unmöglich ausschliesslich vermittelt solcher verdünnten Salpetersäure bilden. Es leuchtet die Productionsfähigkeit der Bleikammern durchaus nicht ein. Erfahrungsmäßig ist für je 40 Pfund Schwefel, die in 24 Stunden umgewandelt werden, ein Kammerraum von 1000 Kubikfuß erforderlich. Da hierbei etwa 120 Pfund Säurehydrat entstehen, so erzeugt ein Raum von 1000 Kubikfuß pro Stunde etwa 5 Pfund Schwefelsäurehydrat. Weil nun bei der Temperatur des Kammerraumes die verdünnte Salpetersäure zur Bildung der Schwefelsäure nur in höchst geringem Maasse Anlaß giebt, so muß der Vorgang in der That ein anderer, als ihn Peligot darstellt, seyn.

Zur Erörterung des in der Bleikammer stattfindenden Processes wurde zunächst nochmals das Verhalten der Un-

tersalpetersäure gegen größere Mengen von Wasser, und zwar bei verschiedenen Temperaturen, geprüft. Die Untersalpetersäure wurde durch Erhitzen von trockenem salpetersauren Bleioxyd erzeugt. Der braune Dampf wurde in ein zur Hälfte mit Wasser gefülltes Glas geleitet. Beim Schütteln verschwand der Dampf vollkommen. Nach Peligot soll durch den Ueberschuss von Wasser die salpetrige Säure zersetzt, letztere in der Flüssigkeit nicht enthalten, es soll nur Salpetersäure und Stickoxyd aus der Untersalpetersäure entstanden seyn. Der Versuch lehrt indessen, daß diese Ansicht irrthümlich ist. Bringt man von obiger Flüssigkeit vermittelt einer Pipette etwas in ein anderes, kleineres Glas, fügt dazu einen Krystall von reinem Iodkalium hinzu, so wird dieselbe sofort tief braungelb von ausgeschiedenem Iod gefärbt. Stickoxyd entwickelt sich unter heftigem Schäumen. Man kann die Flüssigkeit, ohne daß sie das erwähnte Verhalten gegen Iodkalium verliert, sogar bis zum anfangenden Sieden erhitzen. Läßt man von Wasser, dessen Temperatur selbst über 40° liegt, die Untersalpetersäuredämpfe absorbiren, so reagirt dasselbe noch in vorgedachter Weise auf das Iodkalium.

Da nun bekanntlich reine, verdünnte Salpetersäure das Iodkalium nicht verändert und reines, von Untersalpetersäuredampf durch sorgfältiges Waschen mit Wasser befreites Stickoxydgas aus Iodkalium gleichfalls kein Iod ausscheidet, so befindet sich in dem mit Untersalpetersäure in Berührung gebrachten Wasser salpetrige Säure. Es enthält also auch das bei der Schwefelsäurebildung mitwirkende Wasser salpetrige Säure und nicht, wie Peligot meint, ausschließlich Salpetersäure.

Wenn, wie oben erwähnt, die mit Wasser verdünnte Salpetersäure auf die schweflige Säure bei der Temperatur der Bleikammern fast gar nicht wirkt, so fragt es sich, wie verhält sich gegen diese Säure das Wasser, welches Untersalpetersäuredampf verschluckt hat. Der Versuch ergab, daß sogleich, selbst bei gewöhnlicher Temperatur, Schwe-

felsäure gebildet wird. Leitet man gewaschenes schweflig-saures Gas in solches Wasser, so giebt in dieser Flüssigkeit Chlorbariumlösung sofort einen starken, weissen Niederschlag von schwefelsaurem Baryt. Um recht augenfällig das sehr verschiedene Verhalten der verdünnten reinen Salpetersäure und des mit Untersalpetersäuredampf behandelten Wassers darzustellen, vermische man einen Theil reine Salpetersäure mit 10 bis 12 Theilen Wasser und leite unter möglichstem Luftabschlusse schweflige Säure in diese Flüssigkeit. Chlorbarium erzeugt darin keinen Niederschlag. Fügt man jetzt nun eine geringe Menge jenes Wassers hinzu, so fällt sofort schwefelsaurer Baryt. Statt des mit Untersalpetersäuredampf in Berührung gebrachten Wassers kann man einfacher noch eine mit vielem Wasser verdünnte rauchende Salpetersäure anwenden. Letztere Reaction ist als Vorlesungsversuch sehr geeignet.

Hiernach bewirkt die bei der Berührung der Untersalpetersäure mit Wasser erzeugte salpetrige Säure die Oxydation der schwefligen Säure wesentlich leichter als die Salpetersäure. Dieselbe ist daher unzweifelhaft das zuerst wirksame Agens, wenn bei der Schwefelsäurebildung feuchte Luft mit schwefliger Säure und Untersalpetersäure zusammen trifft. Die bei der Zersetzung der Untersalpetersäure mit Wasser erzeugte Salpetersäure bleibt, wenn viel Wasser zugegen ist, durch schweflige Säure unzersetzt. Diese Thatsache erhellet aus folgenden Versuchen: Leitet man in das Wasser, welches Untersalpetersäure absorbirt hat, schweflige Säure, zerstört dann den Ueberschuss der letzteren durch Einleiten von Chlorgas, so bringt Eisenvitriol in der von der überschüssigen schwefligen Säure befreiten Flüssigkeit (nach Zufügung von etwas reiner Schwefelsäure) deutlich die bekannte Reaction hervor. Lässt man Untersalpetersäure auf erwärmtes, schweflige Säure enthaltendes Wasser einwirken, so findet sich gleichfalls in der vom Ueberschusse der schwefligen Säure durch Chlor befreiten Flüssigkeit noch Salpetersäure. Wie die Zersetzung der hierbei gebildeten Salpetersäure unter gewissen Um-

ständen dennoch erfolgen kann, wird aus den weiter unten beschriebenen Versuchen erhellen.

Bei dem Bleikammerprocesse kommt ferner das Verhalten der Untersalpetersäure und der salpetrigen Säure zu Schwefelsäuren von verschiedener Verdünnung in Betracht, weil dieselben in den Kammerräumen sowohl mit der erzeugten, tropfenförmig herabfallenden, als auch mit der am Boden angesammelten Schwefelsäure zusammentreffen. Einige Beobachtungen über diesen Gegenstand sind in einer früheren Abhandlung¹⁾ bereits beschrieben worden. Fortgesetzte Versuche haben mit Einschluss des früher Mitgetheilten Folgendes ergeben: Die bekannten, salpetrige Säure, Schwefelsäure und Wasser enthaltenden Bleikammerkrystalle lösen sich ohne erhebliche Gasentbindung in Säuren, deren Dichte die der Kammerensäure nicht wesentlich unterschreiten, auf. Dämpfe von Untersalpetersäure werden von concentrirter Schwefelsäure bekanntlich leicht aufgenommen und veranlassen, im Ueberschusse zugefügt, die Ausscheidung von Bleikammerkrystallen. Verdünntere Schwefelsäuren, bis zur Dichtigkeitsgränze 1,45, werden durch diese Dämpfe gelb gefärbt. Eine Säure von der Dichte 1,40 nimmt eine grünliche, oder bläuliche Färbung an. Die Färbungen der verdünnten Säuren verschwinden nach einiger Zeit wieder. In den Säuren, deren Dichte zwischen 1,7 und 1,5 liegt, ist, wie man aus der Färbung schließen kann, ein Theil der Untersalpetersäure unzerlegt enthalten. Die grünlichen etc. Flüssigkeiten enthalten unzweifelhaft salpetrige Säure. Die gefärbten Säuren, namentlich die ersteren, stoßen beim Umschütteln gelbe Dämpfe aus. Behandelt man diese Flüssigkeiten mit schwefliger Säure, so werden namentlich die Säuren, deren Dichte nicht höher als die der Bleikammerensäure (1,50) ist, rasch farblos. Die salpetrige Säure wird auch hier zur Schwefelsäurebildung nutzbar gemacht.

Bei dem Bleikammerprocesse spielen diese Vorgänge eine Rolle. Wenn nämlich durch die Wirkung der wässerigen

1) Verhandl. des Vereins für Gewerbefleiß in Preußen, 1862, S. 259.

Salpetrigen Säure auf schweflige Säure verdünnte Schwefelsäure gebildet ist, so löst dieselbe aus der Bleikammeratmosphäre Salpetrige- oder Untersalpetersäure auf. Durch Zutritt von schwefliger Säure findet in dem Gemisch die Bildung von Schwefelsäure statt. Eine Zersetzung der absorbirten Dämpfe durch Wasser, behufs Bildung von Salpetersäure, ist nicht nöthig. Die vorhandene salpetrige Säure oxydirt, da das zur Hydratbildung der Schwefelsäure erforderliche Wasser vorhanden ist, die schweflige Säure äußerst leicht. Für die Praxis ist von Interesse, daß die salpetrige Säure enthaltenden verdünnten Gemische sich leichter entfärben, als die concentrirteren. Es erklärt sich hieraus die dem Fabrikanten bekannte Erscheinung, daß die Bleikammersäure, wenn sie zu hochgrädig wird, leicht gelb abläuft, denn die Zerlegung der aufgelösten Untersalpetersäure durch die schweflige Säure ist hier eben nicht erfolgt. Die Zersetzung der salpetrigen Säure findet durch die schweflige Säure nicht statt, wenn dieselbe in dem ersten Hydrat der Schwefelsäure enthalten ist. Löst man Bleikammerkrystalle $\text{SO}_3\text{NO}_2 + \text{SO}_3\text{HO}$ in engl. Schwefelsäure SO_3HO , so kann man, selbst wenn schweflige Säure längere Zeit eingewirkt hat, die Gegenwart der salpetrigen in bekannter Art noch darin nachweisen.

Beim Zusammentreffen von Untersalpetersäure, Wasser und schwefliger Säure entsteht, wie oben gezeigt, Salpetersäure. Um die Function der letzteren bei dem Bleikammerprocesse zu erörtern, wurden folgende Versuche über das Verhalten von schwefliger Säure zu Gemischen aus Schwefelsäure von verschiedener Concentration und Salpetersäure angestellt: Läßt man auf ein Gemisch aus verdünnter Schwefelsäure von 1,360 spec. Gewicht (etwa 37,5° B.) und reiner Salpetersäure von 1,25 spec. Gewicht (30 Kubikcentim. Schwefelsäure und 5 bis 6 Kubikcentim. Salpetersäure) schweflige Säure wirken, so erfolgt in der Kälte keine erhebliche Reaction. Erwärmt man das Gemisch, so findet die Zersetzung der Salpetersäure unter Entbindung von Stickoxyd rasch statt. Bei Anwendung

etwas concentrirter Schwefelsäure, von einer Säure deren Dichte 1,396 (etwa 40° B.) ist, findet eine Reaction auch in der Kälte statt. Ein Gemisch dieser Säure (30 Kubikcentim.) mit Salpetersäure (5 bis 6 Kubikcentim.) wird in der Kälte durch schweflige Säure alsbald intensiv gründlich blau gefärbt. Wirkt dann die schweflige Säure weiter ein, so bewirkt jede Blase des Schwefligsäure-Gases ein heftiges Schäumen der Flüssigkeit. Unter Entbindung von Stickoxydgas wird das Gemisch schließlich farblos. Die Salpetersäure ist völlig zersetzt.

Ähnlich verhalten sich Säuren, deren Dichten 1,440 (45° B.), 1,496 (46° B.) und 1,530 (50° B.) sind. Es entstehen intensiv grün gefärbte Flüssigkeiten. Die verdünnten Gemische nehmen nach einiger Zeit einen entschiedenen blauen Teint an; die concentrirteren erscheinen dagegen gras- und gelbgrün. Ein Säuregemisch, enthaltend Schwefelsäure von 1,630 (etwa 55° B.), wird gelb, später farblos. Ueber das eigenthümliche Verhalten der Gemische aus stärkeren Säuren, welches für den Bleikammerproceß nicht von erheblicher Bedeutung ist, wird später Näheres mitgetheilt werden.

Hiernach wird also durch die schweflige Säure in jenen Gemischen zunächst salpetrige Säure erzeugt, deren Anwesenheit aus der Färbung des Gemenges und dem Verhalten desselben gegen Iodkalium hervorgeht; später zersetzt sich letztere Säure unter Aussonderung von Stickoxyd. Auch in diesen Gemischen erfolgt (und zwar im zweiten Stadium, wenn die Färbung eingetreten ist), die Bildung der Schwefelsäure auf Kosten des Sauerstoffs der salpetrigen Säure. Diese Säure giebt dann direct Sauerstoff an schweflige Säure ab, und die nach Peligot's Ansicht für den Oxydationsproceß nothwendige Zersetzung derselben durch Wasser (in NO_2 und NO) findet nicht statt.

Es ist hiernach auch einleuchtend, daß selbst verdünnte Salpetersäuren, die für sich durch schweflige Säure nicht angegriffen werden, sich leicht zersetzen, wenn man sie mit wässriger Schwefelsäure gemischt, deren Einwirkung aus-

setzt. Die in der Bleikammer sich bildende Salpetersäure wird eben unter dem Einflusse der auf anderem Wege zuerst gebildeten Schwefelsäure zerlegt und für den Oxydationsproceß nutzbar gemacht. Wie eben mitgeteilt, wird die mit Schwefelsäure von 1,360 spec. Gewicht (38° B. 47 Proc. SO_3, HO) vermischte Salpetersäure bei gelindem Erwärmen zersetzt. Diese Schwefelsäure ist erheblich verdünnter als die Bleikammersäure; letztere begünstigt die Zerlegung, indem sie leichter Wasser bindet, noch mehr.

Diese Erscheinungen kommen bei dem Bleikammerproceß in Betracht. Es bildet sich in der Bleikammer Salpetersäure, sowohl durch die Wirkung von schwefliger Säure auf Wasser und Untersalpetersäure, als auch, und zwar in der Nähe der Dampfströme, in Folge der Zersetzung jener Säuren lediglich durch Wasser. Die als oxydirendes Agens für sich unwirksame verdünnte Salpetersäure vermischt sich mit Schwefelsäure, giebt an diese Wasser ab und wird von der schwefligen Säure dann zersetzt.

Peligo^t behauptet, daß in der Bleikammer keine salpetrige Säure, sondern Untersalpetersäure aus Stickoxyd und sauerstoffhaltiger atmosph. Luft gebildet, und daß die Schwefelsäureerzeugung ausschließlic^h auf Kosten der durch Zersetzung der Untersalpetersäure durch Wasser regenerirten Salpetersäure bewirkt werde. Die Richtigkeit der ersten Behauptung, für welche Peligo^t keinerlei Beweise beigebracht hat, wird schon von Berzelius¹⁾ bezweifelt. Derselbe verweist auf die mit Stickoxyd angestellten eudiometrischen Versuche, welche bekanntlich gelehrt haben, daß die Menge der condensirten Gase (Stickoxyd und Sauerstoff) sehr verschieden ausfallen kann, je nachdem dieselben schneller, oder langsamer zusammentreten, oder ein Ueberschuß des einen oder andern Gases vorhanden ist. Da man nun in der Bleikammer den Luftwechsel zur Verminderung des Verlustes an salpetrigen Gasen zweckmäßig beschränkt, den Sauerstoff der Bleikammerluft möglichst ausnutzt, so ist sehr wahrscheinlich, daß in den sauerstoff-

1) Jahresbericht Bd. 25, S. 61.

armen Theilen der Bleikammeratmosphäre aus Stickoxyd sich nicht lediglich Untersalpetersäure, sondern auch, und zwar vielleicht reichlich, Salpetrige-Säure erzeugt. Wie leicht letztere in Berührung mit Wasser die schweflige Säure höher oxydirt, ist oben besprochen worden.

Hiernach kann dann auch die wesentlichste Function des Wassers nicht darin erblickt werden, daß es die Untersalpeter- und salpetrige Säure zersetzt und Salpetersäure schafft. Die erwähnten grün etc. gefärbten verdünnten Schwefelsäuren werden durch trocknes schwefligsaures Gas, also ohne daß Wasser die Zerlegung der salpetrigen Säure herbeiführt, von letzterer Säure unter Entbindung von Stickoxyd zersetzt. Es oxydirt die salpetrige Säure, wie oben erörtert, die schweflige Säure bei Weitem leichter, als die Salpetersäure. Wenn daher die obigen Körper auf einander einwirken, so wird sich nicht erst das weniger oxydirende Agens bilden. Es fragt sich nun, wie der Einfluß des Wassers auf die Schwefelsäurebildung, gegenüber dem Factum, daß die trocknen Gase auf einander nicht reagiren, zu deuten ist. Viele Erscheinungen sprechen dafür, daß das Wasser vorzugsweise disponirend wirkt, daß die mächtige Verwandtschaft des Wassers zur Schwefelsäure die nur schwache Affinität von Sauerstoff und schwefliger Säure gleichsam unterstützt. Hierher gehören folgende bekannte Facta: Feuchte schweflige Säure und Sauerstoff bilden leicht Schwefelsäurehydrat. Die trocknen Gase vereinigen sich nicht. Schweflige Säure reducirt selenige Säure, Arsensäure etc. nur bei Gegenwart von Wasser, also nur dann, wenn Schwefelsäurehydrat entstehen kann. Chlorwasser, desgleichen sehr verdünnte Iodlösung, erzeugen mit schwefliger Säure sofort Schwefelsäure. Bei diesen Reactionen vermittelt das Wasser die Oxydation der schwefligen Säure. Außer dem Wasser vermitteln auch andere Körper, zu denen die Schwefelsäure Verwandtschaft äußert, die höhere Oxydation der schwefligen Säure. Unter Erglühen erzeugt sich bekanntlich aus Bleisuperoxyd und schwefliger Säure schwefelsaures Blei-

oxyd. Aus salpetersaurem Kali, desgleichen aus salpetersaurem Silberoxyd, entstehen, wenn man die bei möglichst gelinder Hitze geschmolzenen Salze mit Schwefligsäure-Gas berührt, unter heftiger Reaction schwefelsaure Salze. Hier üben die Basen die Wirkung, welche bei den zuerst erwähnten Reactionen das Wasser äußert.

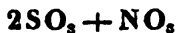
Die schweflige Säure wird zur höheren Oxydation durch Gegenwart von Körpern angeregt, welche zur Schwefelsäure große Verwandtschaft äußern. Hierfür sprechen die obigen, desgleichen auch folgende Erscheinungen: Leitet man in einen Kolben, dessen Wandung mit einer dünnen Schicht von concentrirter Schwefelsäure beschlagen ist, zugleich trockne schweflige Säure und Untersalpetersäuredampf, so verschwindet die Farbe des Kolbeninhalts bald, und es erzeugen sich an den Wandungen harte, trockne Krusten von Krystallen, welche unzweifelhaft die bekannte Verbindung:



ist.

Das Schwefelsäurehydrat vermittelt, daß aus NO_2 und SO_2 sich Schwefelsäure, welche mit der salpetrigen Säure zusammentritt, bildet.

Die genannten, bei gewöhnlicher Temperatur im trocknen Zustande nicht auf einander reagirende Gase, wirken bei erhöhter Temperatur auf einander ein. Es erzeugt sich eine Verbindung von Schwefelsäure mit salpetriger Säure. Um die Zersetzung herbeizuführen, leitet man sorgfältig getrocknete schweflige Säure und Untersalpetersäuredampf durch ein stark erhitztes Glasrohr. Es erzeugen sich gelbe, später krystallinisch erstarrende Tropfen einer Verbindung, deren Formel



ist. In einem nicht genügend erhitzten Rohre bildet sich dieser Körper nicht; die Gase entweichen unverändert. Leichter noch erzeugt sich diese Verbindung, wenn man in einer schwer schmelzbaren Kugelhöhre trocknes salpetersaures Bleioxyd gelinde erhitzt und trockne schweflige Säure zu-

leitet. Die abgeschiedene Untersalpetersäure und die überschüssige schweflige Säure reagiren aufeinander, sobald das Glasrohr an einer Stelle bis nahe zum Glühen erhitzt wird. Es bilden sich Tropfen der oben bezeichneten Verbindung. Dieses schwerflüchtige Product kann sich am Eingange der Bleikammer und an solchen Punkten, wo sehr heisse schweflige Säure mit Untersalpetersäure zusammentrifft, leicht bilden. Ich behalte mir eine nähere Mittheilung über diesen und einen ähnlichen Gegenstand vor.

Dafür, daß das Wasser bei der Schwefelsäurebildung in den Bleikammern wesentlich disponirend wirkt, spricht auch folgender Versuch: Wenn man lufttrockenes, grobes Pulver von krystallisirtem Kalialaun in einer trocknen Flasche mit Untersalpetersäuredampf in Berührung bringt, so wirkt das Krystallwasser des Alauns nur langsam zersetzend und entfärbend auf den gasförmigen Inhalt der Flasche, selbst beim Schütteln ein. Die Intensität der Farbe der braunen Dämpfe verringert sich langsam. Leitet man aber in diese Flasche dann schweflige Säure, verschließt und schüttelt das Gefäß, so ist in sehr kurzer Zeit das Gasgemisch entfärbt, die Krystallsplitter werden feucht und ballen sich zusammen. Es hat sich Schwefelsäurehydrat erzeugt. Da das Krystallwasser auf die Untersalpetersäure nur gering einwirkt, bei Gegenwart von schwefliger Säure die Bildung von Schwefelsäurehydrat sofort veranlaßt, so übt das Krystallwasser des Alauns den bezeichneten Einfluß aus.

Es ist hiernach der Proceß der Schwefelsäurebildung vermittelt salpetriger Säure analog dem Vorgange bei der Reaction von schwefliger Säure auf andere leicht Sauerstoff abgebende Körper, wie Arsensäure, selenige Säure etc. Das Wasser disponirt die schweflige Säure zur Oxydation.

Nach den oben mitgetheilten Versuchen findet folgender Vorgang in der Bleikammer statt:

Die Oxydation der schwefligen Säure erfolgt in der Bleikammer hauptsächlich durch den Sauerstoff der salpetri-

gen Säure, welche sich hierbei in Stickoxydgas verwandelt. Letztere Säure bewirkt die Oxydation, sobald sie von überschüssigem Wasser aufgenommen ist. Die Lösung derselben bildet sich, indem das Wasser entweder die in der Bleikammer verbreitete freie salpetrige Säure unverändert aufnimmt, oder die Untersalpetersäure zerlegt. Die Zersetzung der erzeugten Salpetersäure erfolgt namentlich unter Beihülfe der schon gebildeten Schwefelsäure. Das Wasser disponirt hier zur Schwefelsäurebildung in derselben Weise, wie bei anderen, durch die schweflige Säure bewirkten Reductionsprozessen.

IV. *Ueber die Methode der Schlierenbeobachtung als mikroskopisches Hilfsmittel, nebst Bemerkungen zur Theorie der schiefen Beleuchtung;* von A. Töpler.

In einer Abhandlung über »Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode«¹⁾ habe ich die Grundzüge eines Verfahrens niedergelegt, durch welches sehr kleine Veränderungen in den Brechungsverhältnissen durchsichtiger Medien zur unmittelbaren Anschauung gebracht werden können. Die Empfindlichkeit jener Methode, welche es sogar gestattet, die Lufterschütterungen, die in Form von Schall von der Entladungsstrecke kräftiger elektrischer Funken ausgehen, als ausgebildete Wellensphäroide zu sehen, legte den Wunsch nahe, auch für die mikroskopische Beobachtung einen analogen Apparat zu construiren, da gerade der Mikroskopiker meistens mit durchsichtigen Untersuchungsobjecten beschäftigt ist.

In der That ist das zusammengesetzte Mikroskop in der jetzt üblich gewordenen Form ganz geeignet, durch eine sehr leicht zu applicirende Veränderung einen Schlie-

1) Bonn bei Max. Cohen u. Sohn. 1864.

renapparat in kleinem Maassstabe abzugeben. Wenn auch aus naheliegenden Gründen die große Empfindlichkeit, welche in oben erwähnter Abhandlung für den Schlierenapparat im Großen nachgewiesen, bei dem Mikroskop nicht erreicht werden kann, so sind doch die Veränderungen, welche das mikroskopische Bild unter Anwendung der Methode bei stärkeren Vergrößerungen erfährt, der Beobachtung so günstig, daß sie selbst dem Laien auffallen müssen. Weil sich ferner die nöthigen Vorrichtungen an jedem Mikroskop ohne große Kosten anbringen lassen, so dürfte sich vielleicht die Methode als brauchbares Hilfsmittel für die praktische Mikroskopie empfehlen lassen. Zugleich möchte ich Gelegenheit nehmen, einige Bemerkungen in Bezug auf die sogenannte schiefe Beleuchtung, über welche bei den praktischen Optikern noch mancherlei abweichende Vorstellungen herrschen, beizufügen. Das Grundprincip der fraglichen Methode lautet in allgemeiner Fassung folgendermaßen:

»Es sey durch aa' Fig. 13 Taf. VI eine kleine, scharf begrenzte, leuchtende Fläche dargestellt, welche zu einer Linse (oder einen beliebigen Collectivsystem) bb' eine solche Stellung habe, daß bei cc' ein reelles Bild der leuchtenden Fläche entsteht. Man denke sich ferner einen Beobachter in der Richtung von cc' nach bb' durch eine geeignete optische Vorrichtung (Auge, Ocular, Fernrohr, oder dergl.) hinblickend, so wird, wenn beispielsweise die oberhalb cc' wieder divergirenden Strahlen alle in jene Beobachtungsvorrichtung eindringen können, das Gesichtsfeld hell erscheinen. Befinden sich nun in den bei der Brechung beteiligten Medien innerhalb der Linse bb' oder nahe vor oder hinter derselben einzelne Stellen, welche die regelmäßige Ausbildung der von aa' ausgehenden Strahlenbüschel stören, so wird bei obiger Normalstellung keine Veränderung im Gesichtsfelde veranlaßt werden, wenn nämlich die Unregelmäßigkeiten so gering sind, daß trotzdem noch alle Strahlen in den Beobachtungsapparat eindringen können. Die kleinste Unregelmäßigkeit wird aber sofort

sichtbar, wenn man gerade an der Stelle des Bildes cc' einen undurchsichtigen Schirm in der Richtung des Pfeiles etwa vorschiebt und dadurch die regulären Strahlenbündel ganz oder theilweise abblendet. Ist hierbei noch die zweite Bedingung erfüllt, daß die deutliche Sehweite der oberhalb cc' aufgestellten Beobachtungsvorrichtung für diejenigen Punkte innerhalb (oder in der Nähe von) bb' accommodirt ist, welche die Unregelmäßigkeit veranlassen, so sieht man jene Ungleichförmigkeiten als deutlich schattirte Figuren im Gesichtsfelde. Bedeutet z. B. m in Fig. 13 Taf. VI eine solche kleine Partie in der Ebene HH , für welche die dicht über cc' angebrachte beliebige Beobachtungsvorrichtung eingestellt ist, und es sey z. B. das Brechungsvermögen von m um ein Geringes größer als das des umgebenden Mediums, so wird m wie eine schwach gekrümmte Sammellinse wirken. Man ersieht aus der Zeichnung, daß in diesem Falle noch Strahlen an der Kante c' vorbeistreichen müssen und somit sichtbar werden, wenn auch das reelle Bild cc' , kurz alle regulären von aa' ausgehenden Strahlen verdeckt sind. Es muß also von m eine einseitige helle Zeichnung auf dunklem Grunde erscheinen.

Man wird ferner aus Fig. 13 sofort bemerken, daß Obiges auch eintreten muß, mag nun m central oder seitlich im Gesichtsfelde liegen. Endlich wird man erkennen, daß die Empfindlichkeit des Beobachtungsverfahrens in geradem Verhältniß zur Entfernung von m und cc' steht. Bei meinen Beobachtungen mit dem Schlierenapparat im Großen betrug diese Entfernung mindestens 12 bis 20 Fuß, und daraus ist die enorme Empfindlichkeit jenes Apparates erklärlich. In Bezug auf die Einzelheiten sowie die Einflüsse der sphärischen und chromatischen Abweichung muß ich auf die oben citirte Abhandlung verweisen.

Wenden wir uns zum Mikroskop, so erkennt man leicht, daß den beiden obigen Grundbedingungen in mehrfacher Weise Genüge geleistet werden kann. Es entstehen im zusammengesetzten Mikroskop, abgesehen von dem reellen Bilde des zu betrachtenden Objectes, noch mehrere optische

Bilder, welche für die Theorie des mikroskopischen Sehens und namentlich der Beleuchtungseffekte von großer Wichtigkeit sind; leider ist die Bedeutung derselben in den älteren Schriften über Mikroskopie gar oft übersehen worden. Legen wir das Schema Fig. 14 Taf. VI zu Grunde, so bedeutet *E* die Objectivlinse (oder das Objectivsystem), *C* das Collectiv-, *O* das Ocularglas des kampanischen Ocularsystems. In der Einstellungsebene *HH* befindet sich ein (durchsichtiges) Object *ab*, welches von unten durch den Spiegel *AA* beleuchtet wird. Zwischen Spiegel und Object wird jetzt allgemein bei vollkommeneren Mikroskopen eine Blendung *BB* eingeschaltet, welche sich in vertikaler Richtung verstellen läßt. Die Oeffnung *cd* dieser Blendung wirkt beim Gebrauch des Apparates genau so, als ob sie selbstleuchtend wäre, unter der Voraussetzung nämlich, daß alle Strahlen, welche man von einem Punkte des Objectes aus rückwärts durch die Blendung verfolgen kann, den Spiegel und die wirkliche Lichtquelle (die Fensteröffnung z. B.) treffen. Diese Voraussetzung ist bei hinreichender Ausdehnung von Spiegel und Lichtquellen stets erfüllbar. Sehen wir vorläufig von den etwaigen Ablenkungen der Strahlen im durchsichtigen Object ganz ab, so gehen also von den Punkten *a* und *b* die Strahlenbüschel *eam* und *fbn* aus, welche rückwärts verlängert die Ränder der Blendung *cd* tangiren¹⁾. Es sind die Punkte *a* und *b* der Einfachheit halber in der Figur so gewählt, daß die Strahlenbündel noch ungehindert das Objectiv treffen können. Es ist hierbei vorläufig vorausgesetzt, daß der Oeffnungswinkel des Objectives bei Weitem den Oeffnungswinkel der beleuchtenden Strahlenbüschel *cad* oder *cbd* überwiege, wie

- 1) Unter dieser Voraussetzung ist die Vertheilung von Licht und Schatten im mikroskopischen Bilde gleichfalls in dem trefflichen Werke »Das Mikroskop, Theorie und Anwendung desselben« von Nägeli und Schwendener behandelt. Wenn ich in vorliegender Abhandlung mehrfach auf dieses Werk recurrirte, so geschieht es, weil dasselbe unter den bekannteren Monographien über das Mikroskop vielleicht die einzige ist, welche einer correcten Auffassung vom Standpunkte der theoretischen Physik entspricht.

dies allerdings bei den stärkeren Systemen aller neueren Mikroskope der Fall ist. Aus der Figur ist ersichtlich, wie diese beiden Strahlenbüschel bei $b'a'$ das reelle, vergrößerte Bild des Objects liefern und zuletzt nahezu als Strahlencylinder aus O austreten, um ins Auge zu gelangen. Es liegt nun aber auf der flachen Hand, daß man ebenfalls die leuchtende Fläche cd als Bild gebendes Object auffassen kann, so daß man nun die Strahlenkegel $mc'f$ und $ed'n$ ins Auge faßt. Diese liefern dann offenbar in $d'c'$ das reelle, hell leuchtende Bild der Blendung. Es sind dies dieselben Strahlen wie oben, und in dem ganzen Verlauf eines jeden Strahles ändert sich durchaus nichts. Allerdings gesellen sich noch äußere Strahlen, wie ec und fd hinzu, welche das Object nicht passieren und das Bild $d'c'$ verstärken. Der Sachverhalt ist also kurz folgender: Alle Strahlen, welche in den Apparat eindringen, müssen durch den kleinen Kreis, dessen Durchmesser $d'c'$ ist, und man könnte hier, ohne die Helligkeit zu beeinträchtigen, eine zweite Blendung mit der Oeffnung $d'c'$ einschalten.

Man wird ferner erkennen, daß das Ocularsystem bei $c''d'$ ein zweites reelles (und zwar aufrechtes) Bild der Blendung entwirft, welches abermals ein Knotenpunkt für alle vom Objecte kommenden Strahlenbündel ist; desgleichen sammeln sich in demselben alle übrigen von cd kommenden Strahlen (ce und df). Endlich entsteht ein drittes reelles Bild $f'e'$, ein umgekehrtes Bild der Objectivlinse selbst, welches ebenfalls durch Kreuzung desselben Strahlensystems hervorgerufen wird. Man begreift seine Entstehung sofort, wenn man die Strahlen ed' und ec' einerseits und die Strahlen fd' und fc' andererseits bis zu den Kreuzungspunkten verfolgt. Daß es sehr leicht ist, die Existenz dieser drei Bilder mittelst einer mattgeschliffenen Glastafel experimentell zu bestätigen, versteht sich ganz von selbst. Diese Bilder sind es nun, welche bei der zu behandelnden Beobachtungsmethode einige Berücksichtigung verdienen.

Es ergibt sich zunächst für den gewöhnlichen Gebrauch des Mikroskops aus einer Betrachtung der Fig. 14 Taf. VI ohne Erläuterung:

- 1) Rückt cd dem Objectiv näher, so vergrößern sich die Bilder $c'd'$ und $c''d''$, indem sie sich vom Objectiv entfernen, während die Bilder $b'a'$ und $f'e'$ Lage und Grösse beibehalten. Bei stärkeren Objectiven und nicht zu grossen Blendungen ist $c''d''$ meistens sehr klein.
- 2) Die Lage des Bildes $c''d''$ bestimmt bekanntlich die Stelle, bis zu welcher man mit Berücksichtigung der durch die *Cornea transparentis* bewirkten Verschiebung die Pupille zu nähern hat, damit alle Strahlenbündel von $a'b'$ ins Auge gelangen und keine Beeinträchtigung des Gesichtsfeldes erfolgt. Es kann bei gewisser Linsencombination der Fall vorkommen (namentlich bei schwachem Ocular und grosser Blendung cd), daß das Bild $c''d''$ grösser wird als die Pupillenöffnung. In diesem Falle kann die Beleuchtungsintensität durch Vergrößerung der Blendung nicht mehr gesteigert werden, weil von jedem aus dem Ocular fahrenden Strahlenbündel nur ein Theil ins Auge dringen kann.
- 3) Läßt man die Blendung cd ganz weg, so verschwinden die Bilder $d'c'$ und $c''d''$. Dann tauchen aber die Bilder des Beleuchtungsspiegels, welcher doch immer begränzt ist, etwas näher bei Objectiv und Ocular auf und spielen dann ganz genau dieselbe Rolle, wie vorher die reellen Bilder der Blendung.
- 4) Denkt man sich bei weggelassener Blendung den Spiegel (samt Lichtquelle) unbegränzt oder doch gegen die übrigen Dimensionen des Apparates sehr gross, so verschwinden $c'd'$ und $c''d''$ und es bleibt nur $f'e'$. Um dann Alles Licht ins Auge gelangen zu lassen, darf $f'e'$ nicht grösser als die Pupille seyn. Einer unbegränzten Steigerung der Helligkeit ist also

auch hierdurch die Pupillenöffnung eine Gränze gesetzt¹⁾).

- 1) Ein solcher Fall ist ohne Zweifel bei Nägeli und Schwendener Seite 75 (Anmerkung) gemeint, wo die Lichtstärke bei einem Rofs'schen Objective von 60° Oeffnung und 12,7 Mllm. Brennweite = 4 gefunden wird, wenn die Gesamtvergrößerung 60, die Objectivvergrößerung 13 beträgt. In der That liefert die an jenem Orte aufgestellte Formel $v = 4 \left(\frac{w}{m} \right)^2$, wo w den Oeffnungswinkel, m die Vergrößerungszahl bedeutet, obiges Resultat. Allein berechnet man aus den angeführten Gröößen den Durchmesser des Bildes $e'f'$ Fig. 14 Taf. VI, so gestaltet sich die Sache ganz anders. Setzt man der Einfachheit halber ein reducirtes (einfaches) Ocular voraus, und nennt die Brennweite des Objectivs p , die Abstände des Objectes und des vergrößerten Bildes $a'b'$ vom Objective bezüglich a und A , so ergibt sich aus den beiden Gleichungen

$$1) \quad \frac{1}{A} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p} = \frac{1}{12,7}$$

$$2) \quad \frac{A}{a} = 13$$

$$\text{dafs } a = \frac{12,7 \cdot 14}{13} \text{ und } A = 12,7 \cdot 14 \text{ Mllm.}$$

Der Durchmesser d des Objectivs von 60° Oeffnung ergibt sich als Seite eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Höhe gleich der Brennweite ist.

$$d = \frac{2 \cdot 12,7}{\sqrt{3}} = 14,7 \text{ Mllm.}$$

Ferner muß die Vergrößerungszahl des einfachen Oculars, da die Gesamtvergrößerung 60, die Objectivvergrößerung 13 beträgt, $= \frac{60}{13} = 4,6$

seine Brennweite also $= \frac{250 \cdot 13}{60}$ Mllm. betragen, wenn die deutliche

Schweite zu 250 Mllm. angenommen wird. Hierdurch sind alle Daten gegeben, welche nöthig sind, um den Durchmesser des Bildes $e'f'$ Fig. 14 zu kennen. Er findet sich nahezu $= 4,5$ Mllm. Nun ist bei der obigen

Formel $v = 4 \left(\frac{w}{m} \right)^2$ vorausgesetzt, dafs der Winkel, unter welchem die Pupille aus der deutlichen Schweite erscheint, $\frac{1}{2}$ Grad betrage.

In diesem Falle ist ihr Durchmesser zu 2,18 Mllm angenommen. Selbst in der günstigsten Lage des Auges kann also nur ein Theil der Strahlen ins Auge fallen. Die vorausgesetzte Lichtstärke 4 ist also noch zu multipliciren mit dem Quotienten $\left(\frac{2,18}{4,5} \right)^2$ und wird dadurch annähernd

Nach dem Eingangs über das Princip der Schlierenbeobachtung Mitgetheilten wird es nun einleuchtend seyn, daß bei Anwendung einer Blendung die Bilder $c'd$ und $c'd'$ sich ganz passend verwerthen lassen. Man braucht nur bei normaler, gerader Beleuchtung eins der Bilder durch einen undurchsichtigen Schieber ganz oder theilweise seitlich abzublenden, um sofort kleine Unterschiede im Brechungsverhältniß des durchsichtigen Objectes stark schattirt zu erblicken. Das Bild $c'd'$ eignet sich allerdings hierzu am wenigsten, weil die Lage des Auges störend wirkt. Behalten wir also zunächst das Bild $d'c'$ im Auge, so genügt dasselbe allen Anforderungen. Der darüber befindliche optische Theil (Ocular und Auge) ist genau auf das transparente oder durchsichtige Object, also diejenigen Punkte adjustirt, welche Unregelmäßigkeiten im Strahlengange veranlassen. Dieses Object befindet sich im Vergleich zur Blendung in der Nähe des Objectiva. Die oben auf Fig. 13 Taf. VI angewendete Betrachtung läßt sich somit unmittelbar auf Fig. 14 übertragen. Kehren wir nocheinmal zu Fig. 13 zurück, so wird der Strahl, welcher von dem Rande a der Blendung ausgehend das Centrum des wie eine Sammellinse wirkenden Elementes m trifft, in diesem keine Ablenkung erfahren, also genau die Kante c' des Schiebers erreichen. Alle Strahlen, welche m rechts vom Centrum treffen, werden auf den Schieber gebrochen, während alle Strahlen, welche durch m links vom Centrum hindurchgehen, eine solche Brechung erfahren, daß sie bei c' vorbei ins Ocular gelangen können. Im Ocular wird also folgende Erscheinung eintreten. Das Gesichtsfeld (die Punkte der Einstellungsebene HH) erscheint bei der gezeichneten Schieberstellung dunkel, desgleichen die rechte Hälfte des Objectes m . Die linke Seite desselben wird jedoch heller seyn und zwar entweder ganz mit einem von rechts nach links abnehmenden Halbschatten überdeckt oder

= 1. Man sieht hieraus, wie nöthig es ist, bei Betrachtungen über die Beleuchtungsverhältnisse den Strahlengang durch das ganze Mikroskop zu verfolgen.

sogar am äußeren Rande ganz hell. Diefes letztere wird dann eintreten, wenn die am linken Rande von m bewirkte Ablenkung so stark ist, daß selbst die von α' kommenden Strahlen noch bei c' vorbei gebrochen werden. In diesem Falle werden überhaupt alle Strahlen, welche von der Blendung $\alpha\alpha'$ nach den links gelegenen Randpunkten von m gedacht werden können, zur Erhellung des mikroskopischen Bildes beitragen. Es ist nun klar, daß man genau die umgekehrte Schattirung erhält, wenn man durch den Schieber das Bild cc' in Fig. 13 Taf. VI in umgekehrter Richtung als der des Pfeiles, abblendet. Ohne Erläuterung ergibt sich ferner, daß dasselbe eintreten muß, wenn das Brechungsvermögen von m kleiner ist als das des umgebenden Mediums; es verhält sich m alsdann wie eine schwache Hohllinse.

Um die obige Auseinandersetzung experimentell zu verfolgen, prüfe man mittelst der Vorrichtung Kartoffelstärkekörnchen, welche in Canadabalsam präparirt sind. Das Brechungsvermögen dieser beiden Substanzen ist sehr wenig verschieden, bei letzterer um Geringeres größer. Die Stärkekörnchen wirken somit als schwache Hohl-Linsen. Bei gerader Beleuchtung erblickt man bei diesem Präparat natürlich nur die äußerst zarten Umrisse und den sogenannten Kern nebst seltenen Spuren der bekannten Schichtung. Desgleichen kann man sich leicht überzeugen, daß bei den stärkeren Objectiven auch durch schiefe Stellung des gebräuchlichen Beleuchtungsapparates keine Spur einer kugeligen Schattirung veranlaßt wird. Der Grund hiervon soll später berührt werden. Wird nun der Schieber an der richtigen Stelle vorgeschoben, so erblickt man bald die Stärkekörnchen aufs lebhafteste schattirt, während sich der Hintergrund, auf welchem sich das Bild zu projiciren scheint, allmählich verdunkelt. Gleichzeitig bemerkt man sofort, daß alle Stärkekörnchen sowohl in der Mitte, als am Rande des Gesichtsfeldes gleich stark schattirt erscheinen. Diefes ist namentlich ein Umstand, welcher durch

schiefe Stellung des Beleuchtungsapparates nie erreicht werden kann.

Es wird weiter unten davon die Rede seyn, wie man den Schieber sehr leicht in die Ebene $d'c'$ richtig einstellen kann. Es sey nur bemerkt, daß sich diese richtige Stellung schon bei der Beobachtung durch eine besondere Erscheinung erkennen läßt. Entfernt man das Object ganz vom Beobachtungstisch, so erscheint das Gesichtsfeld in allen Punkten gleichmäÙig verdunkelt, wenn der Schieber gerade durch $d'c'$ Fig. 14 Taf. VI geht. Schiebt man ihn jedoch oberhalb oder unterhalb in den Lichtkegel ein, so wird das Gesichtsfeld nur partiell verdunkelt und zwar im ersten Falle von links nach rechts, im zweiten Falle von rechts nach links. Diefß erklärt sich ohne alle Erläuterung aus einer Betrachtung von Fig. 14 Taf. VI.

Die bisherige Betrachtung bezog sich nur auf Punkte der Zeichnung, welche in der Papierebene liegen. Durch die Flächenausdehnung der Blendung aa' Fig. 13 wird aber im Hergang Nichts geändert. Denkt man sich die Blendung aa' rechteckig, so daß der Punkt a eine verkürzte Seite (senkrecht zur Papierebene) darstellt, stellt man sich sich ferner den Rand des Schiebers, welcher die Abblendung des Bildes cc' bewirkt, genau parallel der Kante a vor, so gilt dieselbe Schlufßfolgerung auch für alle Strahlen, welche von einem beliebigen Punkte der Kante a durch das Object m nach der Kante c' verlaufen, wenn dieselben auch nicht in der Papierebene liegen. Alle nach rechts abgelenkten Strahlen werden bei der Diaphragmenkante c' vorbei ins Ocular gelangen und sich im mikroskopischen Bilde summiren. Eine rechtwinklige Form der Blendung mit paralleler Schieberkante wäre allerdings die günstigste Anordnung zur Erkennung kleiner Brechungsverschiedenheiten im Object. Allein eine solche Anordnung wäre nur sehr schwierig und unbequem zu handhaben. Eine kreisförmige Blendung combinirt mit gerader, scharf geschnittener Schieberkante erfüllt den Zweck fast ebenso

gut, wie schon aus Schlieren-Beobachtungen im Großen hervorgeht. (Siehe darüber meine »Beobachtungen«).

Am überraschendsten ist die Wirkung bei sehr zarten und durchsichtigen Hautgebilden kleiner Insectenpräparate etc. Man erhält ein Bild, welches durch den plastischen Eindruck der gleichmäßigen Schattirung fast an das Stereoskop erinnert. Die ganze Erscheinung ist gleichsam eine gleichmäßig schiefe Beleuchtung, welche bis zur Uebertreibung gesteigert werden kann. Man bemerkt gewöhnlich schon lange, bevor der Schieber die Gränzstellung erreicht hat, auffallende Veränderungen im Bilde. Das passendste Maafs für die Vorrückung des Schiebers ist durch Versuche leicht festzustellen. Da ferner ein einziger Versuch nur diejenigen irregulären Strahlen zur Anschauung bringt, welche eine Ablenkung rechtwinklich zur vorgeschobenen Schieberkante erfahren haben, so ist es zur Vervollständigung der Beobachtungen nöthig, den Schieber von verschiedenen Seiten her in das Bild *cc'* Fig. 13 Taf. VI hereinzuschieben, während das Object seine Lage nicht verändert. Man sieht alsdann Letzteres nach und nach in den verschiedensten Richtungen schattirt und wird ebenfalls die passendste Lage zur Erkennung gewisser Details ermitteln können.

Was nun die practische Seite des Beobachtungsverfahrens betrifft, so ist zu erwähnen, daß bei allen Mikroskopen, deren Blendung ohnedieß eine Bewegung in der Längsrichtung des Instrumentes gestattet, die Anbringung des Schiebers ohne Umbau bewerkstelligt werden kann. Hebung und Senkung der Blendung ist aber bei allen gröfseren Instrumenten (von Hartnack und Zeiss z. B.) durch einen besonderen kurzen Tubus unterhalb des Objecttisches ermöglicht. In diesem Falle hat man nur nöthig, zwischen der Mikroskopröhre *Ob* Fig. 15 Taf. VI und dem Objectiv das kurze (etwa $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll lange) Rohrstück *bc* einzuschalten, welches die Schiebervorrichtung trägt. Fig. 16 und 17 Taf. VI zeigen dieses Einsatzrohr in etwa natürlicher Gröfse. Der Schieber *ss* bewegt sich lichtdicht in zwei seitlichen

Einschnitten des Rohres bc , welche Einschnitte so nahe als thunlich an dem untern Ende cc angebracht sind. Der Seitenarm sp des Schiebers umfaßt den vertieften Hals einer Schraube RQ , deren Mutter v an dem Rohrstück bc seitlich angelöthet ist. Durch Drehung des Schraubenkopfes R ist also eine Verschiebung leicht zu bewerkstelligen. Der Schieber besitzt zwei quadratische Oeffnungen m und n . Die letztere ist mindestens so groß zu machen, daß eine Seite derselben gleich dem Durchmesser der größten (obersten) Objectivlinse ist. Die beiden Kanten von n , welche zu der Bewegungsrichtung des Schiebers senkrecht stehen, sind von oben nach unten schräg zugeschärft, so daß eine Ablendung nur in der unteren Schieberebene möglich ist. Die zweite Oeffnung m ist mit einem eingekitteten Glasplättchen ausgefüllt, dessen untere Fläche fein matt geschliffen ist. Dieses Glasplättchen dient dazu, das optische Bild der Blendung genau in die untere Schieberebene bringen zu können. Zur Ausführung einer jeden Beobachtung ist nun *im Allgemeinen* eine doppelte Einstellung nöthig, und zwar verfährt man dabei folgendermaßen:

- 1) Man stelle die Schieberöffnung n Fig. 15 Taf. VI möglichst centrisch, so daß man nach Entfernung des Oculareinsatzes das ganze Objectiv vom oberen Ende des Tubus sehen kann. Hierauf setzt man in den Beleuchtungsapparat die dem Objectiv entsprechende Blendung q Fig. 15 ein und stellt nun den Spiegel AA für *vollständig gerade* Beleuchtung ein. Diefes ist leicht zu erreichen, wenn man bei hinreichender Annäherung an das Fenster des Beobachtungslocales nach Entfernung des Oculareinsatzes das Bildchen der Blendung q von oben her vollkommen abgerundet erblickt. Endlich legt man das Object auf den Tisch und stellt nach Einfügung des Oculars das Mikroskop so ein, daß die Ränder scharf begrenzt erscheinen.
- 2) Hat man hierdurch das Object in die Einstellungs-

ebene gebracht, so schiebt man dasselbe so weit zur Seite, daß es ganz aus dem Gesichtsfelde verschwindet und die Lichtstrahlen also nur das Deckgläschen und die Unterlagsplatte zu passiren haben. Desgleichen entfernt man wiederum den Oculareinsatz *O*. Schraubt man jetzt den Schieber rückwärts, bis die matte Glasfläche im Tubus erscheint, so sieht ein von oben hineinblickendes Auge das Bildchen der Blendung undeutlich begränzt. Man kann nun sehr leicht den Tubus *t*, auf welchem die Blendung *q* Fig. 15 Taf. VI ruht, soweit heben und senken, daß auf der matten Glasfläche ein möglichst scharfes Bildchen der hellen Blendung entsteht. Hat man dies erreicht, so schraubt man den Schieber wieder hinein und das Instrument ist nach Einfügung des Oculars zum Gebrauch fertig.

Legt man nun wieder das Object unter, so genügt eine geringere Verschraubung des Schiebers, um alle Grade der Schattirung im mikroskopischen Bilde hervorzurufen. Man kann hierbei nach einander die beiden geschärften Schieberkanten benutzen und so *ad libitum* entgegengesetzte Schattirungen veranlassen. Dreht man ferner den Tubus mit dem Schieber ohne das Object (was bei den meisten Instrumente zu erreichen ist), so ist es leicht, das Bild nach jeder beliebigen Richtung aufs schärfste schattirt zu sehen. Die ganze doppelte Einstellung ist bei einiger Uebung in $\frac{1}{2}$ bis 1 Minute sicher zu erreichen. Dabei ist es behufs der Untersuchung verschiedener Objecte bei unveränderter Vergrößerung gar nicht nöthig, jedesmal die Stellung der Blendung zu corrigiren, in sofern nämlich die Dicke von Unterlagsplatte und Deckgläschen als nahezu gleichbleibend betrachtet werden kann. Anders verhält es sich bei Anwendung eines neuen Ocular- oder Objectiveinsatzes. Namentlich im letzteren Falle ist eine Wiederholung der doppelten Einstellung unerläßlich.

Man wird nun unter Anwendung obigen Verfahrens sehr bald bei verschieden starken Objectiven auf Schwie-

rigkeiten stoßen, die der Practiker jedoch leicht beseitigen kann. Bei sehr schwachen Objectiven wird man die Blendung nicht tief genug stellen können, damit ihr reelles Bild in die Schieberebene fällt. Dann schraubt man ganz einfach zwischen das Objectiv und Rohrstück *ccbb* Fig. 16 Taf. VI noch ein bereit gehaltenes Verlängerungsstück von $\frac{3}{4}$ bis 1 Zoll Länge ein. Ueberhaupt wird es rathsam seyn für jedes Objectiv ein solches Ansatzrohr von entsprechender Länge bereit zu halten, damit die Einstellung der Blendung innerhalb der practisch ausführbaren Gränzen bleibt. Umgekehrt wird man bei sehr starken Objectiven mit der Blendung nicht nahe genug an das Object herankommen können, weil die Glasplatte unterhalb des Objects gewöhnlich zu dick ist. Dieser Fall tritt z. B. bei dem Objectiv *F* von Zeiss ein. Es giebt auch hier zwei Hülfsmittel. Entweder schaltet man zwischen der Blendung *q* Fig. 15 Taf. VI und dem Object noch eine starke, aplanatische Linse ein, welche innerhalb der Glasplatte auf dem Objecttisch ein Bild der Blendung entwirft. Dieses übernimmt alsdann vollständig die Rolle der letzteren und kann dem Object selbstredend beliebig genähert werden. Sollte dieser Weg zu complieirt und unbequem erscheinen, so hilft man sich mit demselben Erfolg dadurch, daß man bei sehr starken Objectiven nur zwischen zwei dünnen Deckgläsern beobachtet.

Obgleich nun das höchst einfache Verfahren, wie es oben beschrieben wurde, namentlich bei sehr durchsichtigen Membranen überraschende Wirkung zeigt, so kann ich nicht unterlassen, nochmals darauf aufmerksam zu machen, daß eine Empfindlichkeit, wie sie für die in meinen »Beobachtungen« beschriebenen Versuche gültig ist, nicht erwartet werden darf, in sofern nämlich bei Letzteren die große Entfernung von dem Beobachtungsobject bis zur analysirenden Vorrichtung eine nicht zu übersehende Rolle spielt. Dies beweist folgender Versuch. Läßt man unter dem Mikroskop zwei Tropfen von verschieden dichten Flüssigkeiten zwischen planen Glasplatten zusammenrinnen, so

sieht man selbst mit der Schiebervorrichtung kaum eine Spur von Bewegungserscheinungen, welche beim Vermischen auftreten. Der Schlieren-Apparat im Grofsen zeigt aber beim Vermischen von Flüssigkeiten in trogartigen Gefäfsen mit planen Wänden selbst dann die Schlieren mit Leichtigkeit, wenn der Dichtigkeits-Unterschied ein unmeßbarer ist. Wollte man aber beim Mikroskop den Schieber weiter vom Objectiv entfernt in den Tubus verlegen, so würde, wie sich leicht übersehen läfst, das beleuchtete Gesichtsfeld im Ocular auf eine sehr kleine Fläche zusammenrücken, was wiederum grofse Unbequemlichkeit zu Gefolge haben müfste. Allerdings liefse sich der Schieber bei starken Ocularen ohne Störung bis in etwa die Mitte des Tubus verlegen. Allein leider ist bei den meisten jetzigen Mikroskopen die mechanische Einrichtung dieser Verlegung hinderlich. Ferner existirt beim Mikroskop noch eine Quelle der Ungenauigkeit, welche sich leider wohl schwerlich wird beseitigen lassen. Die Empfindlichkeit der Methode würde nämlich trotz der kleinen Entfernung des reellen Bildes d' *Fig. 14 Taf. VI* vom Objectiv eine fast unbegrenzte seyn, wenn dieses Bild absolut fehlerlos wäre. Nun sind aber bekanntlich die Objectivsysteme von grofser Oeffnung nur für den Fall corrigirt, dafs das Bild im Tubus einen zur Brennweite verhältnifsmäfsig sehr grofsen Abstand hat, welcher Bedingung das Bild d' c' nicht mehr genügt.

Eine eigenthümliche Bemerkung ist mir bei der Prüfung der Beobachtungen an *Diatomeenpanzern* aufgefallen. Das von mir benutzte Zeifs'sche Mikroskop löste mit gerader Beleuchtung die Längsstreifen von *Navicula angulata* sehr deutlich, schwieriger die äufserst feinen Querstreifen. Wird nun der Schieber so vorgeschoben, dafs seine Kante *parallel* mit den Längsstreifen des Objectes steht, so verschwinden diese letzteren schon längst, bevor das Gesichtsfeld sich sichtlich verdunkelt, während die Querstreifen überraschend deutlich werden, obgleich sie zur Schieberkante rechtwinklich stehen. Man sollte das Umgekehrte vermuthen, wenn man den Gang der irregulären Strahlen

unter der Voraussetzung verfolgt, daß sich die Streifen etwa wie schwache Cylinderlinsen verhalten. Ganz analoge Beobachtungen habe ich an *Pleurosigma angulatum* und *Hipparchia Janira* gemacht. Ich gestehe, daß ich den Schlüssel zu dieser auffälligen Erscheinung nur in der Vermuthung finden kann, daß die zarte Zeichnung jener Objecte sich nicht auf linsenförmige Elemente der Oberfläche zurückführen läßt.

Daß man die practische Ausföhrung der Beobachtungen auch noch auf andere Weise modificiren kann, versteht sich von selbst. So konnte man bei den Mikroskopen, deren Blendung, wie es oft der Fall ist, auch eine seitliche Verschiebung zulassen, die Schieberkante im Tubusrohr ruhen lassen, dafür aber die Blendung bewegen. Der Erfolg ist der nämliche. Ferner kann bei solchen Mikroskopen, welche keine besondere Blendung besitzen, das verkleinerte Bild des Spiegels im Tubus das reelle Bild der Blendung vertreten. Hierbei ist es ziemlich gleichgültig, ob der Spiegel im Bilde kreisförmig, oder elliptisch erscheint. Jedoch dürfte bei Weglassung der Blendung die Einstellung des Bildes in die Schieberebene meistens große Schwierigkeiten haben.

Es kommen zuweilen Fälle vor, in denen ganz zufällig die Bedingungen erfüllt sind, welche bei der Abblendung durch die oben besprochene Schiebervorrichtung gefordert werden. So kam mir ein Instrument von Petitpierre in Berlin unter die Hand, welches, obgleich im Allgemeinen von nur mittelmäßiger Leistung, Stärkekörnchen in Canadabalsam bei schiefer Spiegelstellung fast ebenso stark schattirt zeigte, als andere Instrumente nach Anbringung des Schiebers. Bei genauerer Untersuchung zeigte sich, daß im Tubus in einiger Entfernung über dem Objectiv eine kleine Blendung angebracht war, welche bei der stärksten Vergrößerung (mit drei Objectivlinsen) ziemlich genau mit dem reellen Bilde des Beleuchtungsspiegels zusammenfiel. Bei seitlicher Stellung des letzteren war also eine Abblendung in günstigstem Sinne möglich. Ferner bestehen

die schwächsten Systeme von Zeiss und Bénéche aus zwei ziemlich weit von einander getrennten Linsen. Es ist alsdann möglich, daß das reelle Bild des Spiegels gerade in die Ebene der oberen Linse fällt. Auch hierbei wird man Stärkekörnchen in Canadabalsam bei seitlicher Spiegelstellung im ganzen Gesichtsfelde schattirt erblicken, da in diesem Falle die Fassung der oberen Linse den Schieber vertritt.

Es könnte auf den ersten Blick vortheilhaft erscheinen das zweite reelle Bild $c'' d''$ Fig. 14 Taf. VI oberhalb des Oculars zur Anbringung des Schiebers zu benutzen, da dasselbe so bequem zugänglich ist. In der That, wenn man dasselbe durch ein mattes Glas aufsucht und eine geeignete Schiebervorrichtung anbringt, so erscheinen Stärkekörnchen, Oeltropfen etc. lebhaft schattirt. Allein folgende Gründe wägen obigen Vorzug mehr als vollkommen auf.

- 1) Das Auge muß sich zu sehr vom Ocular entfernen, wodurch man im Allgemeinen das Gesichtsfeld nur theilweise überblicken kann. Auch ist eine jede Manipulation dicht vor dem Auge sehr unbequem.
- 2) Das Bild $c'' d''$ ist gewöhnlich viel kleiner, als $c' d'$ (Fig. 14). Die Größe des Bildes ist aber bei Anwendung einer und derselben Blendung ein wesentlicher Factor für die Empfindlichkeit.
- 3) Die Fehler in der sphärischen und chromatischen Correction des Oculars treten mit auf und dies ist der Grund, warum man die schattirten Bilder in diesem Falle verwaschen und sehr lebhaft gefärbt erblickt.

Es ist nun zum Schluß noch der Nachweis zu liefern, warum sich bei sehr starken Objectiven von großem Oeffnungswinkel durch bloße schiefe Stellung des gebräuchlichen Beleuchtungsapparates die oben besprochene lebhaft Schattirung zarter Objecte meistens gar nicht, oder nur unvollkommen erreichen läßt; ferner ist zu erörtern, weshalb die sogenannte schiefe Beleuchtung nie eine gleich starke Schattirung in allen Theilen des Gesichtsfeldes ver-

anlassen kann. Wenden wir uns zu dem Ende zunächst zu den Vorgängen bei gerader Beleuchtung, so bedeute *op* Fig. 18 Taf. VI ein als Convexlinse wirkendes Element des Objects, welches sich gerade in der Mitte des Gesichtsfeldes befindet. Es sey ferner dieses Element verschwindend klein gegen seinen Abstand vom Objectiv sowohl, als von der Blendung, so kann man annehmen, daß das Objectiv *mn* von allen Punkten des Elementes gesehen unter gleichem Winkel ω , desgleichen die Blendung unter dem constanten Winkel δ erscheint. ω ist bedeutend größer als δ vorausgesetzt, wie es bei starken Objectiven allerdings durchgehends der Fall ist. Wenn nun das Brechungsvermögen innerhalb *op* gar nicht von dem der Umgebung verschieden wäre, so würde das beleuchtende Strahlenbündel *so**t*, welches durch den Punkt *o* des Randes geht, ungebrochen zum Objectiv gelangen. Denkt man sich nun das Brechungsvermögen der Linse zunehmend, so wird das Büschel der Beleuchtungsstrahlen in *o* nach rechts abgelenkt werden, kann aber noch immer auf die Fläche des Objectivs fallen, so daß der Punkt *o* im mikroskopischen Bilde eben so hell erscheint als jeder andere Punkt des Elementes *op*. Es wird erst ein Dunklerwerden von *o*, also eine Schattirung des Bildes am Rande eintreten, wenn die Ablenkung nach rechts so stark wird, daß ein Theil des Strahlenbüschels durch den Rand *n* des Objectivs abgeblendet wird. Diese Gränze wird erreicht, sobald der Randstrahl *os* nach der Brechung in die Lage *on* kommt. Denn steigt das Brechungsvermögen von *op* noch weiter, so kann nur ein Theil der gebrochenen Strahlen ins Objectiv gelangen, der Punkt *o* wird somit im Halbschatten liegen. Bei noch weiterer Zunahme des Brechungsvermögens wird endlich das gebrochene Strahlenbündel *so**t* gänzlich neben der Objectivlinse hinausfahren. Diese zweite Gränze, bei welcher also *o* ganz dunkel erscheint, d. h. als im Kernschatten liegt, tritt ein, sobald selbst der Strahl *ot* so stark abgelenkt wird, daß er in der Richtung *on* ausfährt. Dieselbe Betrachtung gilt aber unter obigen Vor-

aussetzungen auch für den Punkt p (unter Mitwirkung des Randes m des Objectivs), kurz für den ganzen Rand der Linse op . Die Winkel son und ton bezeichnen also die Gräuzen, welche die Ablenkung erreichen muß, damit der Rand des linsenförmigen Objectes entweder ringförmigen Halb- oder Kernschatten zeigt. Bezeichnet man diese Gränzwerthe mit ϱ' und ϱ'' , so ergibt sich, da

$$son = 180^\circ - vos \text{ und}$$

$$vos = voh - soh = \frac{\omega}{2} - \frac{\delta}{2},$$

dafs für das Auftreten eines Halbschattens bei gerader Beleuchtung

$$\varrho' = 180^\circ - \frac{\omega - \delta}{2}.$$

Ferner ist:

$$ton = 180^\circ - vot \text{ und}$$

$$vot = voh + hot$$

also tritt Kernschatten auf, wenn

$$\varrho'' = 180^\circ - \frac{\omega + \delta}{2}.$$

Dieses sind im Wesentlichen dieselben Bedingungsgleichungen, welche schon Nägeli und Schwendener (*Das Mikroskop* S. 185 und 196) benutzt haben, um daraus die Vertheilung von Licht und Schatten im mikroskopischen Bilde kugelliger Objecte abzuleiten.

Diese Bedingungsgleichungen bleiben dieselben

- 1) Wenn das Objectiv einen kleineren Oeffnungswinkel als die Blendung hat, denn stellt man sich unter ω Fig. 18 Taf. VI den Oeffnungswinkel der Blendung, unter δ den des Objectives vor, so ist der Erfolg ganz derselbe, wenn in einem Falle ein von der Blendung aus construirter Strahl den Rand des Objectivs oder ein vom Objectiv rückwärts construirter Strahl den Rand der Blendung nicht mehr trifft.
- 2) Gelten dieselben Bedingungsgleichungen, wenn das Element op als Hohllinse wirkt, da in diesem Falle die Ablenkung bei o ganz in derselben Weise mit dem Rande m in Conflict kommt, wie vorher mit n .

Es wird somit bei gerader Beleuchtung eine Schattirung nie bei solchen Objecten eintreten, welche nur geringe Ablenkung der regulären Lichtstrahlen veranlassen. Nur in dem einen Ausnahmefalle, daß nämlich $\omega = \delta$, tritt Halbschatten bei der kleinsten Ablenkung des beleuchtenden Strahlenbüschels ein. In diesem Falle ist $\varrho' = 180^\circ$, d. h. die Gränze ist schon erreicht, wenn der Randstrahl os ungebrochen bei o durchgeht; er würde bei der geringsten Ablenkung nach rechts das Objectiv nicht mehr treffen. Für diesen Fall müßte also eine recht grofse Blendung mit großem Spiegel oder geeigneter Linsencombination benutzt werden. Allein abgesehen von der practischen Schwierigkeit, die Oeffnungswinkel von Blendung und Objectiv (von einem zwischen ungleich dicken Glasplatten liegenden Object gerechnet) genau gleich zu machen, ist dieser Fall bei den gebräuchlichen stärkeren Objectiven ganz unzulässig. Es würde nämlich alsdann die volle Oeffnung des Objectives von denjenigen Strahlenbündeln ausgefüllt werden, welche ohne Ablenkung durch das Object gegangen sind. Daß aber für solche volle Beleuchtung die stärkeren Objective nicht mehr aplanatisch sind, ist bekannt.

Gehen wir nun zu der mit dem gebräuchlichen Beleuchtungsapparat erzielbaren schiefen Beleuchtung über, so fragt es sich, in wiefern damit in solchen Fällen noch eine Schattirung des Objectes erzielt werden könne, wo die gerade Beleuchtung keine solche veranlaßt. Stellen wir uns wieder unter op Fig. 18 Taf. VI ein in der Mitte des Gesichtsfeldes befindliches Element des Objects vor, welches als sehr schwache Sammellinse wirkt, so erscheint dasselbe nach Obigem gleichmäfsig hell bei senkrechter Beleuchtung. Man kann sich nun jedenfalls den Beleuchtungskegel sot so weit um den Punkt o gedreht denken, daß der Randstrahl so nach der Brechung mit on zusammenfällt, selbst wenn ϱ nahezu $= 180^\circ$, die Ablenkung also fast verschwindend ist. Es müßte sich demzufolge unter allen Umständen Halbschatten zeigen, wenn man den Kegel sot so weit nach links dreht, daß so fast mit vo zusammenfällt. Nä-

hert sich ferner ot der Richtung ov hinreichend, so müßte unter allen Umständen Kernschatten entstehen, bevor sich das ganze Gesichtsfeld verdunkelt. Im ersten Falle müßte die Drehung der Axe ok um o nahe $= \frac{\omega - \delta}{2}$, im zweiten $= \frac{\omega + \delta}{2}$ betragen, wie die Figur von selbst ergibt. In der Praxis läßt sich dies erreichen durch seitliche Verschiebung der Blendung und gleichzeitig veränderte Spiegelstellung. Bei denjenigen Instrumenten jedoch, bei welchen die Blendung auf einem besonderen kurzen Tubus sitzt, ist durch die Dimensionen des letzteren eine Gränze gesetzt, wie ein Blick auf Fig. 15 Taf. VI zeigt. Eine grössere Neigung, als es der Linie qx entspricht, ist nicht möglich. Daher kommt es, daß z. B. bei den grösseren Zeiss'schen und Hartnack'schen Mikroskopen keine so schiefe Beleuchtung möglich ist, daß das obige Stärkepräparat bei den stärkeren Vergrößerungen auch nur Halbschatten erkennen ließe. Wollte man aber den Tubus unter der Blendung weglassen oder verkürzen, so würde man wiederum die großen Vortheile der verticalen Verschiebung ganz oder theilweise opfern. Aber selbst wenn sich den obigen Bedingungen durch Complication der mechanischen Einrichtung genügen ließe, so bleibt doch immer das versuchsweise Herumfahren mit seitlich gestelltem Spiegel und gleichzeitiger schiefer Stellung der Blendung eine sehr mühevollen und unsichere Arbeit, verglichen mit der äußerst bequemen Handhabung des Schiebers.

Die hervorgehobenen Momente ändern sich, wenn es sich um Elemente des Objects handelt, welche sich nicht mitten im Sehfeld befinden. Das letztere spielt in der That bei der schiefen Beleuchtung eine Rolle. Es sey yo Fig. 19 der Radius des kleinen Kreises, welcher bei gegebenem Objectiv und Ocular auf einmal übersehen werden kann, so daß sich also das linsenförmige Element op am Rande des Sehfeldes befindet. Der doppelte Radius yo kann überhaupt als Maass des Gesichtsfeldes betrachtet werden, wenn man nicht darunter den Winkel $2\gamma\omega = \gamma$

verstehen will, unter welchem der Kreis vom Radius yo vom Mittelpunkte des Objectivs aus erscheint. Dieser letztere Winkel ist aber offenbar gleich dem Winkel, unter welchem die Blendung des campani'schen Oculars vom Objectiv. aus und zwar durch die Collectivlinse gesehen erscheint. Der Winkel hingegen, unter welchem die Ocularblendung (oder deren Durchmesser) durch das (obere) Ocularglas erscheint, wird in einigen Schriften als »Gesichtsfeld« angegeben. Allein man sollte letzteren besser das *scheinbare*, ersteren das *absolute* Gesichtsfeld nennen. Beide Größen können natürlich auch in anderem, als Winkelmaafs ausgedrückt seyn. Stellt man sich nun vor, es sey in Fig. 19 Taf. VI zunächst wieder eine gerade Beleuchtung vorausgesetzt, so sind in diesem Fall die Bedingungen für das Entstehen eines Schattens bei o offenbar günstiger als in Fig. 18, da die Verbindungslinie von o mit dem Rande q des Objectivs weniger geneigt ist als in Fig. 18 die Linie on . Zum Auftreten des Halbschattens ist die nöthige Ablenkung durch den Winkel soq , für den Kernschatten durch den Winkel toq bedingt. Denkt man sich nun die Winkel nicht in Graden-, sondern in Bogenmaafs (also 180° durch π) ausgedrückt, so ist:

$$soq = \pi - vos \text{ und } vos = voh - \frac{\delta}{2}$$

ferner

$$voh = x o q = \arctg \frac{xq}{ox}.$$

Bezeichnet nun $R = uq$ den Halbmesser des Objectivs, $r = yo$ den Halbmesser des Gesichtsfeldes in Längenmaafs, so ist, wenn e den Abstand des Objectivs von der Bildebene ausdrückt,

$$\frac{xq}{ox} = \frac{R-r}{e}.$$

Es ist also der Gränzwertb des Ablenkungswinkels für das Auftreten des Halbschattens:

$$\varphi' = \pi - \left(\arctg \frac{R-r}{e} - \frac{\delta}{2} \right).$$

Für den Kernschatten findet sich in ähnlicher Weise:

$$\varrho'' = \pi - \left(\arctan \frac{R-r}{e} + \frac{\delta}{2} \right).$$

Setzt man näherungsweise voraus, daß der Halbmesser des Objectivs von allen Punkten des Gesichtsfeldes betrachtet unter gleichem Winkel $\frac{\omega}{2}$ erscheine, so ist:

$$\begin{aligned} x o q &= u o q - u o x \\ &= \frac{\omega}{2} - \frac{\gamma}{2}. \end{aligned}$$

Anstatt obiger Formeln erhält man also die Näherungswerthe:

$$\begin{aligned} \varrho' &= \pi - \frac{\omega - \gamma - \delta}{2} \\ \varrho'' &= \pi - \frac{\omega - \gamma + \delta}{2}. \end{aligned}$$

Es ergibt sich nun ganz von selbst, daß für alle Elemente des Objectes, welche zwischen o und y , also zwischen dem Rande des Gesichtsfeldes und der Mitte liegen, die betreffenden Werthe von ϱ' und ϱ'' variiren müssen, und zwar variiren dieselben zwischen dem obigen Resultat und dem früher für gerade Beleuchtung ermittelten. Dies heisst aber mit anderen Worten: Die günstigste schiefe Stellung von Spiegel und Blendung ist für *jeden Punkt des Sehfeldes eine andere* und muß für jeden besonders aufgesucht werden. Der Winkel γ darf neben ω und δ keineswegs als verschwindend angesehen werden. Er beträgt bei schwachen Ocularen oft 10° und darüber. Man kann sich nun leicht überzeugen, daß auch für alle anderen Methoden und Vorschläge, schiefe Beleuchtung zu erzielen, eine analoge Schlussfolgerung gilt. So wird z. B. bei theilweisem Zudecken des Objectivs oder der Blendung von der Seite her das günstigste Verhältniß für das Auftreten eines Schattens immer nur je eine Stelle des Gesichtsfeldes betreffen. Eine Ausnahme macht nur der einzige anfangs besprochene Fall, daß die Ablendung in der Ebene vorgenommen wird, in welcher das reelle Bild der Blendung entsteht.

Dafs in der That beim gewöhnlichen Beleuchtungsapparat Unterschiede in der Schattirung für die verschiedenen Punkte des Gesichtsfeldes existiren, lehrt eine Beobachtung, welche man mit mäßig starken Objectiven leicht anstellen kann, in auffälliger Weise. Entfernt man von dem schwächsten Zeiss'schen Objectivsystem (oder dem entsprechenden System von Bénèche) die vordere Linse, so erhält man ganz schwache Vergrößerungen. Setzt man dann in den Beleuchtungsapparat eine nicht zu grofse Blending ein, so gewährt das mehrfach besprochene Stärkepräparat bei gerader Beleuchtung alle Abstufungen der Schattirung in einem einzigen Bilde. In der Mitte des Gesichtsfeldes sieht man durchsichtige Stärkekörnchen* ohne Spur eines Halbschattens. Je näher die Körnchen dem Rande des Gesichtsfeldes liegen, desto deutlicher tritt allmählich Halbschatten und zuletzt kräftiger Kernschatten auf, was sich leicht erklärt, wenn man bedenkt, dafs in diesem Falle γ neben ω und δ eine sehr hervortretende Rolle spielt.

Läfst sich nach den vorausgegangenen Erörterungen nicht bestreiten, dafs die Methode der »Schlierenbeobachtung«, in der vorgetragenen Weise auf das Mikroskop angewendet, bei weitem nicht den Grad der Vollkommenheit und Empfindlichkeit erreichen kann, deren sich die Methode im Grofsen erfreut, so ist die Empfindlichkeit doch mindestens eben so grofs, als sie durch irgend eine Art von schiefer Beleuchtung erzielt werden kann. Ich glaube daher dem beschriebenen Schieberapparat den Vorzug vor allen jetzt bekannten Apparaten für schiefe Beleuchtung geben zu dürfen und zwar hauptsächlich aus zwei Gründen:

- 1) Die mit der Schiebervorrichtung versehenen Instrumente bedürfen nur eines höchst einfachen Beleuchtungsapparates für normales, gerade einfallendes Licht. Der sehr einfach zu handhabende Schieber gestattet mit grösster Bequemlichkeit, alle möglichen Phasen der sogenannten schiefen Beleuchtung schnell und si-

cher bei sonst ungeänderter Stellung aller Theile des Mikroskops hervorzurufen.

- 2) Die Wirksamkeit des Schiebers ist unabhängig vom Oeffnungswinkel des Objectivs, und namentlich betreffen die Veränderungen, welche das mikroskopische Bild erfährt, alle Punkte des Sehfeldes gleichzeitig und gleich stark, was der Schätzung über die räumliche Vertheilung des Objectes ganz entschieden förderlich ist.

Schließlich bemerke ich, daß sich die Methode der Schlierenbeobachtung unter den nöthigen Abänderungen auch als empfindliches Mittel zur Prüfung der Mikroskop-Objective auf sphärische und chromatische Abweichung oder sonstige Fehler benutzen läßt. Das hierbei einzuschlagende Verfahren ergibt sich ohne Weiteres aus den Andeutungen, welche ich in der schon mehrmals berührten Abhandlung gegeben habe.

V. *Einiges zur Kenntniss der chemischen Harmonica; von Ivan Branislav Zoch.*

(Im physikal. Laboratorium d. Universität Erlangen unter der Leitung des Hrn. Prof. Dr. W. Beetz ausgeführt.)

Dr. Sondhaus hat durch seine Versuche ¹⁾ mit der chemischen Harmonica nachgewiesen, daß die tönende Flamme nichts Anderes sey, als eine vibrirende Zunge. Da ich seine Versuche in der größten Mannigfaltigkeit wiederholte, wobei ich die weiter unten beschriebene Einrichtung meines Apparates, mit dem eine jede Röhre zum vollkommenen Tönen, ohne jede Nachhülfe, gebracht werden kann, benutzte, fand ich die meisten seiner Resultate richtig, bis auf das, was weiter unten besprochen wird. Ausserdem wurde ich noch anderer Beweise habhaft, aus denen klar

1) Poggendorff's Annalen 1860, Bd. CIX, S. 1 bis 43 und 426 bis 469.

hervorgeht, daß die chemische Harmonica nur eine Zungenpfeife sey. Da nun dieselben von allgemeinem Interesse seyn dürften, so glaube ich, sie veröffentlichen zu können.

Vorher will ich die Einrichtung meines Apparates, mit dem ich die Flammen erzeugte, beschreiben.

Ich fand, daß eine völlig verbrennende Flamme, deren Kern, den die Oxydations- und Reductionsflamme bildet, scharf begränzt ist, jede Klangröhre zum Tönen bringt. Dies beobachtete ich zuerst bei einem Bunsen'schen Brenner, der jede (größere) Klangröhre zum mächtigen Tönen brachte¹⁾. Weil man aber mit solchen Brennern die Versuche der chemischen Harmonica nicht machen kann, da bei einer kleineren Ausflußöffnung und größerer Länge des Rohres das Gas unten ausströmt, so stellte ich die Röhren so zusammen, wie es Fig. 6 Taf. VI versinnlicht. Bei *a* liefs ich Leucht-, Wasserstoff-, Schwefelwasserstoffgas usw., bei *b* aber Luft von einem Blasebalge einströmen; später, da ich fand, daß die größere Menge Luft und deren Druck den Ton erhöhe, brauchte ich, um mit constanterem Drucke zu arbeiten, ein Gasometer, das sehr gute Dienste leistete und die Flamme in gleicher Gröfse erhielt, bei der die Beobachtungen gemacht wurden.

Ich bestimmte auch das Volumverhältniß der Luft zum Leuchtgas und fand, daß sich Leuchtgas zur Luft wie 3:5 bis 6 verhalten muß, um die erfolgreichste Mischung zu geben.

Flammen auf diese Art erzeugt zeigen die Kerne sehr deutlich von einander begränzt, sie löschen schwierig aus und bringen eine jede kurze oder lange, ja sogar sehr weite und verhältnißmäßig kurze Klangröhre zum Tönen. Die Flamme kann groß oder klein seyn, dies ist für den Ton gleichgültig, da aber beim gewöhnlichen Experimentiren von

1) Mit der Ausarbeitung dieses Aufsatzes beschäftigt, bekam ich das neueste Heft von Pogg. Annalen (No. 1, 1866), wo ich aus einer Arbeit des Hrn. E. Reusch ersehe, daß er dieses Verfahren theilweise schon benutzte.

der Gröfse der Flamme die Temperaturerhöhung und hiermit der Luftzug, der, wie wir sehen werden, ein Hauptfactor ist, abhängt, so ändert sich dann natürlich auch der Ton. Darum ist es nothwendig, falls man den Luftzug nicht nach Belieben regeln kann, ein gewisses Verhältnifs der Flamme zur Klangröhre zu berücksichtigen. Diefs gilt auch bei einer Deckung der Röhren.

Wie aus dem Nachstehenden ersichtlich wird, hängt das Vibriren der Flamme von der *Verbrennung* und von dem *Luftzuge*, der durch die Klangröhren geht, ab. Bei einer Deckung geht dieser zuerst herauf, und kehrt wieder zurück, weshalb man bei der Deckung einen Ton leichter in der oberen als der unteren Hälfte bekommt.

Bei gleicher Verbrennung und gleichem Luftzuge, also bei denselben Vibrationen, oder wenn wir es mit der Zungenpfeife vergleichen wollen, bei gleich grofser Zunge, erhielt ich, wie auch Dr. Sondhaus, folgende Resultate. Denkt man sich die Klangröhre (ich wendete lauter Glasröhren an) der Länge nach (die Dicke hat auf den Ton keinen besonderen Einflufs) in die Hälfte $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ usw. getheilt, markirt jeden Theilstrich mit der entsprechenden Bruchzahl, so bekommt man, wenn man die Flamme in die Höhe der entsprechenden Theilstriche nach einander bringt, verschiedene Töne, und zwar: war der Grundton der Klangröhre C , so erhalten wir bei $\frac{1}{2} c$, bei $\frac{1}{3} g$, bei $\frac{1}{4} \bar{c}$, bei $\frac{1}{5} \bar{e}$, bei $\frac{1}{6} \bar{g}$, bei $\frac{1}{7} \bar{i}$ und bei $\frac{1}{8} \bar{c}$, weiter wollte der Versuch nicht gehen, doch erhielt ich bei $\frac{1}{16} \bar{c}$. Aus dieser Reihe ist ersichtlich, dafs die Flamme stets nur multiple Schwingungen ihrer ursprünglichen Schwingung (des Grundtones der Röhre) zu erregen im Stande ist, gerade so wie es bei den Zungenpfeifen stattfindet. Umgekehrt nehmen wir eine Klangröhre, die mit der Flamme als Grundton z. B. das \bar{c} giebt, so wird der Ton bei dem Verlängern der Klangröhre schleichend nach und nach höher, sobald wir aber durch das Verlängern die Röhre auf das Doppelte der ur-

sprönglichen Länge bringen, springt der Ton augenblicklich auf c über.

Besser kann man dieses Gesetz darthun, wenn man eine Röhre hat, die z. B. das C giebt, dann eine die $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc. so lang ist. Setzt man diese Röhren nacheinander auf dieselbe Flammenzunge, so kann man mit der größten Reinheit die oben angegebene Reihe der harmonischen Töne erhalten.

Da diese Gesetze ganz analog den Gesetzen der Zungenpfeifen¹⁾ sind, so kann man mit der vollkommensten Sicherheit den Satz aufstellen, daß die chemische Harmonica eine Zungenpfeife ist.

Bei diesen Versuchen benutzte ich nie die von Dr. Sondhaus angegebenen Stopfungen der Ausflusssäule, woraus hervorgeht, daß diese nicht nothwendig sind. Ich überzeuete mich, daß die Oscillationen in der Ausflusssäule nur Folgen der Schwingungen der Flammen sind, und daß man die ersteren nur durch eine sehr lange Stopfung, die jedesmal dem Drucke, unter welchem sich das Gas befindet, proportionirt seyn muß, vernichtet. Zu diesem Zwecke verwendete ich, wie Dr. Sondhaus angiebt, Baumwollstopfungen, später Stopfungen von dünnem Sande.

Um mich zu überzeugen, ob die Luft unterhalb der Stopfung noch schwinde, konstruirte ich ein Membranmanometer, ungefähr wie sie König bei seinen Interferenzpfeifen braucht. Dieses Manometer besteht (Fig. 7 Taf. VI A) aus zwei hölzernen Scheiben von 5^{cm} Durchmesser und 1½^{cm} Dicke a und b , innerhalb sind diese Scheiben ausgehöhlt, wie dies B versinnlicht; in der Scheibe a ist ein Röhrrhen c in der Scheibe e und d eingekittet. Zwischen den beiden Scheiben befindet sich eine feine Kautschukmembrane, welche das bei e einströmende Gas gegen c abschließt, diesem aber alle durch die Röhre c auf die Membrane einwirkenden Schwingungen mittheilt, welche man mittelst eines rotirenden Spiegels an dem Flämmchen f beobachten kann. Ist die Membrane fein genug,

1) Siehe Bindseil's Akustik, Potsdam 1839.

so kann man sehr deutlich, selbst die schwächsten Schwingungen wahrnehmen. Uebrigens that ein zweites Manometer, dessen Membrane ein Stück eines Kautschukballons (nicht zu stark gespannt) bildete, fast dieselben Dienste.

Die Ausflusssäule war so geformt, wie es Fig. 8 Taf. VI zeigt, bei *b* strömte das Gasgemenge ein, bei *c* war das Manometer angebracht, der Raum *ad* wurde aber mit dünnem Sande gefüllt. Eine Schicht von 4^{cm} Dicke, durch einen Baumwollstöpsel gehalten und bis an die Spitze geschoben, störte das Tönen gar nicht, und die Manometerflamme zeigte dieselben Schwingungen wie die tönende. Die Schicht von 7^{cm} Dicke schwächte die Schwingungen gänzlich, das Manometer gab nichts an; nun liefs ich aber das Gas unter einem höheren Drucke durchströmen, und siehe, die Pfeife tönnte, das Manometer gab wieder Schwingungen an.

Bei einem Drucke von 18^{mm} (eines Wassermanometers) war eine Stopfung von ungefähr 20^{cm} nothwendig, um die Schwingungen gänzlich zu vernichten. Da ich die Angaben des Dr. Sondhaus, der die Stopfung von einigen Centimetern, ohne Angabe des Druckes, für hinreichend erklärt, nicht richtig fand, so ist schwer zu glauben, daß die Schwingungen bei seinen Stopfungen gänzlich abgeschnitten waren, hingegen konnte die Stopfung das Bilden von Knoten des schwingenden Gases, das sich in der Woulf-schen Flasche befand, befördern, und so das Tönen der Klangröhren, die ein Multiplum von $\frac{1}{2}$ Wellenlängen des durch Stopfung abgeschlossenen Raumes der Ausflusssäule hatten, erleichtern: diejenigen Klangröhren, die aber kein Multiplum der entsprechenden $\frac{1}{2}$ Wellenlängen waren, konnten natürlich nicht (oder nur sehr schwer) tönen, so entstanden die Tongruppen, die Hr. Dr. Sondhaus anführt, und die das Ausgesprochene beweisen. Sobald man die Länge der (in Dr. Sondhaus Tabellen)¹⁾ Klangröhren mit den entsprechenden $\frac{1}{2}$ Wellenlängen vergleicht, ersieht man, daß auch bei verschiedenen Ausflusssäulen, wenn nur

1) Pogg. Ann. 1860, Bd. CIX, S. 32 und folgende.

die Klangröhren richtig angepaßt waren, die entsprechenden Töne entstanden. Da ich, wie schon oben gesagt, durch die Stopfung oder das Verschieben derselben, keine besondere Aenderung des Tones bekam, und die oben entwickelten Gesetze ohne dieselbe sehr gut beobachten konnte, so ließ ich sie als nebensächlich fallen.

Weil die tönende Flamme gleich einer Zungenpfeife entsprechende Schwingungen bewirkt, so muß sowohl die Luftsäule oberhalb der Zunge, als auch unterhalb derselben schwingen, vernichtet man diese Schwingungen, oder eine von beiden, so kann kein Ton entstehen. Das analoge findet man bei der Zungenpfeife. Eine durch einen Blasebalg zum Tönen gebrachte Zungenpfeife bringt die Luft des ganzen Blasebalges in Schwingungen, was man durch ein oben erwähntes Manometer leicht nachweisen kann; und doch hat diese schwingende Luft keinen besonderen Einfluß auf den Ton, der im Gegentheile immer derselbe bleibt, mag der Blasebalg ganz oben oder unten seyn. Eine Veränderung des Tones, die doch während des Sinkens des Blasebalges entsteht, rührt von dem verschiedenen Drucke her, wovon man sich überzeugen kann durch das Vergleichen eines Blasebalges mit einem Gasometer. Beim Sinken des Blasebalges wird der Ton höher, beim Sinken des Wasserdruckes im Gasometer tiefer, wo er doch höher seyn sollte, falls die im Gasometer sich befindende Luft auf ihn einen Einfluß üben sollte, da sich diese verringerte. Die Aenderung hängt also durchaus vom Drucke ab. Sollte die Luft im Blasebalge einen Einfluß auf den Ton üben, so wäre man schwerlich im Stande eine Orgel zu stimmen, oder sie bei derselben Stimmung zu erhalten, da beim Treten der Bälge die schwingende Luftmasse sich stets ändert.

Dafs die unterhalb der Zunge (Flamme) schwingende Luft keinen Einfluß auf den Ton hat, erkläre ich mir dadurch, dafs die grofse Luftmasse immer ein Multiplum der $\frac{1}{2}$ Wellenlängen ist, was auch für eine Schwingung entstehen mag, oft bleibt wohl ein Rest übrig, der auch manch-

mal zu hören ist, indem der Ton, selbst beim Sinken des Blasebalges für eine kurze Zeit tiefer wird. Diese Schwankungen des Tones kann man auch bei einer Zungenpfeife beobachten.

Stopft man die Zuflußröhre einer Zungenpfeife mit Baumwolle, so hört sie auch zu tönen auf; es wird aber Niemand behaupten wollen, daß die Entstehung des Tones von den Oscillationen der in der Zuflußröhre sich befindenden Luft abhängt, im Gegentheil, diese werden erst durch die Schwingungen der Zunge erzeugt, welche nicht schwingt, sobald entweder die unterhalb oder oberhalb der Zunge sich befindende Luftsäule nicht mitschwingen kann.

Durch das Verkürzen der Zunge bei einer Zungenpfeife oder durch starkes Anblasen kann man die harmonischen Töne der ersten Octaven hervorrufen. Dasselbe geschieht bei der chemischen Harmonica, und dürfte auch ein Beleg dafür seyn, daß dieses so lange Zeit unerklärte Phänomen das der Zungenpfeife sey. Eine Flamme (am besten in der oberen Hälfte der Klangröhre tönend) ändert ihren Ton, sobald ein stärkerer Luftzug durch die Klangröhre getrieben wird, und zwar ganz analog dem eben Erwähnten. Wenn sich die Flamme an einer und derselben Stelle in der Klangröhre befindet, so können, falls dieselbe doppelte, dreifache etc. Schwingungen macht, als ursprünglich, alle entsprechende harmonische Töne entstehen, was auch stattfindet. Eine vollkommen gleichmäßig brennende Flamme, macht bei einem immer stärker werdenden Luftzuge, der durch die Klangröhre geht, eine Reihe der harmonischen Töne durch, und springt dann auf den ursprünglichen Ton wieder zurück. Die Erscheinung beobachtete ich mit dem Fig. 9 Taf. VI abgebildeten Apparate. Die Klangröhre hat unten einen Verschluss aus gut schließendem Kork, durch den bei *c* die Ausflußröhre geht, an welcher das Ganze nach oben oder unten verschoben werden kann, bei *a* tritt der zugeführte Luftstrom ein. Bei gleichmäßiger Steigerung des Luftzuges bei *a*, wird der Ton erst langsam und schleichend höher, auf einmal springt die Flamme, die Kno-

ten werden geändert, und es ertönt der nächstfolgende harmonische Ton, dieß wiederholt sich mehrere Mal (5 — 6), zuletzt wenn der höchste Ton erreicht worden ist, springt die Flamme nochmals, und giebt den tiefsten, wobei sie dann, falls man den Luftzug noch mehr vergrößert, auslischt. Das Wechseln der Knoten ist etwas früher zu sehen, als der entsprechende Ton erfolgt. Dieses Experiment beweist nicht nur, daß die chemische Harmonica eine Zungenpfeife sey, sondern auch, daß der durch die Klangröhre geführte Luftstrom für die Entstehung und Beschaffenheit des Tones ein mächtiger Factor ist. Ohne Luftzug verlischt jede Flamme; ist ein Luftzutritt möglich, aber zu klein, so tönt die Flamme nicht. Die Geschwindigkeit des Luftzuges muß größer seyn, als die des ausströmenden Gases, was die Messungen, obwohl sie auf keine große Genauigkeit Anspruch machen können, doch stets bestätigten. Nicht uninteressant wäre es, dieses Verhältniß, welches für die einzelnen Töne wechselt, auszumitteln, was jedoch ohne sehr genaue Apparate nicht zu machen ist.

Wurde die Flamme zwischen zwei aliquote Theile der Klangröhre gebracht, so gab dieselbe bei einem gewissen Luftzuge zwei deutlich wahrzunehmende Töne, welche Stöße gaben, die man beim Analysiren mit einem rotirenden Spiegel sehr schön und äußerst deutlich sah. Sie entsprachen verschiedenen Verhältnissen, am meisten erscheint das Verhältniß 1 : 2 und 2 : 3, sehr oft auch ein kleineres, so daß man es manchmal nicht ganz genau bestimmen konnte. Die Flammenbilder erscheinen gerade so wie bei König's Interferenzpfeifen, wenn das zu den beiden Pfeifen gehende Gas aus einem Brenner brennt.

Der Hauptzweck meiner Arbeit ist: die Ursache der Schwingungen mittelst Flammen, also das Tönen, Flackern, Sausen z. B. bei der Glasbläserlampe, dem Löthrohre, dem Bunsen'schen Brenner usw. zu entwickeln. Pisko hat¹⁾ nicht nur die Geschichte der chemischen Harmonica, sondern auch alle bis jetzt herrschenden Theorien zusammen-

1) Neue Apparate der Akustik, Wien 1865.

gefaßt, die meisten davon sind widerlegt worden bis auf die neuesten von Dr. Sondhaus, der als Ursache der primitiven Schwingungen die bedeutende Temperaturerhöhung ansieht, und von Graulich und Weifs, die die Entstehung der Schwingungen durch Volumänderungen, welche durch die Verbrennungsproducte der Gase hervorgebracht werden, wobei auch der Luftzug mitwirken kann, erklären.

Beim Blasen in eine Flamme flackert dieselbe, es entstehen Schwingungen, welche man in einem rotirenden Spiegel beobachten kann; sie sind natürlich unregelmässig. Stellt man es so an, daß der Luftzug die Flamme nach einer Richtung gleichmässig trifft, so geräth diese in vollkommen gleichmässige Schwingungen, die man mit dem rotirenden Spiegel analysiren kann.

Auf diese Art hätten wir die Zunge der chemischen Harmonica für sich isolirt. Fig. 10 Taf. VI zeigt eine solche Zunge: *bd* ist das Ausflufsrohr der Fig. 6. Führt man bei *a* einen Luftstrom ein, und befindet sich *bd* vollkommen in der Mitte der Röhre *cf*, so wird die Flamme ganz ruhig brennen, analysirt man sie aber, so zeigt sie Schwingungen. Sondhaus erwähnt auch, daß die Flamme bei einem Luftzutritte für sich selbst töne, ich fand wohl ein Schwirren, dessen Ton auch bestimmbar ist, aber einen reinen Ton nie.

Hieraus geht ebenfalls hervor, daß der Luftzug diejenige Kraft ist, die den Ton hervorbringt. Soll überhaupt eine Schwingung entstehen, so müssen zwei Kräfte wirken, von denen eine momentan, die zweite stetig, oder beide stetig seyn können, z. B. wirken bei tönenden Saiten eine momentane und eine stetige Kraft, bei Labialpfeifen zwei stetige. Auch bei der chemischen Harmonica wirken zwei solche Kräfte, die eine ist der *Luftzug*, die andere das *Verbrennen*. Durch den Luftzug, mag er nun durch die Temperatur der Flamme selbst, oder auf eine andere Weise hervorgebracht werden, wird die Ausströmung des Gases befördert, wodurch der Raum in der Ausflufsrohre etwas verdünnt wird, die Flamme verlängert sich, der oberste

Theil des Gases (oder beim Verlöschen, wenn der Strom zu groß war, das ganze) verbrennt, und zwar früher, als noch das Gas nachströmen kann, um wieder dieselbe Flamme zu erzeugen, da es an Dichte abgenommen hat; durch das aus dem Behälter nachströmende Gas wird die Dichte wieder dieselbe, der Luftzug verlängert wieder sogleich die Flamme, welche verbrennt und so eine stehende Schwingung hervorruft. Demgemäß haben wir eine doppelte Flamme zu unterscheiden, die *obere*, die durch das abwechselnde Brennen und Verlöschen Volumänderungen, wie es Graulich auffasste, hervorbringt, und die *untere*, die das intermittirende Entzünden des oberen Theiles ermöglicht. Bei stärkerem Luftstrome unter sonst gleichen Umständen werden natürlich die Intermittenzen schneller, und wir erhalten, wie oben erwähnt, einen höheren Ton. Werden die Intermittenzen so groß, daß die ganze Flamme schwingt, so erlischt sie leicht, da die Volumänderung bis zur Spitze der Ausflußöffnung geht.

Auf diese Weise ist es mir gelungen auch mit Schwefelwasserstoff eine jede Klangröhre zum Tönen zu bringen. Leitet man nämlich in den Apparat Fig. 9 Taf. VI bei *a* Schwefelwasserstoff ein, indem man die Röhre, durch die die Luft zuströmt, bis zur Ausflußöffnung verlängert und und diese erweitert, da sonst das Gemisch schlecht brennt, so entsteht eine Flamme wie sie Fig. 11 versinnlicht. Der obere Theil *a* erzeugt die Schwingungen, der untere *b* hingegen dient zu dem nacheinanderfolgenden Entzünden des Theiles *a*.

Als schlagender Beweis für meine Theorie dürfte das folgende Experiment dienen. Aus einem gemeinschaftlichen Behälter *A* in Fig. 12, der bei *a* mit Leuchtgas gespeist wird, gehen zwei Röhrchen *bc* und *dc* mit verschiedenen Ausflußöffnungen heraus, bei denen dann das Gas ausströmt. Zündet man es an und hält eine Röhre über die größere Flamme, so giebt diese keinen Ton, ebenso die kleine, weil sie auslischt, wohl entsteht er aber, wenn die Röhrchen die Lage, wie es Fig. 12 zeigt, haben, und über ihnen sich

eine Klangröhre befindet. Dabei zeigt die große Flamme keine Schwingungen, hingegen schwingt die kleine und bewirkt den Ton.

Stellt man die kleine Flamme in eine solche Entfernung, daß das bei *c* ausströmende Gas nur nach einer längeren Zeit zum Entzünden kommt, und giebt nun eine Klangröhre darüber, so kann man sehr gut beobachten wie die kleine Flamme sich in Zwischenräumen entzündet, und wieder ganz verlöscht und so die Zunge bildet. Dasselbe findet statt, wenn man die kleinere Flamme über die größere stellt. Hat man nur eine kleine Flamme, und es befindet sich an der Ausflußmündung ein, durch eine Batterie im Glühen erhaltener Draht, so sieht man dasselbe Phänomen, nur muß man, da die kleine Flamme oft den nöthigen Luftstrom nicht erzeugen kann, einen solchen durch einen Blasebalg bewirken. Die Construction mit zwei Flammen oder Platindraht wäre für die Collegienversuche zu empfehlen, da man damit nicht nur die oben erwähnten Gesetze, sondern auch die Ursache des Tönens darthun kann. Die im neusten Hefte dieser Annalen angeführte Construction des Brenners von Prof. E. Reusch beruht ebenfalls auf diesem Principe, erstens werden die Flammenkerne durch das Mischen des Gases mit der Luft getrennt, und zweitens bewirkt das eingeführte Netz, welches glühend wird, das Entzünden und verhindert so das gänzliche Auslöschen.

Man ersieht nun, daß die Schwingungen durch ein rasch nacheinander folgendes Brennen und Verlöschen, welches durch den Luftzug hervorgebracht wird, entstehen.

Die Schwingungen kann man auch sehr gut beobachten, wenn man in Fig. 9 Taf. VI bei *a* sehr wenig Luft zuströmen läßt, die Flamme auslöscht und dann eine Flamme über die Klangröhre hält. Das ausströmende Gas zündet sich von oben an, wodurch es leichter werdend, durch den Luftzug schnell fortgerissen wird und verbrennt; dabei wurde die nächste Schicht weniger dicht, ihre Expansion für die vorhandene Temperatur ist zu groß, sie zieht sich zusammen und kann nicht früher entzündet werden, als bis

das nachströmende Gas Alles ausgleicht, darauf folgt wieder derselbe Vorgang und es entstehen stehende Schwingungen, die wir, weil sie weit langsamer sind, sehr gut beobachten können. Auf denselben Principien beruht das Poltern des Feuers im Ofen, oder in einem Rauchfangfeuer. Daraus erklärt man sich auch das Flackern der Flamme sehr leicht: durch den hineingeblasenen Luftstrom, der die Gasausströmung und Verbrennung befördert, entstehen in dem Gase Ungleichheiten an Dichte ähnlich wie bei der tönenden Flamme, aber unregelmäßig, welche dann verschiedene Mengen Sauerstoff verbrauchen, und die Luft in Schwingungen versetzen, kurz durch den Luftzug ist ein stellenweises Brennen und Nichtbrennen bedingt, was die Analyse bestätigt.

Hiermit wäre die Theorie der schwingenden Flammen gegeben und, liesse nur noch zu wünschen übrig, daß man die zwei Factoren, von denen die Schwingungen abhängen, den erzeugten *Luftzug* und die *Verbrennung*, oder die dadurch entstehende Verdünnung des Gases, die das momentane Auslöschen bedingt, in Rechnung brächte, woraus man dann auch die Anzahl der Schwingungen ermitteln könnte; leider ist dies nicht gut ausführbar, da diese Größen schwierig zu handhaben sind.

Hierauf will ich noch kurz einige Daten anführen die ebenfalls Belege der oben entwickelten Theorie sind.

1. Glühende Kohlentheilchen oder in die Flamme hineingeblasener Cigarrenrauch, wie auch Schwefeltheilchen bei Schwefelwasserstoff verhindern oder erschweren das Tönen, was nach der Theorie der Temperaturerhöhung nicht stattfinden sollte. Ich erkläre es dadurch, daß hierbei die Flammentheile mehr oder weniger in einen übergehen; auch erfolgt dadurch die Verbrennung des oberen Theiles nicht rasch genug, so daß das Tönen geschwächt oder verhindert wird.

2. Bei schneller Rotation der Ausflusssäule, kann die Flamme nicht schwingen, weil der durch die Klangröhre durchgehende Luftstrom dadurch auf die Flamme wirkungs-

los wird, da sich bei der Rotation eine Fliehkraft entwickelt, welche der Kraft des durchströmenden Luftstromes das Gleichgewicht hält. Weil nun dieser die Flamme nicht afficiren kann, so tönt sie nicht.

3. Um mich zu überzeugen ob der Ton durch die Temperaturerhöhung entstehe oder nicht, leitete ich in glühenden Eisenröhren erhitzte Luft durch die Klangröhre, indem ich diese selbst durch mehrere Gasbrenner zum Glühen erhitze; der Ton war höher in Folge der heißen Luft, aber nicht schwächer.

4. Große und kleine Flammen haben keinen Einfluss auf den Ton, sobald der Luftzug nicht von diesem abhängig ist, sondern nach dem Willen des Experimentators geändert werden kann.

5. Die dem Gase beigemengte Luft hat auf die Entstehung des Tones den Einfluss, dass sie die schwingende Flamme von der nicht schwingenden trennt, und bewirkt, dass diese schneller verbrennt als noch Gas nachströmen kann; auf die Beschaffenheit des Tones aber, dass die oscillirende Flamme bei einem größeren Luftverhältnisse kleiner wird, und dann leichter hohe als tiefe Töne hervorbringt.

6. Sollten die Schwingungen bloß durch die Temperaturerhöhung, wie bei glühenden Netzen entstehen, so müsste jede Flamme, selbst jede Schwefelwasserstofflamme, tönen oder wenigstens stets flackern, da doch die Bedingungen der Temperaturerhöhung gegeben sind.

7. Führt man ein dichtes Drahtnetz in den oberen Theil der Flamme, welches das intermittirende Entzünden des Gases nicht erlaubt, so tönt die Flamme nicht, obgleich durch das glühende Netz vielleicht noch eine größere Temperaturerhöhung stattfindet als sonst.

8) Unter den von mir gestellten Bedingungen tönt jede Flamme, jede Röhre, jedes Gas.

Schließlich will ich noch erwähnen, dass bei der Verbrennung der Kohle in einem Sauerstoffstrom, der durch die Klangröhre geleitet wird, ebenfalls ein Ton entsteht,

von dem es sich aber schwer behaupten läßt, ob er unter diese Phänomene, oder unter die durch Temperaturerhöhung entstehende zu rechnen sey. Im Allgemeinen ist es aber klar, daß das Tönen mittelst Flammen mit dem Tönen durch Erhöhung der Temperatur (Drahtnetze, Glaskugeln etc.) nicht identisch, ja sogar ganz verschieden ist; das Letztere ist noch ein Räthsel.

Erlangen, 5. März 1866.

VI. Ueber die Gültigkeit der äquivalenten Länge im einfachen Schließungsbogen der Batterie; von K. W. Knochenhauer.

Das Gesetz, das die Theilung des Batteriestromes umgekehrt proportional zu den äquivalenten Längen der Zweige erfolgt, setzt die Gültigkeit dieser Längen auch im einfachen Schließungsbogen voraus. Ich habe deshalb die Gültigkeit schon früher aus der Schlagweite nachzuweisen gesucht, bis zu welcher während der Entladung der Batterie die einzelnen Stellen des Schließungsbogens gelangen, nachdem ich gefunden hatte, daß auf einem homogenen Bogen die Schlagweite von der Innen- zur nicht isolirten Außenseite der Batterie (das sogenannte Gefäll) gleichmäßig abnimmt. Da jedoch diese Versuchsart namentlich bei längerem Schließungsbogen keine hinreichend scharfen Zahlenwerthe liefert, so wandte ich mich an Hrn. Dr. Feddersen mit der Bitte, eine Reihe Beobachtungen über die Oscillationsdauer anzustellen, wenn der Schließungsbogen aus Rollen in verschiedenen Combinationen besteht.

Nachdem derselbe meinen Wunsch zu erfüllen sich bereit erklärt hat, wurden 16 Rollen hergestellt, 8 größere (r') von 1 Fuß Durchmesser etwa und 8 um $\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser kleinere (r''), die in jene geschoben werden

konnten. Die Rollen aus starker Pappe wurden mit Bernsteinfirniß überstrichen und in gleicher Weise die grössern mit 32, die kleinere mit 33 Drahtwindungen überzogen, die wieder mit Firniß befestigt wurden. Auf je 4 Rollen r' und r'' liefen die Windungen rechts, auf den 8 anderen links herum. Sämmtliche Rollen wurden dann zu 4 Doppelpaaren vertheilt, von denen jedes eine rechts- und eine linksgewundene grössere und ebenso 2 kleinere umfasste. Der Kupferdraht war 1^{mm},246 stark ¹⁾. Die Rollen waren nicht ganz vollkommen gleich weit; die Länge des Drahts auf r' betrug im Mittel 33^m,532 (Min. 33^m,392 Max. 33^m,616), dazu die Enddrähte 85^{mm}, auf r'' im Mittel 33^m,022 (Min. 32^m,984 Max. 33^m,062), die Enddrähte 80^{mm}.

An einem Doppelpaar fand ich aus der mit dem Luftthermometer beobachteten Stromtheilung folgende äquivalente Längen (L):

Draht	L beob.	L ber.	Formel
r'	225,66	—	—
r''	220,08	—	—
$(r' \cdot r'' \alpha)$ gl.	871,09	855,10	$L = r' (1 + N') + r'' (1 + N'') + \alpha$ (1)
$(r' \cdot r'' \alpha)$ entg.	38,43	37,72	$L = r' (1 - N') + r'' (1 + N'') + \alpha$ (2)
$\left(\frac{r'}{r''}\right)$ gl.	211,83	213,48	$L = \frac{r' r'' (1 - N' N'')}{r' (1 - N') + r'' (1 - N'')} \quad (3)$
$\left(\frac{r'}{r''}\right)$ entg.	9,39	9,26	$L = \frac{r' r'' (1 - N' N'')}{r' (1 + N') + r'' (1 + N'')} \quad (4)$
$r' (r'' \alpha)$	36,61	36,51	$L = r' \left(1 - \frac{r'' N''}{r' + \alpha} N'\right) = r' - \frac{(r' N')^2}{r' + \alpha} \quad (5)$
$r'' (r' \alpha)$	35,96	35,60	$L = r'' - \frac{(r'' N'')^2}{r' + \alpha} \quad (6)$

Von den Zeichen bedeutet $(r' \cdot r'' \alpha)$ gl., dafs r'' in r' eingeschoben ist und der Strom durch beide Rollen hinter einander in gleicher Richtung fließt, von einer Rolle zur

1) In Rücksicht auf die früheren Versuche von Feddersen werde ich das Metermaafs gebrauchen.

andern durch den Draht $\alpha = 0^{\text{m}},650$ geleitet. In $(r'.r''\alpha)$ entg. geht der Strom ebenfalls durch beide Rollen hinter einander, doch in entgegengesetzter Richtung. $(\overset{r'}{r''})$ gl. und $(\overset{r'}{r''})$ entg. bedeuten eine Theilung des Stroms durch beide in einander geschobene Rollen als Zweige, wobei die Theilströme in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung durch die Windungen gehen. Bei $r'(r''\alpha)$ geht der Strom durch r' , während r'' durch α geschlossen ist; bei $r''(r'\alpha)$ ist r' geschlossen und der Strom geht durch r'' . In den Formeln ¹⁾ bezeichnen r' und r'' die aequivalenten Längen der beiden Rollen; N' ist der von r'' auf r' und N'' , der von r' auf r'' inducirte Nebenstrom, reducirt auf einen Bügel $=$ Null. Die Thermometerbeobachtungen gaben im Mittel $N' = 0,9075$ und $N'' = 0,9275$; die aus Formel (5) und (6) abgeleiteten Werthe waren $N' = 0,9049$ und $N'' = 0,9279$; sie wurden in Folge der Gleichung $r'N' = r''N''$ auf $N' = 0,9055$ und $N'' = 0,9285$ gestellt. Die übrigen Rollenpaare wurden nur in den Combinationen, welche kürzere Längen geben, untersucht und für tauglich befunden.

Hierauf wurden die Rollen nach Leipzig gesandt, und Hr. Dr. Feddersen benutzte sie in einem oder in mehreren durch Drähte α verbundenen Gliedern zur Bestimmung der Oscillationsdauer, indem er sie in einen constanten Schließungsbogen von $3^{\text{m}},9$ oder $4^{\text{m}},7$ Länge ²⁾ bei einer Batterie von 8 Flaschen einschaltete. Aus dem mir vollständig übersandten Material der Beobachtungen gebe ich die nachfolgende Zusammenstellung; t ist die Oscillationsdauer in Secunden als Mittel der unten einzeln angeführten Beobachtungen, L die von mir nach den obigen Daten berechnete Länge des Schließungsbogens, wobei ich für $(r'.r''\alpha)$ gl. die beobachtete, für die übrigen Combinationen die berechnete Zahl anwandte.

1) S. den Anhang zur Abhandlung. Sitzungsber. d. Wiener Academie Bd. 46, S. 1.

2) Die Schätzung der aequivalenten Länge der Appartheile kann nur annähernd richtig seyn.

Abtheilung	No.	Art der Glieder	Anzahl derselben	t	L
I	1	r'	1	0,0000 1186	232,6
"	2	r''	1	1173	227,1
II	3	$(r' \cdot r'' \alpha)$ gl.	1	0,0000 2287	877,6
"	4	"	2	3150	1635,0 (— 115,0)
"	5	"	4	4685	3515,3 (+ 22,7)
"	6	"	8	6570	6979,7
III	7	$(r' \cdot r'' \alpha)$ entg.	1	0,0000 0522	45,0
"	8	"	2	0726	82,7
"	9	"	4	1020	159,5
"	10	"	8	1431	313,6
IV	11	$\left(\frac{r'}{r'' \alpha}\right)$ gl.	1	0,0000 1162	220,0
"	12	"	2	1580	405,8 (— 28,7)
"	13	"	4	2310	868,8 (+ 5,7)
V	14	$\left(\frac{r'}{r'' \alpha}\right)$ entg.	1	0,0000 0304	16,2
"	15	"	2	0399	25,8
"	16	"	4	0541	45,7
"	17	"	8	0723	85,3
VI	18	$r'(r'' \alpha)$	1	0,0000 0516	43,2
"	19	"	2	0736	80,3
"	20	"	4	1012	154,7
"	21	"	8	1436	303,3

Zu No. 1) 1186 1180 1191 1185. 2) 1180 1180 1164 1166. 3) 227 233 226. 4) 314 316. 5) 470 467. 6) 655 659. 7) 0520 0527 0514 0527. 8) 0725 0734 0721 0723. 9) 1013 1027. 10) 1432 1422 1425 1445. 11) 1162 1165 1163 1159. 12) 1587 1580 1575 1573 1592 1595 1585 1571. 13) 2324 2330 2276. 14) 0304 0300 0303 0309. 15) 0394 0401 0400 0400. 16) 0534 0537 0553. 17) 0694 0735 0740. 18) 0507 0519 0515 0524. 19) 0741 0731. 20) 1002 1011 1024 21) 1434 1438 1435 1438.

Da die Formeln (1) bis (6) die mittelst des Thermometers und des Dynamometers erwiesene Annahme enthalten, daß der Nebenstrom ganz gleichartig mit dem inducirenden Strom sey, so fügte Feddersen noch eine Abtheilung Beobachtungen hinzu, in welchen er den über eine Lücke im schließenden Bügel gehenden Funken des

*) Bei der Stromtheilung verlängerte Feddersen r'' um α ; die Berechnung der Länge erfolgte demnach nach der vollständigen Formel $L = \frac{r' r'' [(1 + \lambda'_0)(1 + \lambda''_0) - N' N'']}{r'(1 + \lambda'_0 - N') + r''(1 + \lambda''_0 - N'')}$, worin $\lambda'_0 = \frac{\lambda'}{r'}$ und $\lambda''_0 = \frac{\lambda''}{r''}$, λ' und λ'' aber die Verlängerungen von r' und r'' sind.

inducirten Stroms (ind. F) und den Funken des inducierenden Stroms (prim. F) zugleich photographirte und aus beiden Abdrücken die Oscillationsdauer ableitete.

Abtheilung VII. No. 22. 2 Glieder r'' ; $t = 0,0000\ 1580$,
 $L = 418^m,7$ ($-28,7$).

No. 23. Die Rollen r' geschlossen durch einen Bügel
 $(r' \cdot r'' \alpha)$ gl. $+ 3^m,35$ K (Kupferdraht von 173^m
 Stärke).

prim. F . $t = 0,0000\ 1340$ }
 ind. F . $t = 0,0000\ 1360$ } $L = 295^m,6$ *) ($-28,7$)

No. 24. 1 Glied r'' und 7 Glieder $(r' \cdot r'' \alpha)$ gl.
 $t = 0,0000\ 6353$, $L = 6386,4$ ($+57,5$).

No. 25. r'' geschlossen durch $3^m,35$ K.

prim. F . $t = 0,0000\ 627$ }
 ind. F . $t = 0,0000\ 6285$ } $L = 6249,1$ *) ($+98,7$).

No. 22) 157 1586 1585. 23) 134 133 135 — 137 434 137
 24) 635 640 631.

Die nähere Betrachtung der beobachteten Werthe t zeigte, daß die aequivalente Länge der Drähte noch wegen Induction der Glieder auf einander zu corrigiren wäre. Feddersen hatte die Glieder auf folgende Weise gestellt:

$$\begin{array}{ccccc} - & 1 & - & 2 & - & 3 \\ - & 6 & - & 5 & - & 4 \\ & & & | & & | \\ & & & \sim & & \infty \end{array}$$

(bei 2 Gliedern nur 1. 2, bei 4 Gliedern 1. 2. 3. 4), wo die nächsten Windungen der Rollen 1. 2. 3 und 4. 5. 6, ebenso die nächsten Stellen der Windungen zwischen der ersten und zweiten Reihe um 18^m von einander entfernt waren, 7 und 8 über einander gehängt um 3^m aus einander standen. Hier störten sich hauptsächlich die zunächst

- 1) Die Länge in No. 23 und 25 wurde nach der allgemeinen Formel $L = r'' (1 - \kappa' N'')$ berechnet, worin r'' die vom Batteriestrom durchflossene Rolle oder Rollen bedeutet, $\kappa' = \frac{r' N'}{r' + \lambda}$ und λ der schließende Bügel von r' ist.

stehenden Glieder wie 1. 2 und 1. 6, doch hatte Feddersen die Richtung angemerkt, in welcher der Strom die Rollen umkreiste, mit + und —, je nachdem die Richtung zu Rolle 1 gleich oder entgegengesetzt war. Die Gröfse der Correction liefs sich also noch nachträglich feststellen.

Abtheilung VIII. 2 Glieder ($r' \cdot r'' a$) gl.

No. 26. Stellung T $t = 0,0000\ 3253$, $L = 1749^m,5$.

No. 27. Stellung — + — $t = 0,0000\ 3358$,

L ber. = 1864,3 Corr. + 114,8

No. 28. Stellung — — — $t = 0,0000\ 3144$,

L ber. = 1634,2 Corr. — 115,3

Mittel 115,0

No. 29. Stellung + — — $t = 0,0000\ 3274$,

L ber. = 1772,2 Corr. + 22,7.

No. 26) 3279 3237 3259 3223 3254. 27) 3369 3347. 28) 3166
3128 3132. 29) 3281 3259 3285 3270.

In No. 26 können die senkrecht gegen einander gestellten Rollen keine Induction auf einander ausüben; in No. 27 bei gleicher Richtung des Stroms durch beide Rollen wird die acquivalente Länge gröfser, in No. 28 bei entgegengesetzter Richtung kleiner. Die Correction wurde nach der Formel $t = m\sqrt{L}$ berechnet, wozu No. 26 $\log m = 0,89083 - 7$ gab. In No. 29 ist die Correction gering, somit liefs sich die Stellung der Glieder 7. 8 annähernd berücksichtigen. Die Correction wegen Induction der entfernter stehenden Glieder auf einander müssen vernachlässigt werden; sie wird wohl in keinem Fall 1 Proc. der Länge übersteigen. In der obigen Tabelle ist die vorgenommene Correction der Länge in Klammer beigefügt.

Der Ueberblick lehrt, dafs die von mir berechneten Längen im Allgemeinen mit der beobachteten Oscillationsdauer übereinstimmen. Eine strengere Vergleichung bietet Schwierigkeiten, da die frühere Reihe von Feddersen mit einem gestreckten Schliessungsbogen zu keiner einfachen Formel geführt hat. Nach meiner Ansicht, die von den

Beobachtungen über die Nebenbatterie ausgeht, muß t , wenn es zur Quadratwurzel aus der Zahl der Flaschen proportional ist, auch proportional zu \sqrt{L} seyn. Ein langer gestreckter Draht als Schließungsbogen stört das Gefäll durch eine von dem Oberflächenwiderstand ausgehende Stauung (wie dann nach Feddersens Angaben auch das Gesetz von der Flaschenzahl nicht mehr streng vorhält), und demnach kann die Formel $t = m\sqrt{L}$ nur annähernd zur Gültigkeit kommen, wenn bei größern L der Oberflächenwiderstand klein, d. h. wenn der durchströmte Draht in seiner natürlichen Länge kurz ist. Dies ist der Fall in den Beobachtungen unter Abth. I, II (VIII), IV und VII, doch kann man wegen Kleinheit von L noch Abth. V, No. 7 aus III und No. 18 aus VI hinzunehmen. Im Mittel ergab sich aus der genannten Beobachtung $\log m = 0.89407 - 7$, und die nach L geordnete Zusammenstellung liefert die folgende Tabelle.

L	t beob.	t berechn.	Abth.	No.
m				
16,2	0,0000 0304	0,0000 0316	V	14
26,8	0399	0398	V	15
43,2	0516	0515	VI	18
45,0	0522	0526	III	7
45,7	0541	0630	V	16
85,3	0723	0724	V	17
220,0	1162	1162	IV	11
227,1	1173	1181	I	2
232,6	1186	1195	I	1
295,6	1350	1347	VII	23
405,8	1580	1580	IV	12
418,7	1580	1585	VII	22
868,8	2310	2310	IV	13
877,6	2287	2320	II	3
1635,0	3150	3168	II	4
1749,5	3253	3277	VIII	26
3515,3	4685	4646	II	5
6249,1	6285	6194	VII	25
6386,4	6353	6262	VII	24
6979,7	6570	6542	II	6

Die ausgeschlossenen 6 Beobachtungen berechnen sich nach derselben Formel nicht mehr in genügender Weise.

Abth.	No.	L	t beob.	t berechn.
		^m		
III	8	82,7	0,0000 0726	0,0000 0713
"	9	159,5	1020	0989
"	10	313,6	1431	1404
VI	19	80,3	0736	0702
"	20	154,7	1012	0974
"	21	303,3	1436	1365

Steht nach den mitgetheilten Beobachtungen die Gültigkeit der äquivalenten Längen im einfachen Schließungsbogen gesichert da, so ist der Satz, daß die Stromtheilung umgekehrt proportional zu den äquivalenten Längen der Zweige erfolgt, vollständig erwiesen. Denn richtet sich die in den Oscillationen ausgedrückte Entladungsweise der Batterie nach der äquivalenten Länge des Schließungsbogens, so können bei einem verzweigten Bogen, der im einfachsten Fall zwei ungleich lange Wege zum Abströmen der Elektricität darbietet, die Oscillationen nur bestehen, wenn die Länge jedes der beiden verbundenen Zweige dieselbe wird, also auf $l'a' = l''a''$ zurückgeht, wo l, l'' die äquivalenten Längen im einfachen Bogen und a', a'' die durch sie fließenden Stromtheile bedeuten.

VII. Ueber die Polarisation der ausgestrahlten Wärme und ihren Durchgang durch parallele Platten; von G. Magnus.

In einer früheren Abhandlung habe ich gezeigt, daß die Wärme, sowohl wenn sie von einer glatten als wenn sie von einer rauhen Fläche von Platin ausgestrahlt wird, dieselben Wellenlängen enthält, so daß die Spectra beider Wärmequellen genau dieselbe Ausdehnung besitzen, und Strahlen von derselben Brechbarkeit enthalten, die sich nur in Bezug auf ihre Intensität unterscheiden, so jedoch, daß

das Maximum der Intensität in beiden Spectren genau an dieselbe Stelle fällt. Seitdem habe ich mich mit der Polarisation der von diesen Flächen ausgehenden Wärme beschäftigt. Ueber denselben Gegenstand haben früher die HH. de la Provostaye und P. Desains gearbeitet und ihre Ergebnisse in einem *Mémoire » Sur la Polarimétrie de la chaleur »* im Jahre 1851 veröffentlicht¹⁾. Diese Herren hatten sich zur Aufgabe gestellt die Polarisation, welche die aus einer glühenden Platte austretende Wärme zeigt, zu vergleichen mit der des Lichtes, das unter gleichen Umständen ausgesandt wird, mit welchem sich früher Arago beschäftigt hat. Außerdem haben sie den inneren Zusammenhang zwischen der Polarisation des Lichtes und der Wärme durch Reflexion und Emission aufzufinden gesucht. So interessant die Resultate dieser Arbeit sind, so schien es mir doch wünschenswerth den Gegenstand noch von einem andern Gesichtspunkte zu behandeln.

Da nämlich die Wärme, welche aus einer glühenden Platte hervorgeht, polarisirt ist, so fragt es sich, wie durch diese Polarisation die Menge der unter verschiedenen Winkeln ausgestrahlten Wärme sich ändert. Diese Frage bezieht sich eben so wohl auf die Wärme wie auf das Licht. Aber sie ist für das Licht auf experimentellem Wege weniger zu entscheiden möglich, da die Stärke oder Intensität des Lichtes sich nur schwierig messen läßt. In sofern können Untersuchungen über strahlende Wärme zur Ergänzung der Untersuchungen über das Licht dienen, da dieses die qualitativen Verschiedenheiten scharf erkennen läßt, die Intensitäten aber nur schwierig, die Wärme dagegen sich umgekehrt verhält.

Zunächst überzeugte ich mich, daß eine vollständig platinirte oder mit Platinschwamm überzogene Scheibe keine Polarisation zeigt, welches auch der Ausstrahlungswinkel der Wärme seyn mochte. Die HH. de la Provostaye und P. Desains geben an, daß in der, von dem platinirten Platin unter einem Winkel von 70° ausgesandten

1) *Annales de chim. et de Phys.* III. Ser. T. XXXII p. 112.

Wärme, bei ihren Versuchen noch 0,13 polarisirt gewesen seyn¹⁾). Wahrscheinlich war die Platte, die sie untersucht haben, nicht hinreichend platinirt. Bei einer mit Ruß bedeckten Platte fanden auch diese Herren keine Spur von Polarisation.

Ebenso zeigt auch das Licht, das eine vollständig platinirte Scheibe aussendet, keine Polarisation, welches auch die Neigung der Strahlen gegen die Scheibe seyn mag. Wenigstens konnte ich weder durch Einschalten einer Kalkspathplatte, noch des Babinet'schen Compensators, noch mittelst eines doppelbrechenden Prismas und Einschalten einer Gypsplatte, noch durch irgend eines der Mittel, durch welche sich die Polarisation des Lichtes von der glatten Scheibe sehr leicht erkennen läßt, eine Spur davon entdecken²⁾).

Hierauf wurde das Verhältniß der Erwärmung bestimmt, welche eine solche, vollständig platinirte und daher keine Polarisation zeigende Scheibe unter verschiedenen Ausstrahlungswinkeln hervorbrachte, und damit das Verhältniß der

1) A. a. O. p. 116.

2) Bekanntlich hat Arago daraus, daß die Ränder der Sonne Licht aussenden, das nicht polarisirt ist, gefolgert, daß die Oberfläche der Sonne weder fest noch flüssig seyn könne, daß sie deshalb gasförmig seyn müßte. Er sagt: *Astronomie populaire II. 104: Il n'y a que le cas où le corps incandescent est, quant à sa densité analogue à un gaz, que les phénomènes de polarisation et de coloration disparaissent.* Diese Folgerung trifft, wie aus den erwähnten Versuchen hervorgeht, nicht zu, da selbst wenn die Oberfläche der Sonne fest, aber nur hinreichend aneben und rauh wäre, ihre Ränder keine Polarisation zeigen würden. Aber auch ohne diese Folgerung wird Jeder zugeben, daß die Sonne von einer gas- oder dampfförmigen Atmosphäre umgeben sey. Bei der hohen Temperatur, welche sie besitzt, sind die Substanzen, von denen wir nach den schönen Untersuchungen von Kirchhoff und Bunsen wissen, daß sie auf derselben vorkommen, gewiß dort geschmolzen, und wahrscheinlich befinden sich auch die uns noch unbekannten Bestandtheile derselben im flüssigen Zustande. Ist dies der Fall, so findet auch die Bildung von Dämpfen und Nebeln statt, deren Schicht mächtig genug seyn muß, um selbst wenn der Kern der Sonne ganz glatt und ruhig wäre, die Wahrnehmung der Polarisation zu hindern.

Erwärmung verglichen, welche eine glatte Scheibe unter denselben Ausstrahlungswinkeln erzeugt.

Nach dem Lambert'schen Gesetze müßte die Erwärmung proportional dem Cosinus des Winkels seyn, welchen die Normale der Scheibe mit der die Mittelpunkte von Scheibe und Säule verbindenden Linie macht. Allein da die Bestrahlung frei durch die Luft, ohne Anwendung von Röhren geschehen mußte, so konnte, um einen genügenden Ausschlag des Galvanometers zu erhalten, der Abstand der Säule nicht sehr groß, etwa nur gleich 100 Durchmesser der Scheibe genommen werden. Unter solchen Umständen war weder eine Uebereinstimmung mit dem Lambert'schen Gesetze zu erwarten, noch konnte überhaupt ein Schluss auf das Gesetz der Ausstrahlung aus diesen Versuchen gezogen werden. Die gefundenen Werthe waren sämmtlich größer als sie nach dem Lambert'schen Gesetz hätten seyn sollen, allein das Verhältniß der Erwärmung unter verschiedenen Ausstrahlungswinkeln war stets nahe dasselbe, die ausstrahlenden Scheiben mochten platinirt oder glatt seyn.

Eine solche Uebereinstimmung zwischen der polarisirten und der nichtpolarisirten Wärme kann nur stattfinden, wenn die beiden rechtwinklig zu einander polarisirten Antheile, in die man die von der glatten Scheibe ausgestrahlte zerlegen kann, sich für die verschiedenen Ausstrahlungswinkel entweder beide gleich ändern, oder der eine um eben so viel mehr, als der andere weniger.

Um zu untersuchen, welches von beiden der Fall sey, wurden diese beiden Antheile jedes Mal dadurch getrennt, daß eine polarisirende Glimmersäule eingeschaltet wurde, die, je nach ihrer Stellung, nur den einen durchließe.

Aus den auf diese Weise ausgeführten Bestimmungen geht hervor, daß diese beiden Antheile sich bei verändertem Ausstrahlungswinkel nicht gleich ändern, daß dagegen ihre Summe sich ebenso ändert, wie sich die von der rauhen Platte ausgestrahlte gesammte Wärme mit dem Winkel ändert.

Als zum Vergleich statt der glatten Platinscheibe eine vollständig platinirte angewendet wurde, änderten sich, wie vorauszusehen war, die beiden rechtwinklich gegen einander polarisirten Antheile ganz gleich.

Das Verhalten der beiden Componenten der von glatten Scheiben ausgestrahlten Wärme findet seine vollständige Erklärung durch die Annahme, daß die Wärme nicht von der Oberfläche der Körper allein ausgestrahlt wird, sondern aus tieferen Schichten kommt, indem jeder Punkt im Innern des Körpers nach allen Richtungen Wärme von gleicher Intensität sendet, die zur Oberfläche gelangt und dort zum Theil wieder in das Innere reflectirt wird, zum Theil gebrochen heraustritt. Eine Annahme, die schon Fourier, Poisson und Biot gemacht haben¹⁾.

Wenn aber die Wärme aus dem Innern ausgestrahlt wird, so muß sie in Bezug auf ihre Polarisation sich wie Licht verhalten, das durch eine durchsichtige Platte gegangen ist. Die Lage der Polarisationsebene der ausgestrahlten Wärme ist dieser Annahme vollkommen entsprechend, noch mehr aber wird dieselbe durch das eben erwähnte Verhalten der beiden rechtwinklich gegen einander polarisirten Antheile bestätigt.

Denn auch in Bezug auf ihre Intensität muß die Wärme welche aus dem Innern kommt, denselben Gesetzen folgen, denen das Licht unterworfen ist, das aus einem Medium

1) Die HH. de la Provostaye und Desains behaupten (*Annales de Chim. et de Phys.* XXXII, 119), daß nach der Ansicht jener Mathematiker eine Brechung der Wärme beim Austritten aus dem strahlenden Körper nicht stattfindet, und in der That ist die Darstellung von dem Vorgange an der Oberfläche in den angeführten Stellen, die sie wörtlich abgedruckt haben, der Art, daß sie eine solche Behauptung rechtfertigt. Indes kam es bei der Abfassung jener Stellen auf die Brechung der Wärme nicht an, die Verfasser sahen von derselben ab, um ihre Ansicht einfacher darstellen zu können, wie das wohl zu geschehen pflegt; aber sie haben gewiß niemals daran gezweifelt, daß die Wärme, welche von einem Punkt im Innern kommt und aus der Oberfläche des Körpers heraustritt, ihre Geschwindigkeit und also auch ihre Richtung in dem neuen Medium ändert.

in ein anderes übergeht. Die Gleichungen, welche Fresnel für diese Intensität hergeleitet hat, gelten für einen Strahl der unter einem bestimmten Winkel auf die Gränze der beiden Medien fällt, und drücken die Intensitäten des reflectirten und des gebrochenen Antheils desselben aus. Bei der Ausstrahlung der Wärme gehen zwar von jedem Punkte im Innern unendlich viele Strahlen unter allen möglichen Winkeln zur Oberfläche, aber diejenigen, welche von einem Flächenelemente zu einem außerhalb befindlichen Thermometer gelangen, haben sämmtlich im Innern des Körpers dieselbe Richtung, vorausgesetzt dafs die Oberfläche, aus der sie austreten, eben ist.

Befindet sich das Thermometer nämlich in der Normale des Flächenelements, so können nur solche Strahlen zu demselben gelangen, die auch im Innern normal zu der Oberfläche sind, da nur diese normal heraustreten. Von jedem ausstrahlenden Punkte im Innern kann daher auch nur ein einziger Strahl zum Thermometer gelangen. Macht die Linie, welche ein Element der Oberfläche mit dem Thermometer verbindet, einen Winkel mit der Normale dieses Elementes, so können nur die mit dieser Linie parallelen Strahlen zum Thermometer gelangen und die Strahlen im Innern aus deren Brechung diese hervorgehen, sind dann ebenfalls unter sich parallel. Es folgt hieraus, dafs stets die Strahlen im Innern, deren Wärme zum Thermometer gelangt, bei jeder Stellung dieses letzteren unter sich parallel sind, und daher unter demselben Winkel die Oberfläche treffen.

Bezeichniet (r) den Winkel, den diese Strahlen mit der Normale des ausstrahlenden Flächenelementes machen, und (ρ) den Winkel, welchen die gebrochenen Strahlen mit derselben bilden, so ist $\frac{\sin r}{\sin \rho} = n$ das Brechungsverhältnifs der Wärmestrahlen, welche aus der Platinscheibe austreten. Setzt man dieses Verhältnifs als bekannt voraus, so lassen sich die Gleichungen, welche Fresnel für die Intensität des gebrochenen und reflectirten Lichtes gegeben hat, un-

mittelbar für die ausgestrahlte Wärme anwenden. Bevor ich indeß auf diese Anwendung und die Uebereinstimmung der oben erwähnten Thatsachen mit diesen Gleichungen weiter eingehe, will ich zuvor noch eine Beobachtung anführen, welche ohne jene Gleichungen schwer zu erklären gewesen wäre.

Als nämlich Wärmestrahlen, die nicht polarisirt waren, durch eine Anzahl paralleler Glimmerplatten, eine sogenannte Glimmersäule, gingen, und die Wärme, die diese bei verschiedener Incidenz hindurch liefs, bestimmt wurde, zeigte sich, daß bei senkrechter Incidenz weniger hindurchging als bei schiefer.

Eine ähnliche Wirkung war vorhanden, wenn statt der Glimmerplatten Glasplatten angewendet wurden.

In der folgenden Tabelle sind die Wärmemengen zusammengestellt, welche unter übrigens gleichen Umständen durch Glimmer- und Glassäulen, die aus verschiedener Anzahl von Platten bestanden, bei senkrechter Incidenz und unter einem Winkel von 35° mit der Glimmersäule gingen.

Zahl der Platten	Durchgelassene Wärme		Verhältnis	
	Incidenz 0°	35°	0°	35°
Glimmerplatten jede $0,02^{\text{mm}}$ dick.				
44	19	110	1	: 5,79
24	95	188	1	: 2,00
12	280	340	1	: 1,21
4	634	590	1	: 0,93
Glasplatten jede $0,8^{\text{mm}}$ dick.				
8	286	306	1	: 1,07
5	358	329	1	: 0,92
1	638	553	1	: 0,86
Glasplatten jede $0,3^{\text{mm}}$ dick.				
20	74	108	1	: 1,46
16	94	127	1	: 1,35
12	128	146	1	: 1,14
8	190	182	1	: 0,958
4	320	277	1	: 0,866

Sobald diese Beobachtung für die Wärme gemacht war, zeigte sich, daß auch das Licht sich ganz ähnlich verhält.

Läßt man nicht polarisirtes Licht auf eine Glimmersäule von 44 Platten senkrecht auffallen, so gelangt sowohl gewöhnliches Tageslicht als auch Lampenlicht kaum hindurch; neigt man aber die Säule bis zum Polarisationswinkel, so erblickt man die Umrisse aller Gegenstände sehr deutlich.

Wendet man statt dessen nur 4 bis 8 Glimmerplatten an, so geht bei senkrechter Incidenz mehr Licht hindurch als unter dem Polarisationswinkel.

Mit Glasplatten ist die Erscheinung noch auffallender.

Ich habe einen kleinen Apparat construiert, bestehend aus vierzig parallelen Glasplatten, die in einem Kasten aus Blech enthalten sind, dessen beide, den Platten parallele Wände längliche Oeffnungen haben, so daß man hindurchsehen kann, auch wenn der Kasten stark geneigt ist. Am besten läßt sich mit diesem die Erscheinung beobachten, wenn man ihn horizontal über einem stark beleuchteten, mit Schrift versehenen Papier hält. Man kann dann nichts von der Schrift wahrnehmen, neigt man aber den Kasten, so werden die Schriftzüge deutlich erkennbar.

Für die Wärme habe ich die angeführte Erscheinung nirgend erwähnt gefunden¹⁾, in Bezug auf das Licht ist sie theoretisch hergeleitet²⁾ und Prof. Bohn³⁾ hat für verschiedene Plattenzahlen die Winkel berechnet unter denen das Maximum des Lichts durch dieselben hindurchgeht, sowie auch diejenigen Winkel bestimmt, bei welchen man die größte Menge polarisirten Lichts erhält. Er giebt an, daß Versuche die er angestellt habe, die Resultate der Rechnung bestätigt hätten. Dagegen soll nach Beobachtungen, die Prof. Pfaff⁴⁾ etwa ein Jahr vorher mitgetheilt hat, die Polarisation des Lichts beständig mit der Zunahme des Einfallswinkels wachsen.

1) Während des Druckes dieser Abhandlung hat mir Hr. Prof. Knoblauch bei seiner Anwesenheit in Berlin mitgetheilt, daß ihm die Erscheinung seit längerer Zeit bekannt sey.

2) Pogg. Ann. Bd. 99, S. 240 und Billet *Traité d'optique I*, p. 419.

3) Pogg. Ann. Bd. 117, S. 117.

4) Pogg. Ann. Bd. 114, S. 173.

Dafs bei gröfserer Plattenzahl die Intensität des durchgehenden Lichts gröfser ist, wenn dasselbe unter dem Polarisationswinkel auffällt, als bei senkrechter Incidenz, ergibt sich, wenn man für jede einzelne Platte nur die einmalige Reflexion und Brechung an der Vorder- und Hinterfläche derselben berücksichtigt, aus den Fresnel'schen Formeln leicht in folgender Weise:

Fällt Licht, das nicht polarisirt ist, unter dem Winkel (r) auf eine ebene, von parallelen Wänden begrenzte, durchsichtige Platte, deren Brechungsexponent $n = \frac{\sin r}{\sin \varrho}$ sey, so ist, wenn man von der Absorption durch die Substanz der Platte absieht, und die Intensität des auffallenden Lichtes $= 1$ setzt, die des reflectirten nach Fresnel¹⁾

$$\frac{1}{2} \frac{\sin^2(r-\varrho)}{\sin^2(r+\varrho)} + \frac{1}{2} \frac{\tan^2(r-\varrho)}{\tan^2(r+\varrho)}$$

und des gebrochenen:

$$\frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sin^2(r-\varrho)}{\sin^2(r+\varrho)} \right] + \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tan^2(r-\varrho)}{\tan^2(r+\varrho)} \right].$$

In diesen Gröfsen drücken die ersten Glieder den in der Einfallsebene polarisirten Antheil, die zweiten den senkrecht auf die Ebene polarisirten aus.

Gelangt das gebrochene Licht zur hinteren Fläche der Platte, so geht von dem in der Einfallsebene polarisirten, wieder

$$1 - \frac{\sin^2(r-\varrho)}{\sin^2(r+\varrho)}$$

hindurch; folglich geht von dem auf die vordere Fläche aufgefallenen

$$\frac{1}{2} \left[1 - \frac{\sin^2(r-\varrho)}{\sin^2(r+\varrho)} \right]^2$$

hindurch, oder wenn man

$$1 - \frac{\sin^2(r-\varrho)}{\sin^2(r+\varrho)} = E$$

setzt, so ist die Intensität des aus der Platte heraustretenden, in der Einfallsebene polarisirten Lichtes

$$\frac{1}{2} E^2.$$

1) *Annales de Chim. et de Phys.* 2^{de} Ser. T. XLVI, p. 225.

Ebenso ist wenn

$$1 - \frac{\tan^2(r-\varphi)}{\tan^2(r+\varphi)} = J$$

gesetzt wird, die Intensität des aus der Platte heraustretenden und senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirten Lichtes

$$\frac{1}{2}J^2$$

und die Intensität des gesammten durchgegangenen Lichtes

$$\frac{1}{2}(E^2 + J^2).$$

Da zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlen von gleicher Intensität keine Polarisation zeigen, so ist der polarisirt erscheinende Antheil des durchgegangenen Lichts

$$\frac{1}{2}(E^2 - J^2).$$

Geht das Licht durch mehrere parallel hinter einander befindliche Platten von derselben Beschaffenheit, so wiederholt sich der Vorgang in jeder derselben, und wenn ihre Zahl ν ist, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichtes

$$\frac{1}{2}(E^{2\nu} + J^{2\nu}).$$

Der darin polarisirt erscheinende Antheil ist

$$\frac{1}{2}(E^{2\nu} - J^{2\nu}).$$

Fällt das Licht unter dem Polarisationswinkel auf die erste Platte, so ist $r = 90^\circ - \varphi$ und dann wird

$$\frac{\tan^2(r-\varphi)}{\tan^2(r+\varphi)} = 0$$

folglich

$$J = 1;$$

ferner wird alsdann

$$\frac{\sin^2(r-\varphi)}{\sin^2(r+\varphi)} = (\sin^2 r - \cos^2 r)^2 = \cos^2 2r$$

folglich die Intensität des durch ν Platten hindurchgegangenen Lichtes

$$\frac{1}{2}(\sin^2 2r + 1).$$

Wächst die Zahl der Platten, so nähert sich dieser Werth $\frac{1}{2}$; er kann aber nie kleiner werden als $\frac{1}{2}$.

Die Intensität des in diesem Falle polarisirt erscheinenden Lichtes wird dann

$$\frac{1}{2}(1 - \sin^2 2r).$$

Dieselbe nähert sich auch dem Werthe von $\frac{1}{2}$ ohne ihn jedoch jemals zu erreichen. Es ist daher das durchgegangene Licht niemals vollständig polarisirt, sondern enthält immer noch $\frac{1}{2} \sin^2 2r$ unpolarisirtes beigewischt.

Für den Fall, daß das Licht senkrecht auffällt, ist nach Fresnel¹⁾ die Intensität des in die erste Platte eindringenden Lichts

$$1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2.$$

Es ist folglich die Intensität des aus der hinteren Fläche dieser Platte heraustretenden

$$\left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right]^2$$

und des aus σ Platten heraustretenden

$$\left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right]^{2\sigma}.$$

Da $\frac{n-1}{n+1}$ stets positiv und kleiner als Eins ist, so nimmt dieser Werth mit zunehmender Zahl der Platten beständig ab.

Hieraus ergibt sich, daß mit zunehmender Anzahl von Platten die Intensität des senkrecht hindurch gehenden Lichtes geringer wird als des Lichts das unter dem Polarisationswinkel hindurchgeht, dessen Intensität nicht unter $\frac{1}{2}$ sinken kann.

Ganz so wie für das Licht verhält es sich auch für die strahlende Wärme. Aber nicht nur, daß die auffallende Erscheinung des Durchganges derselben durch die Glimmer- und Glassäulen aus den Fresnel'schen Gleichungen sich erklärt, dieselben geben auch Aufschluß über den Vorgang bei der Austrahlung der Wärme, vorausgesetzt daß man, wie oben geschehen, annimmt, daß die Wärme nicht von der äußersten Oberfläche allein, sondern von jedem Punkte im Innern des Körpers ausgestrahlt wird.

Bezeichnet, wie oben, φ den Winkel welchen die von dem ausstrahlenden Flächenelement zu dem Thermometer

1) A. u. O. S. 234.

oder der Thermosäule gelangenden Strahlen mit der Normale dieses Flächenelements machen, und r den Winkel, welchen die Strahlen im Innern des ausstrahlenden Körpers, durch deren Brechung jene hervorgegangen sind, mit der Normale machen; so daß $\frac{\sin r}{\sin \rho} = n$ der Brechungsexponent des ausstrahlenden Körpers für die Wärmestrahlen ist, so ist, wenn die Intensität der im Innern gegen die Oberfläche gelangenden Wärme gleich Eins gesetzt wird, die der heraustretenden:

$$\frac{1}{2}(E + J)$$

und da

$$E = 1 - \frac{\sin^2(r - \rho)}{\sin^2(r + \rho)}$$

stets kleiner als

$$J = 1 - \frac{\tan^2(x - \rho)}{\tan^2(x + \rho)};$$

so ist die polarisirt erscheinende Wärme

$$\frac{1}{2}(J - E)$$

stets senkrecht gegen die Brechungsebene polarisirt.

Da ferner E und J mit veränderlichem ρ sich nicht in gleicher Weise ändern, so ist für verschiedene Werthe von ρ die Aenderung der beiden rechtwinklig gegen einander polarisirten Antheile verschieden, und zwar nimmt mit wachsendem ρ der rechtwinklig gegen die Brechungsebene polarisirte Antheil J weniger schnell ab als der in dieser Ebene polarisirte E . Was den oben angeführten Beobachtungen vollkommen entspricht.

Endlich ist noch hervorzuheben, daß auch der ganze Werth $\frac{1}{2}(E + J)$ sich mit veränderlichem ρ nicht proportional mit $\cos \rho$ ändert; woraus folgt, daß die gesammte ausgestrahlte Wärme, sobald sie theilweis polarisirt ist, nicht mehr dem Lambert'schen Gesetze folgt.

Sehr groß scheint die Abweichung von diesem Gesetze nicht zu seyn, sonst könnte die gesammte von der glatten Scheibe ausgestrahlte Wärme sich nicht in solchem Maasse mit der von der platinirten gleich verhalten, wie es nach den ausgeführten Messungen der Fall ist.

Fasst man das Ergebniss dieser Untersuchungen zusammen, so ist zunächst durch sie bestimmt nachgewiesen, dass die Wärme, welche ein glühender Körper ausstrahlt, nur zum kleinsten Theil von seiner Oberfläche, zum bei weitem grössten aber aus seinem Innern kommt, indem jeder Punkt im Innern Wärme aussendet, welche zur Oberfläche gelangt und nachdem sie dort gebrochen worden, heraustritt. Ferner liefert die Verschiedenheit der Intensitäten von den beiden rechtwinklig gegeneinander polarisirten Antheilen der unter verschiedenen Winkeln ausgestrahlten Wärme einen neuen Beweis für die Gleichheit der Fortpflanzung von Wärme und Licht. Noch mehr aber ergibt sich diese aus der auffallenden Erscheinung bei dem Durchgange durch eine grössere Anzahl von parallelen diathermanen Platten, durch welche bei senkrechter Incidenz weniger Wärme hindurchgeht, als unter dem Polarisationswinkel.

Nach den bis jetzt vorliegenden Untersuchungen über die Wärme war die Annahme noch möglich, dass ausser den transversalen Oscillationen, welche aus der Polarisation der Wärme gefolgert werden müssen, auch longitudinale vorhanden seyen, oder, um es auf andere Weise auszudrücken, dass bei der Fortpflanzung der Wärme die Componente in der Richtung des Strahls eine nicht zu vernachlässigende Grösse sey. Die oben erwähnten Versuche lassen aber keinen Zweifel darüber, dass die Wärme sich ausschliesslich durch transversale Oscillationen fortpflanzt, weil sonst die Intensität der Wärme bei der Brechung und dem Durchgang durch verschiedene Platten sich nicht nach denselben Gesetzen ändern könnte, welche für das Licht aus der Voraussetzung hergeleitet sind, dass dasselbe nur auf transversalen Oscillationen beruht.

Es ist aber durch diese Untersuchung nicht allein nachgewiesen, dass die Strahlung der Wärme von einem Körper zum andern ausschliesslich auf transversalen Oscillationen beruht, sie zeigt auch, dass die Fortpflanzung im Innern der ausstrahlenden Substanzen gleichfalls durch solche

Oscillationen vor sich geht, und wahrscheinlich beruht die Leitung innerhalb der Körper ausschliesslich auf dieser Art von Bewegungen.

VIII. *Ueber den Einfluss der Absorption der Wärme auf die Bildung des Thaus;* *von G. Magnus.*

Da die Wärme von den Körpern in demselben Maasse ausgestrahlt wie sie von ihnen absorbiert wird, so ist durch die Bestimmung ihres Ausstrahlungsvermögens auch ihr Absorptionsvermögen gegeben und umgekehrt durch die Absorption die Ausstrahlung. Bei festen Körpern kann man die eine oder die andere Bestimmung leicht ausführen. Bei tropfbaren Flüssigkeiten hat die Bestimmung der Ausstrahlung Schwierigkeiten; denn da man nur die Oberfläche frei d. i. von keinem festen Körper bedeckt anwenden kann, so lässt sich auch die Ausstrahlung nur nach oben beobachten, und dabei stören die aufsteigenden Luftströmungen. Eine dünne, an einer festen verticalen Wand haftende Schicht von Flüssigkeit, wie man sie bei dem Leslie'schen Würfel angewendet hat, ist zur Bestimmung der Ausstrahlung nicht brauchbar, weil sie nicht überall dieselbe Dicke hat, und selten alle Stellen der festen Wand bedeckt, außerdem ist sie so dünn dass sie die Strahlen dieser Wand selbst durchlässt, so dass man nicht die Wirkung der Flüssigkeit allein, sondern mit ihr, die der festen Wand erhält. Bei luftförmigen Körpern ist die Schwierigkeit noch grösser, weil man sie ohne jede feste Wand anwenden muss. Dennoch habe ich einige Bestimmungen der Ausstrahlung von trockner und feuchter Luft und einigen andern Gasen und Dämpfen ausgeführt. Man hat nämlich bisher bei diesen Körpern ihre Absorption und Ausstrahlung nur durch ihr Vermögen die Wärme durchzulassen

bestimmt. Zu dem Ende hat man sie in Röhren eingeschlossen, die an ihren beiden Enden durch Steinsalzplatten verschlossen waren. Allein für den Wasserdampf tritt dabei der Uebelstand ein, daß derselbe an den Wänden des Steinsalzes verdichtet wird, und da bekanntlich die allerdünste Schicht des Wassers nur eine außerordentlich geringe Menge von Wärme durchläßt, so wird durch jene dünne Schicht von Wasser das Resultat beeinträchtigt. Um diesem Uebelstande zu begegnen, habe ich die Steinsalzplatten ganz vermieden, indem die Thermosäule innerhalb einer vertical stehenden Röhre angebracht war, deren oberer, aus sehr dünnem Glase bestehender Verschluss unmittelbar von außen erhitzt wurde, und als Wärmequelle diente. Da indess die nach dieser Methode für den Wasserdampf von mir erhaltenen Resultate ganz von denen abwichen, welche Hr. Tyndall bei Anwendung von Steinsalzplatten gefunden hat, und dieser Physiker, obgleich der Einfluß der Steinsalzplatten leicht zu constatiren ist, immer wieder darauf zurückkommt, daß die Wärme von dem Wasserdampf mehrere Tausendmal stärker absorhirt werde als von der Luft, und da dieses außerordentliche Absorptionsvermögen des Dampfes theils von ihm selbst, theils von Andern zur Erklärung verschiedener, für die Meteorologie und die Physik der Erde wichtiger Erscheinungen bereits zu Grunde gelegt worden ist, so erachtete ich es als eine mir obliegende Pflicht, wenn möglich auf eine andere Weise die Absorption der Wärme durch den Wasserdampf mit der durch die Luft zu vergleichen. Hierfür schien die Vergleichung ihrer Ausstrahlung sich besonders zu eignen, weil dabei alle festen Wände vermieden werden konnten.

Eine solche Vergleichung hat schon Hr. Frankland in London vorgenommen¹⁾ und in einer Abhandlung *Ueber die physikalische Ursache der Eiszeit* beschrieben. Er sagt daselbst, er habe ein einfaches Verfahren erdacht die Ausstrahlung des Wasserdampfes experimentell zu erweisen,

1) *Phil. Mag. Ann.* Bd. CXXIII S. 418.

so daß viele Personen auf einmal den Effect sehen können. *Ein Holzkohlenöfchen, 14 Zoll hoch und 6 Zoll im Durchmesser, wird von einer Thermosäule zwei Fuß entfernt aufgestellt, und die Strahlung des Ofens und der Kohlen wird durch einen doppelten Metallschirm von der Säule abgehalten. Nachdem die durch die Ausstrahlung der aufsteigenden und erhitzten Kohlen bewirkte Ablenkung des Galvanometers sorgfältig mittelst der Strahlung einer constanten Wärmequelle gegen die andere Seite der Säule neutralisirt worden, läßt man einen Dampfstrom durch ein lothrecht den Ofen durchsetzendes Eisenrohr aufsteigen. Augenblicklich weicht das Galvanometer viel stärker ab als vor der Compensation wo es der vollen Ausstrahlung der erhitzten Luft und Kohlensäure ausgesetzt war. Bei Unterbrechung des Dampfstroms kehrt die Nadel sogleich auf Null zurück. Wenn nun statt des Dampfes ein Luftstrom durch das Rohr getrieben wurde, erfolgte entweder gar keine Ablenkung oder eine schwache in entgegengesetzter Richtung. Die Hitze des Ofens verhindert die Condensation des Dampfes.*

Die Behauptung, daß die Hitze des Ofens die Condensation vermieden habe, setzt voraus, daß der aufsteigende Dampf sich in der Mitte der gleichzeitig erwärmten Luft gehalten habe. Wenn er sich mit ihr gemischt haben sollte, so mußte er an ihrem Rande, wo er mit kälterer Luft in Berührung kam, condensirt und in Nebel verwandelt werden. Ob aber eine Condensation stattgefunden, ob Nebel vorhanden waren, welche ihre Wärme gegen die Thermosäule strahlten, darauf kommt es hier allein an; denn daß der Nebel die Wärme sehr gut absorhirt und folglich auch eben so gut ausstrahlt, hat wohl niemals Jemand bezweifelt. Es schien mir deshalb wünschenswerth den Versuch in veränderter Form anzustellen und die Ausstrahlung der trocknen Luft mit der feuchten, sowie mit einigen andern Gasen und Dämpfen zu vergleichen.

Zu dem Ende wurden die Luftarten oder die Dämpfe, deren Ausstrahlung untersucht werden sollte, durch ein

Rohr aus Messing *ab* Tafel VII geleitet, das 15^{mm} inneren Durchmesser hatte, und horizontal befestigt war. Durch Gasflammen *FF* wurde dasselbe bis zur Rothglühhitze erwärmt. Das eine Ende desselben war nach oben gebogen, damit die erwärmte Luft senkrecht in die Höhe strömte. In der Entfernung von 400^{mm} von diesem aufsteigenden Luftstrom war die mit ihren beiden conischen Reflectoren versehene Thermosäule *T* aufgestellt. Sie befand sich, um sie gegen seitliche Bestrahlung zu schützen, innerhalb eines Kastens *cdfg* aus Pappe, der ein Meter lang und 0,6 Meter hoch und ebenso breit war. Derselbe war, um jeden Luftzug abzuhalten, von einem zweiten Kasten *CDFG* umgeben, der aus einem leichten Gestell von Holz bestand, das mit Decken behangen war. Die vordere, dem heißen Luftstrom zugewandte Seite *CF* dieses Kastens war aus blankem Zinkblech. Vor dieser war noch ein doppelter Metallschirm *KK* angebracht, um die Wärme des erhitzten Rohres abzuhalten. In der Zinkwand befand sich eine Oeffnung *p* von 50^{mm} Höhe und 25^{mm} Breite, deren Mitte in der Verlängerung der Axe der Thermosäule lag. Der in die Höhe gebogene Theil *a* des Messingrohrs, aus welchem die erwärmte Luft ausströmte, befand sich in einem Abstände von 45^{mm} von der Wand des Kastens, lag aber so tief unter der erwähnten Oeffnung *p*, daß keine Wärmestrahlen von demselben zur Säule gelangen konnten. Der horizontale Theil dieses Rohres *ab* machte einen Winkel von 40° mit der Ebene der Wand *CF*, damit weder die Flammen, welche zum Heizen dienten, noch die aus diesen aufsteigenden Producte der Verbrennung, namentlich die Kohlensäure, gegen die Säule strahlen konnten, zugleich wurde dadurch erreicht, daß der erhitzte Theil des Rohrs so weit als möglich von der Wand entfernt war. Trotz dieser Entfernung des Rohrs und der angebrachten Schirme, erwärmte sich doch die vordere Wand des Kastens und strahlte gegen die Säule. Um den dadurch entstehenden Strom wieder aufzuheben, war dem abgewandten Conus gegenüber ein Gefäß *H* angebracht, in welchem Wasser durch ein-

geleitete Dämpfe im Kochen erhalten wurde. Durch einen mittelst einer Schraube beweglichen Schirm *ss*, wurde ähnlich wie es Hr. Tyndall bei seinen Untersuchungen und Hr. Frankland bei dem oben erwähnten Versuch gemacht haben, der Conus so weit abgeblendet, daß stets ein gleich starker Strom in entgegengesetzter Richtung entstand.

Zu dieser Methode der Compensation muß man seine Zuflucht in solchen Fällen nehmen, in denen, wie hier, eine allmähliche Erwärmung der Säule nicht zu vermeiden ist; sie steht aber sonst der von Melloni benutzten nach. Denn die Wirkung der Säule ist abhängig von dem Unterschied ihrer Temperatur und der der Wärmequelle von der sie bestrahlt wird. Bleibt die letztere constant, so nimmt die Säule um so weniger Wärme auf, je wärmer sie selbst ist; ändert sich daher ihre Temperatur, so sind ihre Angaben nicht mehr unter einander vergleichbar. Die Anwendung der Compensations-Methode setzt deshalb voraus, daß die Temperaturveränderungen, welche die Säule im Laufe der Zeit erfährt, gering sind gegen die Wirkungen die gemessen werden sollen.

Die Luft, deren Ausstrahlung untersucht werden sollte, wurde mittelst eines mit der Röhre *m* in Verbindung stehenden Blasbalgs in das Messingrohr gedrückt. Bevor sie in dasselbe eintrat, ging sie, wenn sie trocken seyn sollte, durch ein geräumiges Gefäß *L*, das mit Stücken geschmolzenen Chlorcalciums gefüllt war, oder wenn sie mit Wasserdämpfen gesättigt seyn sollte, durch Wasser, das in einem Kolben *R* beliebig erwärmt werden konnte. Die Verbindung war mittelst Hähnen so hergestellt, daß die Luft nach Belieben durch das Chlorcalcium oder durch das Wasser geleitet werden konnte.

Um sicher zu seyn, daß in beiden Fällen die Temperatur der ausströmenden Luft, wenn auch nicht genau, doch wenigstens annähernd dieselbe war, und um zugleich zu erfahren, wie hoch die Temperatur der ausstrahlenden Luft war, wurde ein Thermometer so angebracht, daß seine Kugel sich mitten in dem aufsteigenden Luftstrom und vor

der Mitte der Oeffnung befand, durch welche die Wärme in den Kasten und gegen die Säule strahlte. Diese Stelle lag in der Höhe von 60^{mm} über der Ausströmungsöffnung des Messingrohrs. Dasselbst zeigte das Thermometer 220 bis 230° C. Darauf wurde es in der Höhe von 180^{mm} über der Ausströmungsöffnung angebracht, wo es noch 120 bis 130° C. zeigte. An dieser letzteren Stelle befand es sich stets während der Versuche. Von derselben konnte es weder gegen die Säule strahlen, noch hinderte es den aufsteigenden Luftstrom. An beiden Stellen blieb die Temperatur dieselbe, es mochte trockne oder feuchte Luft durch das Rohr gehen, vorausgesetzt daß der Druck derselbe blieb, unter dem die Luft durch das Messingrohr strömte. Bei den andern zu erwähnenden Gasen, welche bei α zuströmten, war der Druck unter dem sie in die erhitzte Röhre gelangten, so geregelt, daß das Thermometer in der Höhe von 180^{mm} gleichfalls auf der Temperatur von 120 bis 130° blieb.

Wurde trockne atmosphärische Luft durch das erhitzte Messingrohr geblasen, so brachte diese eine höchst geringe Wirkung auf die Säule hervor. Der Ausschlag des sehr empfindlichen Galvanometers betrug etwa 3^{mm} oder Scalentheile¹⁾. War die Luft durch den Kolben mit Wasser gegangen, so blieb der Ausschlag fast unverändert, er steigerte sich nur um etwa 3 bis 5 Scalentheile.

Wurde statt der atmosphärischen Luft trockne Kohlensäure durch die glühende Messingröhre geleitet, so betrug der Ausschlag des Galvanometers 100 bis 120 Scalentheile.

Gewöhnliches Leuchtgas lieferte nahe denselben Ausschlag.

Wurde atmosphärische Luft durch den Kolben geleitet während das Wasser in demselben auf 60 bis 80° C. erwärmt war, so bewirkte die so mit Wasserdämpfen gesättigte Luft einen Ausschlag, der unregelmäßig war und bisweilen bis zu 20^{mm} anwuchs, aber sehr allmählich, während

1) Das Galvanometer war dasselbe, welches in Pogg. Ann. Bd. CXXIV S. 479 beschrieben ist.

die Ausschläge, welche die Kohlensäure und das Leuchtgas hervorbrachten, plötzlich eintraten und schnell sich bis zum Maximum steigerten. Man könnte glauben, daß von dem Kolben bis zu der erhitzten Stelle des Messingrohrs die Dämpfe sich soweit niedergeschlagen hätten, daß an dieser Stelle nur noch wenig oder gar kein Dampf mehr vorhanden war. Aber abgesehen davon, daß eine solche Abkühlung auf jenem Wege unmöglich war, weil das kurze Stück von dem Kolben bis zu dem glühenden Rohr stets sehr warm war, so konnte die große Menge von Wasserdämpfen leicht dadurch in der ausstrahlenden Luft nachgewiesen werden, daß eine Glasplatte in dieselbe gebracht wurde, auf die sich sogleich Wasser reichlich niederschlug.

Wenn das Wasser in dem Kolben so stark kochte, daß sich in der ausströmenden Luft Nebel zeigten, so gab das Galvanometer einen Ausschlag von mehr als 100 Scalentheilen. Derselbe Erfolg fand statt wenn keine Luft durch den Kolben geleitet wurde, das Wasser in demselben aber so stark kochte, daß der Dampf aus der erhitzten Röhre strömte, wobei sich dann aber gleichfalls jedesmal Nebel zeigten. Waren keine Nebel sichtbar, so gab das Galvanometer keinen größeren Ausschlag als 20 Scalentheile, die Luft mochte noch so viel Dämpfe enthalten. Aus der Art wie dieser verhältnismäßig geringe Ausschlag eintrat, aus seiner Unregelmäßigkeit und dem langsamen Vorrücken der Nadel, ist man versucht zu schließen, daß auch dieser auf einer Bildung von Nebeln beruhte, die an der Gränze des aufsteigenden Stromes sich bildeten und nur wegen ihrer geringen Menge für das Auge nicht wahrnehmbar waren. Sobald der größere Ausschlag eintrat, waren die Nebel jedesmal sichtbar. Sie sind mit solcher Sicherheit wahrzunehmen, daß stets, wenn der eine Beobachter die Nebel zuerst bemerkte, der andere, an dem Fernrohr befindliche, die Bewegung des Galvanometers ankündigte.

Ich glaube, daß unter Anwendung der sehr sinnreichen Vorrichtung, welche Hr. Toeppler in einer besondern Schrift

»*Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode*« unter dem Namen *Schlierenapparat* beschrieben hat, die Nebel sich noch leichter würden beobachten lassen, indess fand ich bald, daß diese künstliche Vorrichtung hier keinen Vortheil gewährt, zumal eine Täuschung in Betreff des Auftretens der Nebel gar nicht möglich war.

Auch haben mehrere meiner Freunde, welche zu verschiedenen Zeiten bei den Versuchen anwesend waren, namentlich die HH. Dove, du Bois-Reymond, Hofmann, Poggendorff, Quincke, Riefs, sich überzeugt, daß die Luft, wenn sie bei gewöhnlicher Temperatur sich mit Wasserdämpfen gesättigt hatte, keinen größern Ausschlag als etwa 3^{mm} hervorbrachte, und wenn sie bei höherer Temperatur die Dämpfe aufgenommen, doch keinen größeren Ausschlag als 20^{mm} erzeugte, daß nur, wenn Nebel sichtbar wurden, der Ausschlag nahe so viel betrug wie von Kohlensäure, nämlich mehr als 100^{mm}. Ausser den Genannten hat auch Hr. Dr. Kundt, dessen Unterstützung ich mich bei dieser Untersuchung zu erfreuen hatte, sich von der Richtigkeit dieser Angaben überzeugt.

Aus diesen Versuchen geht, wie ich glaube, hervor, daß die Ausstrahlung des *durchsichtigen* oder *eigentlichen* Wasserdampfs ungleich geringer als die von kohlensaurem Gase oder von Leuchtgas ist, und unbedeutend größer als von trockner atmosphärischer Luft. Daraus folgt, daß auch das *Absorptionsvermögen* der Luft, welche *durchsichtige* Dämpfe enthält oder damit gesättigt ist, wenig von dem der trocknen verschieden ist, und daß die Luft nur, wenn nebelartiger d. i. condensirter Dampf in ihr vorhanden ist, die Wärme gut ausstrahlt und eben so gut absorbiert.

Die Dämpfe der meisten anderen Flüssigkeiten oxydiren sich wenn sie mit atmosphärischer Luft gemischt durch das glühende Rohr gehen, oder wenn sie erhitzt aus demselben in die Luft treten. Besonders leicht oxydiren sich die Dämpfe von *Aethyläther*. Ging die Luft durch den Aether, der die Temperatur des Zimmers von 15° C. hatte, so war beim Heraustreten aus der glühenden Röhre der

Geruch von Aldehyd und Essigäther sogleich wahrnehmbar, dabei stieg das Thermometer über der Ausströmungsöffnung sehr bedeutend, was auf eine fortgesetzte Oxydation der Dämpfe ausserhalb des Rohrs schliessen liess. Der Erwärmung entsprechend war auch der Ausschlag des Galvanometers so gross, dass er nicht beobachtet werden konnte.

Ging die Luft durch absoluten *Alkohol* von 15° C., so betrug der Ausschlag des Galvanometers nur etwa 30^{mm}. War derselbe bis zu seinem Kochpunkt erwärmt, so stieg der Ausschlag auf 80 bis 100^{mm}. Es fand zwar auch bei diesem eine Oxydation statt, aber sie war im Vergleich zu der des Aethers nur gering. Auch blieb der Stand des Thermometers ungeändert, es mochte dampffreie oder mit Alkoholdämpfen gesättigte Luft aus dem Rohre heraustreten.

Ebenso verhielt es sich in Bezug auf die Temperatur bei Anwendung der folgenden Flüssigkeiten.

Ging die Luft durch *Amylalkohol* von 15° C., so brachte sie einen kaum bemerkbaren Ausschlag des Galvanometers hervor. Da dieser Alkohol erst bei 130 bis 132° C. kocht, so bildeten sich beim Hindurchleiten der Luft nur sehr wenig Dämpfe. War er, wenn die Luft hindurchging, bis nahe zu seinem Kochpunkt erwärmt, so entstand ein Ausschlag von 60 bis 80^{mm}.

Methylalkohol, der schon bei 65° C. kocht, erzeugte, wenn er von 15° C. angewendet wurde, einen Ausschlag von 60^{mm}, war er bis zu seinem Kochpunkt erhitzt, so war die Oxydation so bedeutend, dass keine Beobachtung stattfinden konnte.

Ging die Luft durch kalten *Essigäther*, so betrug der Ausschlag 30 bis 50^{mm}. War er bis zu seinem Kochpunkt erwärmt, 200 bis 220^{mm}.

Durch *Borsäureäther* von 15° C. wurde ein Ausschlag von 30^{mm} erhalten, war er bis zu seinem Kochpunkte erhitzt, von 100 bis 110^{mm}.

Eine grössere Anzahl von Dämpfen zu untersuchen schien überflüssig, da wegen ihrer leichten Oxydation sichere Resultate zu erhalten unmöglich war. Zur Beurthei-

lung des Ausstrahlungsvermögens der Wasserdämpfe bietet die Kohlensäure wegen ihrer Unveränderlichkeit einen viel sicherern Anhaltspunkt als irgend ein Dampf. Der Vergleich mit dieser aber zeigt, wie schon oben bemerkt, in sehr bestimmter Weise, daß der Wasserdampf in seinem durchsichtigen Zustande ein nur sehr wenig größeres Ausstrahlungsvermögen für die Wärme besitzt als die trockne atmosphärische Luft, und daß daher auch das Absorptionsvermögen beider wenig von einander verschieden ist.

Aber ich glaube es hätte dieser Versuche nicht bedurft. Ein sehr bekanntes Phänomen das auf der Ausstrahlung der Wärme beruht, liefert einen schlagenderen Beweis für die geringe Absorptionsfähigkeit des Wasserdampfs als alle Versuche in den Laboratorien. Wäre der Wasserdampf in der That ein so guter Absorbent der Wärme, wie Hr. Tyndall behauptet, so würde es niemals thuen können, denn der für den Thau unerläßliche Wasserdampf würde gleichsam eine Decke über der Oberfläche der Erde bilden und würde ihre Ausstrahlung verhindern. Aber gerade da wo die Atmosphäre besonders wasserreich ist, in den Tropen, bildet sich der Thau vorzugsweise, und jene Gegenden würden, wie bekannt, aller Fruchtbarkeit entbehren, wenn den Pflanzen nicht durch den Thau Feuchtigkeit zugeführt würde. Wollte man einwenden, daß der Dampf die Wärme zwar absorbire, davon aber nur einen Theil zur Erde zurück, den größeren hingegen von derselben fort in die höheren Schichten der Atmosphäre strähle, so würde dieser Vorgang der theilweisen Ausstrahlung sich von Schicht zu Schicht wiederholen, und in Folge davon müßte die Temperatur in den verschiedenen Schichten mit der Höhe abnehmen. Dies ist aber bekanntlich beim Thauen nicht der Fall, vielmehr sinkt die Temperatur nur zunächst der gut ausstrahlenden Oberfläche der Erde und ist wenige Fulse über derselben nicht niedriger als über einer schlecht ausstrahlenden Stelle die nicht behaut. Außerdem würde, da sämtliche Schichten der Atmosphäre, so wie sie einen Theil ihrer Wärme von der Erde fortstrah-

len, auch einen andern zu derselben zurückstrahlen, eine Abkühlung unmöglich seyn. Besitze der Wasserdampf ein so großes Absorptionsvermögen, wie ihm Hr. Tyndall beilegt, so könnte nur außerordentlich wenig von der ausgestrahlten Wärme bis zu den Wolken gelangen, da die mächtige, bis zu diesen reichende Dampfschicht sie sämtlich absorbiren würde. Es wäre dann nicht zu erklären weshalb die Wolken das Thauen verhindern. Seit Wells denkwürdigen Untersuchungen nimmt man allgemein an, daß die Wärmestrahlen fast ungeschwächt bis zu den Wolken gelangen und von diesen reflectirt zur Erde zurückkehren, fände ein solcher, fast ungehinderter Durchgang durch die feuchte Luft nicht statt, so könnten die Wolken in ihrer großen Entfernung die Ausstrahlung nicht ebenso verhindern wie ein Brett oder ein anderer fester Körper der in geringer Entfernung über der Erde sich befindet.

Die Folgerungen welche Hr. Frankland für die Eiszeit und Hr. Tyndall für gewisse klimatische Erscheinungen aus der großen Absorptionsfähigkeit des Wasserdampfes herleiten, bleiben unverändert, wenn man statt des wirklichen Dampfes den nebelartigen setzt. Denn dieser ist es der zur Erhaltung des schönen Grüns der brittischen Inseln beiträgt, indem er sowohl die brennenden Strahlen der Sonne mäßigt als große Kälten, die nur bei klarem Himmel und starker Ausstrahlung auftreten, verhindert.

Vor Kurzem haben die HH. Secchi in Rom¹⁾ und Cooke²⁾ zu Cambridge in Amerika das von ihnen beobachtete Auftreten gewisser Linien im Sonnenspectrum bei großem Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre in Zusammenhang gebracht mit der Absorption der Wärme durch den Wasserdampf. Abgesehen davon, daß, wie die oben angeführten Versuche zeigen, die Wärme von den durchsichtigen Wasserdämpfen nur außerordentlich wenig absorbirt wird, so entspricht auch die Absorption des Lichtes an den

1) *Comptes rendus*, T. LX, p. 379.

2) *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, Vol. VII, January 1866.

Stellen der wenigen dunklen Linien, welche bei feuchter Luft auftreten, verglichen mit der Lichtintensität des gesammten Spectrums, keineswegs einer so großen Absorption der Wärme, wie sie nach Hrn. Tyndall stattfinden soll. Mit größerem Recht könnte man umgekehrt behaupten, daß gerade die geringe Abnahme der Lichtintensität bei feuchter aber vollkommen durchsichtiger Luft eine Bestätigung dafür liefert, daß auch die Wärmestrahlen sehr wenig von solcher Luft absorbirt werden.

Wie sehr man sich daher auch bemüht den durchsichtigen Wasserdämpfen ein sehr großes Absorptionsvermögen für die Wärme beizulegen, so geht doch aus den angeführten Versuchen, noch mehr aber aus den Erscheinungen des Thaus hervor, daß die starke Absorption nicht den durchsichtigen, sondern nur den nebel förmigen Dämpfen zukommt.

IX. *Beitrag zur Kenntniss der Zinnselenide;* *von R. Schneider.*

Schon Berzelius ¹⁾ hat beobachtet, daß Zinn und Selen unter Feuererscheinung leicht zusammenschmelzen. Nach Uelsmann ²⁾ wird beim Erhitzen von Zinn mit überschüssigem Selen Einfach-Selenzinn erhalten. Es ist nach ihm hellgrau, metallglänzend, von grobblättrig krystallinischem Bruch und leicht spaltbar; im Glasrohr schmilzt es nicht, zersetzt sich nicht beim Erhitzen in Wasserstoffgas und verbrennt an der Luft, ohne zu schmelzen, unter Entwicklung von Selen zu Zinnsäure.

Das durch Fällen einer Zinnchlorürlösung mit Selenwasserstoff erhaltene Einfach-Selenzinn ist nach Uelsmann (l. c.) ein dunkelbrauner Niederschlag, der nach

1) Lehrbuch Bd. II, S. 603.

2) Annal. d. Chem u. Pharm. Bd. 116, S 124.

dem Trocknen ein fast schwarzes, zartes Pulver darstellt und der in kaustischen Alkalien und Schwefelalkalimetallen löslich ist.

Das Zweifach-Selenzinn ist gleichfalls zuerst von Berzelius dargestellt worden. Er erhielt es beim Fällen einer Zinnchloridlösung mit Selenwasserstoff als einen dunkelgelbrothen, nach dem Trocknen hellrothbraunen Niederschlag, der beim Erhitzen in Wasserstoffgas die Hälfte des Selens verlor, sich in Einfach-Selenzinn verwandelnd. Die Angaben von Berzelius über diesen Gegenstand sind in neuerer Zeit durch Uelsmann (l. c.) bestätigt worden.

Auf trockenem Wege ist die Darstellung des Zweifach-Selenzinns bisher nicht gelungen. Die Angabe von Little¹⁾, wonach beim Erhitzen von Zinn in Selendampf sich Zweifach-Selenzinn bilden soll, scheint auf einem Irrthum zu beruhen, — ist auch bereits auf Grund der späteren Beobachtungen von Uelsmann durch Wöhler²⁾ berichtigt worden.

1. Krystallisirtes Einfach-Selenzinn.

Das durch Zusammenschmelzen von Zinn und Selen dargestellte rohe Einfach-Selenzinn ist gewöhnlich nicht genau nach der Formel SnSe zusammengesetzt und kann es auch nicht seyn, da man bei der Darstellung einen geringen Ueberschuß des einen oder des anderen Elementes mit Sicherheit zu vermeiden nicht im Stande ist. Die im Folgenden beschriebene Methode gestattet die Darstellung eines reinen und zwar krystallisirten Einfach-Selenzinns.

Schon vor längerer Zeit habe ich gezeigt, daß gewisse Schwefelmetalle sich in den entsprechenden Chloriden bei höherer Temperatur in erheblicher Menge auflösen und daß aus solchen Lösungen beim Erkalten das Schwefelmetall entweder verbunden mit dem Chloride oder für sich herauskrystallisirt. So löst Quecksilberchlorid, im zugeschmolzenen Glasrohr bis zum Sieden erhitzt, etwa $\frac{1}{10}$ seines Ge-

1) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 112, S. 213.

2) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 116, S. 122 Note.

wichts Zinnober auf und läßt beim Erkalten die Verbindung 2HgS , HgCl herauskrystallisiren¹⁾; schmelzendes Chlorwismuth oder Ammonium-Wismuthchlorid löst Dreifach-Schwefelwismuth und giebt beim Erkalten die in hübschen kleinen Nadeln anschießende Verbindung 2BiS , BiCl ,²⁾; bis gegen seinen Siedepunkt erhitztes wasserfreies Zinnchlorür löst eine nicht unbedeutende Menge von Einfach-Schwefelzinn, das sich während des Erkaltes der Lösung in dunkelbleigrauen, glänzenden Krystallen ausscheidet³⁾. Dieses letztere Verhalten bietet den sichersten Weg zur Darstellung eines chemisch reinen Einfach-Schwefelzinns.

Es war zu vermuthen, daß auf ähnliche Weise chemisch reines Einfach-Selenzinn erhalten werden könne. Diese Vermuthung hat sich vollkommen bestätigt gefunden.

Trägt man gepulvertes rohes Einfach-Selenzinn, durch Erhitzen eines innigen Gemenges von 3 Theilen Zinnfeile und 2 Theilen Selen erhalten, in schmelzendes Zinnchlorür ein, so löst es sich in ziemlich bedeutender Menge darin auf. Die Lösung hat eine dunkelbraune Farbe und ist in dünnen Schichten vollkommen durchsichtig. Während des Erkaltes erfüllt sich dieselbe mit zahlreichen, glänzenden kleinen Krystallen von Einfach-Selenzinn. Um diese für sich zu gewinnen, braucht man den erstarrten, in grobe Stücke zerschlagenen Salzkuchen nur mit salzsauerm Wasser zu übergießen und einige Zeit unter häufigem Bewegen damit in Berührung zu lassen. Das Zinnchlorür löst sich, das Selenzinn scheidet sich am Boden des Gefäßes ab, zum Theil als braunes Pulver, zum größeren Theil in kleinen, lebhaft glänzenden Krystallen. Diese letzteren können durch Schlämmen, Anfangs mit salzsauerm, zuletzt mit reinem Wasser leicht und vollständig von dem braunen Pulver getrennt werden.

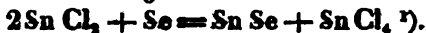
Mit gleicher Leichtigkeit wird krystallisirtes Einfach-

1) Diese Annalen Bd. 95, S. 167.

2) Diese Annalen Bd. 93, S. 464.

3) Diese Annalen Bd. 96, S. 169.

Selenzinn erhalten, wenn man in schmelzendes wasserfreies Zinnchlorür fein pulverisirtes Selen einträgt und so lange erhitzt, bis die flüssige Masse in dünnen Schichten klar und durchsichtig erscheint. Während des Erhitzens entweicht eine große Menge von Zinnchlorid. Die Wirkung des Selen auf das Zinnchlorür verläuft demnach im Sinne der folgenden Gleichung:



Das hierbei entstehende Einfach-Selenzinn löst sich im Ueberschuß des angewandten Zinnchlorürs und krystallisirt daraus beim Erkalten²⁾.

Das krystallisirte Einfach-Selenzinn bildet kleine, lebhaft metallglänzende Prismen (Blättchen) von stahlgrauer Farbe. Es ist, abgesehen von seiner etwas dunkleren Farbe, dem krystallisirten Einfach-Schwefelzinn äußerst ähnlich und wahrscheinlich auch isomorph mit diesem. Das spec. Gewicht desselben habe ich (bei 15°) zu 5,24 bestimmt.

Bei der Analyse der Verbindung wurden folgende Resultate erhalten.

1) 0,714 Grm., so lange bei freiem Luftzutritt erhitzt, bis keine Gewichtsveränderung mehr stattfand, gaben 0,544 Grm. Zinnsäure von graugelber Farbe.

2) 1,037 Grm. wurden zunächst durch Rösten von der größten Menge des Selen befreit; der noch selenhaltige Rückstand wurde mit dem Sechsfachen eines Gemenges von Soda und Schwefel geschmolzen, die erkaltete Masse in Wasser gelöst, die Lösung mit Salzsäure gefällt und der Niederschlag nach dem Auswaschen und Trocknen anhaltend bei Luftzutritt ge-

1) $\text{Sn} = 118. \text{Se} = 79,5.$

2) Es möge hier beiläufig bemerkt werden, daß sich Schwefel gegen wasserfreies Zinnchlorür ganz ebenso verhält wie Selen: es bildet sich unter Entweichen von Zinnchlorid Einfach-Schwefelzinn, das sich im Ueberschuß des Zinnchlorürs auflöst und sich beim Erkalten der Masse in Krystallen ausscheidet. — Diese Beobachtung stimmt mit einer älteren Angabe von Preuss, wonach die Wirkung im Sinne der folgenden Gleichung $2\text{Sn Cl}_2 + \text{S}_2 = \text{Sn S}_2 + \text{Sn Cl}_4$ verlaufen soll, nicht überein.

glüht. Dabei wurden 0,798 Grm. Zinnsäure erhalten.

Die gefundenen Zahlen stehen mit der Formel SnSe in genügender Uebereinstimmung, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Berechnet	Gefunden:	
		I.	II.
$\text{Sn} = 118$	59,75 Proc.	59,93	60,51
$\text{Se} = 79,5$	40,25 "	—	—
<u>197,5</u>	<u>100,00.</u>		

Das krystallisirte Einfach-Selenzinn wird von Salzsäure selbst beim Sieden nur sehr langsam und träge unter Entwicklung von wenig Selenwasserstoff angegriffen.

Dagegen erfährt es durch siedende, wässrig concentrirte Salpetersäure eine bemerkenswerthe Veränderung: es färbt sich nämlich dadurch, ohne daß die Krystallblättchen ihre Gestalt und ihren Glanz verlieren, schön kupferroth. Unterwirft man, wenn diese Farbenveränderung eingetreten ist, die Blättchen einer sorgfältigen mikroskopischen Betrachtung, so findet man in denselben, namentlich in den größeren, noch einen deutlich wahrnehmbaren dunkeln Kern von schwarzgrauer Farbe, — offenbar unverändertes Einfach-Selenzinn, das sich der Wirkung der Salpetersäure entzogen hatte. Führt man nun fort, die kupferrothen Blättchen mit Salpetersäure zu kochen, so wird die Farbe allmählich heller und heller; die Blättchen zeigen unter dem Mikroskope keinen dunkeln Kern mehr, dagegen farblose durchscheinende Ränder und endlich nach sehr lange fortgesetztem Kochen mit Salpetersäure erscheinen sie durch die ganze Masse farblos. Sie sind nun vollständig in Zinnsäure verwandelt. — Ich habe nicht finden können, daß die Reaction in irgend einem Zeitpunkte anhält und ein Zersetzungsproduct von constanter Zusammensetzung erhalten wird. Der Verlauf der Reaction dürfte wesentlich der seyn, daß sich das Zinn unter Ausscheidung des Selen allmählich in Zinnsäure verwandelt; das vorübergehend ausgeschiedene Selen bedingt die rothe Farbe der Krystallblättchen und diese verschwindet

in dem Maasse, als das Selen durch die Salpetersäure in selenige Säure verwandelt und als solche aufgelöst wird.

Durch Königswasser wird das krystallisirte Einfach-Selenzinn leicht und vollständig zersetzt, ohne einen Rückstand zu hinterlassen.

Durch Ammoniakflüssigkeit und mäßig concentrirte Natronlösung erfährt es; selbst beim Sieden, kaum eine bemerkbare Veränderung. Durch diese Schwerzersetzbarkeit in den Lösungen ätzender Alkalien unterscheidet sich das krystallisirte wesentlich von dem auf nassem Wege dargestellten Einfach-Selenzinn. — Von Schwefel- und Selenalkalimetallen dagegen wird auch die krystallisirte Verbindung leicht mit rother Farbe aufgelöst.

Bei Luftabschlufs erhitzt, verträgt das krystallisirte Einfach-Selenzinn, ohne sich zu verändern, eine hohe Temperatur. Beim Erhitzen an der Luft verwandelt es sich unter Verlust des Selens allmählich in Zinnsäure; doch muß ausdrücklich bemerkt werden, daß die Umwandlung, namentlich gegen das Ende des Röstens, sehr langsam stattfindet und daß sie erst nach mehrmaligem Zerreiben und wiederholtem Glühen des ersten Röstopproductes eine vollständige ist.

Beim Erhitzen im Wasserstoffstrome wird die Verbindung, wie schon Uelsmann angegeben hat, nicht reducirt. Die Masse sintert bei Anwendung einer starken Hitze zusammen, ein kleiner Theil beschlägt die obere Kugelwölbung der Reductionsröhre, aber eine bemerkenswerthe Zersetzung findet nicht statt. Enthält das Selenzinn etwas Schwefelzinn — (wie es, wenn das zur Bereitung angewandte Selen schwefelhaltig war, der Fall ist) —, so entweicht beim Erhitzen im Wasserstoffstrome etwas Schwefelwasserstoff und dem in der Reductionsröhre zurückbleibenden Selenzinn ist etwas metallisches Zinn beigemischt.

2. Verhalten des Einfach-Selenzinns gegen Iod.

Erhitzt man ein inniges Gemenge gleicher Aequivalente Einfach-Selenzinn und Iod (d. h. nahezu 4 Theile Selen-

zinn und 5 Theile Iod), so findet schon bei sehr mäßiger Temperatur Einwirkung statt: die Masse verflüssigt sich vollständig, indem sich die Reaction von der zuerst erhitzten Stelle allmählich durch das ganze Gemenge verbreitet. Nimmt man den Versuch in einer Glasröhre vor, in die man das Gemenge in einer dünnen Lage eingeschüttet hat und erhitzt man dasselbe am einen Ende bis zur Einwirkung, so setzt sich diese von selbst bis zum anderen Ende fort. Während der Einwirkung tritt eine äußerst geringe Menge von Ioddampf auf.

Wird die erstarrte und völlig erkaltete rothbraune Masse mit Schwefelkohlenstoff behandelt, so löst sie sich zum größeren Theil mit dunkelgelber Farbe darin auf unter Hinterlassung eines rothbraunen Pulvers.

Aus der Lösung scheidet sich beim Beginn des Verdampfens eine sehr geringe Menge kleiner dunkelrother Krystalle aus, die in Schwefelkohlenstoff schwer löslich und die ihrem sonstigen Verhalten nach reines Selen sind. Bei weiterem Verdampfen giebt die Lösung — und zwar bis auf den letzten Tropfen — octaëdrische Krystalle von der Farbe, des zweifach-chromsauren Kalis. Diese sind reines Zinniodid.

0,881 Grm. derselben gaben nämlich bei der nach bekannten Methoden ausgeführten Analyse 0,210 Grm. Zinnsäure und 1,309 Grm. Iodsilber, entsprechend 18,75 Proc. Zinn und 80,29 Proc. Iod. Die Formel Sn J_4 verlangt 18,85 Proc. Zinn und 81,15 Proc. Iod.

Das rothbraune, in Schwefelkohlenstoff unlösliche Pulver besteht wesentlich aus *Zweifach-Selenzinn*, doch enthält es gewöhnlich eine geringe Menge von *Einfach-Selenzinn* und von Selen beigemengt (s. w. unten).

0,775 Grm. desselben hinterließen beim Erhitzen an der Luft unter Ausgabe massenhafter Seldämpfe 0,447 Grm. Zinnsäure von graugelber Farbe. Dem entsprechen 42,15 Proc. Zinn, während die Formel Sn Se_2 , 42,59 Proc. Zinn erfordert.

Die Wirkung des Iods auf das Einfach-Selenzinn ver-

läuft also bei Anwendung gleicher Aequivalente beider Stoffe im Sinne der folgenden Gleichung:



Dieses Verhalten bietet, wie weiter unten näher gezeigt werden soll, einen bequemen Weg zur Darstellung des Zweifach-Selenzions.

Erhitzt man anstatt gleicher Aequivalente ein Gemenge von 1 Aequivalent Einfach-Selenzinn und 2 Aequivalenten Iod (oder 1 Theil des ersteren und $2\frac{1}{2}$ Theile des letzteren), so findet auch schon bei sehr mäßiger Temperatur Einwirkung statt, wobei die ganze Masse sich vorübergehend verflüssigt. Freies Iod tritt dabei nur zu einer Spur auf. Die erkaltete Masse löst sich zum größeren Theil in Schwefelkohlenstoff und die Lösung giebt beim Verdampfen außer einer kleinen Menge Selen nur Krystalle von Zinniodid; der in Schwefelkohlenstoff unlösliche Rückstand bildet nach dem Auswaschen ein gleichmäßiges, dunkel schwarzbraunes Pulver, das sich wie reines Selen verhält.

Die Reaction ist also ausgedrückt durch die Formel-Gleichung



Wendet man auf 1 Aequivalent Einfach-Selenzinn mehr als 2 Aequivalente Iod an, so bleibt die Reaction dieselbe: es entsteht Zinniodid, das Selen wird ausgeschieden und der Ueberschuß von Iod bleibt unverbunden.

Das letztere Verhalten zeigt, daß zwischen Selen und Iod ein sehr geringes Vereinigungsstreben besteht. Diese Beobachtung befindet sich im Einklang mit einer älteren Angabe von Trommsdorff¹⁾, wonach der aus gleichen Aequivalenten von Selen und Iod zusammengeschmolzenen, schwärzgrauen Masse durch absoluten Alkohol alles Iod entzogen werden kann.

Ganz ebenso wie trocknes Iod, so wirkt eine Auflösung von Iod in Schwefelkohlenstoff und zwar schon bei gewöhnlicher Temperatur auf das Einfach-Selenzinn. In der

1) Neues Journal der Pharm. 12, 2, 45.

That: übergießt man sehr fein pulverisirtes, am Besten geschlämmtes Einfach-Selenzinn mit Schwefelkohlenstoff und fügt dazu langsam unter Umschütteln eine Auflösung von Iod in Schwefelkohlenstoff, so verschwindet schnell die rothe Farbe der letzteren, sie färbt sich von aufgelöstem Zinniodid gelb, während das graue Einfach-Selenzinn sich allmählich in ein dunkelrothbraunes Pulver von Zweifach-Selenzinn verwandelt.

1,127 Grm. des auf diese Weise erhaltenen braunen Pulvers gaben nach dem Auswaschen mit Schwefelkohlenstoff beim Rösten an der Luft 0,632 Grm. Zinnsäure = 44,1 Proc. Zinn. Die Formel Sn Se_2 verlangt 42,59 Proc.

Bei Anwendung gleicher Aequivalente Selenzinn und Iod erfolgt also auch hier die Zersetzung im Sinne der Gleichung:



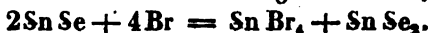
Fügt man, wenn die Reaction bis zu diesem Stadium verlaufen ist, noch einmal so viel Iod hinzu, als bereits angewandt wurde, so sind die Endproducte der Reaction Zinniodid, das sich (nebst etwas Selen) löst und Selen das als dunkelschwarzbraunes Pulver ungelöst bleibt. Es gilt dann also wieder die Zersetzungsgleichung:



3. Verhalten des Einfach-Selenzinns gegen Brom..

Beim Auftröpfeln von Brom auf pulverisirtes Einfach-Selenzinn findet unter Zischen und Temperaturerhöhung eine kräftige Einwirkung statt. Diese läßt sich mäfsigen und kann in ihren einzelnen Stadien deutlich verfolgt werden, wenn man das Selenzinn mit Schwefelkohlenstoff übergießt und unter Umschütteln langsam Brom zusetzt.

Wird auf 1 Aequivalent Einfach-Selenzinn 1 Aequivalent Brom angewandt, so entstehen Zinnbromid, das sich mit Leichtigkeit im Schwefelkohlenstoff auflöst, und Zweifach-Selenzinn nach der Gleichung:



Nimmt man auf 1 Aequivalent Selenzinn 2 Aequiva-

lente Brom, so bildet sich Zinnbromid unter Ausscheidung des Selen, von dem sich übrigens ein kleiner Theil mit dem Zinnbromid im Schwefelkohlenstoff auflöst. Die Zersetzung erfolgt also dann im Sinne der Gleichung:



Bis zu diesem Punkte ist, wie man bemerken wird, die Einwirkung des Broms auf das Einfach-Selenzinn ganz entsprechend der des Iods (s. oben). Werden aber auf 1 Aequivalent Einfach-Selenzinn mehr als 2 Aequivalente Brom angewandt, so erfährt zwar das zunächst entstehende Zinnbromid keine weitere Veränderung, aber der Ueberschuß des Broms wirkt auf das ausgeschiedene Selen ein und es entstehen Verbindungen dieser beiden Elemente in verschiedenen Verhältnissen je nach der Menge des zugesetzten Broms.

Ich habe diese Verbindungen zum Gegenstande einer besonderen Untersuchung gemacht und werde in einem der nächsten Hefte dieser Annalen ausführlicher darauf zurückkommen.

4. Zweifach-Selenzinn.

Wie oben bereits bemerkt wurde, beruht die Angabe von Little, daß beim Erhitzen von Zinn in Selendampf Zweifach-Selenzinn erhalten werde, wahrscheinlich auf einem Irrthum. Was Little unter Händen hatte, war wohl Einfach-Selenzinn. Ich vermute dies umso mehr, als das von ihm (für sein Zweifach-Selenzinn) angegebene specifische Gewicht (5,133) dem von mir für das specifische Gewicht des krystallisirten Einfach-Selenzinns gefundenen Werthe (5,240) ziemlich nahe liegt.

Sicher ist — und ich muß in dieser Richtung die Angabe von Uelsmann (l. c.) bestätigen — daß beim Erhitzen eines Gemenges von 1 Aequivalent Zinn mit 2 oder mehr Aequivalenten Selen, unter Verflüchtigung eines Theils des letzteren, immer nur Einfach-Selenzinn erhalten wird.

Der Versuch, nach einer der Darstellung des Musivgoldes entsprechenden Methode Zweifach-Selenzinn zu bereiten, gab kein günstiges Resultat. Als nämlich ein in-

niges Gemenge von 120 Th. Zinn, 60 Th. Quecksilber, 60 Th. Salmiak und 160 Th. Selen in einem langhalsigen, lose bedeckten Kolben sehr langsam und vorsichtig, zuletzt bis zum schwachen Glühen erhitzt wurde, zeigte sich zwar bald unter Auftreten weisgrauer Dämpfe Einwirkung, doch konnte dabei die Bildung von Zweifach-Selenzinn nicht beobachtet werden. Später sublimirte Selen in den oberen Theil des Kolbens und zuletzt, als die Hitze schon ziemlich hoch gestiegen war, bedeckte sich der Rückstand am Boden des Kolbens mit einzelnen kleinen, weisgrauen, glänzenden Krystallen, die ich indeß nach ihrem äußeren Ansehen und mit Rücksicht auf die hohe Temperatur, bei der sie entstanden waren, für Einfach-Selenzinn ansprechen mußte. Die Menge derselben war übrigens für eine nähere Untersuchung viel zu gering.

Es scheint hiernach, daß sobald höhere Temperaturgrade ins Spiel kommen, sich das Zweifach-Selenzinn nicht unter den Bedingungen seiner Bildung und seines Bestehens befindet.

Es ist weiter oben angegeben, daß das Einfach-Selenzinn durch Iod im Sinne der Gleichung $2\text{Sn Se} + 4\text{J} = \text{Sn J}_4 + \text{Sn Se}_2$ zersetzt wird. Will man von diesem Verhalten zur Darstellung des Zweifach-Selenzinns Anwendung machen, so ist, wennsonst ein reines Präparat erhalten werden soll, die Beobachtung gewisser Vorsichtsmaßregeln unerläßlich.

Vor Allem muß dafür gesorgt werden, daß das zu erhaltende Gemenge von Iod und Einfach-Selenzinn möglichst innig und gleichmäßig sey. Ist es dieß nicht, so entzieht sich beim Erhitzen desselben leicht ein Theil des Selenzinns der Einwirkung des Iods, während ein anderer Theil durch das nun (an einzelnen Stellen) im Ueberschuß vorhandene Iod im Sinne der Gleichung $\text{Sn Se} + 4\text{J} = \text{Sn J}_4 + \text{Se}$ zersetzt wird. Es ist klar, daß in diesem Falle dem gebildeten Zweifach-Selenzinn unverändertes Einfach-Selenzinn sowohl, als auch Selen beigemengt seyn muß.

Der gleiche Fall tritt dann ein, wenn das Gemenge

von Iod und Einfach-Selenzinn in einem Kolben oder in einer Retorte erwärmt wird, weil sich hier die Reaction von der zuerst erwärmten Stelle mit grösser Heftigkeit und unter so bedeutender Temperaturerhöhung durch die ganze Masse des Gemenges verbreitet, daß das Anfangs gebildete Zweifach-Selenzinn, zum Theil wenigstens, in Einfach-Selenzinn und Selen zerfällt. Weit besser ist es, das Gemenge in dünner Lage in eine Glasröhre einzuschütten und durch mäßiges Erwärmen an dem einen Ende die Reaction einzuleiten. Diese verbreitet sich langsam durch die ganze Masse und es findet, da auf einmal nur kleine Mengen von Substanz in Action treten, in keinem Zeitpunkte eine bedeutende Temperaturerhöhung statt. Unter diesen Umständen bleibt das Zweifach-Selenzinn zum größten Theil unzersetzt.

Immerhin ist es sehr schwierig, auf trockenem Wege ein von Einfach-Selenzinn und Selen völlig freies Zweifach-Selenzinn darzustellen. Der Grund davon liegt hauptsächlich darin, daß sich das Iod wegen seiner krystallinisch blättrigen Beschaffenheit nur äußerst schwierig zu einem feinen Pulver zerreiben und sich folglich nicht innig genug mit dem Einfach-Selenzinn vermengen läßt.

Auch wenn man das Iod, in Schwefelkohlenstoff gelöst, dem feingepulverten Einfach-Selenzinn unter stetem Umrühren zusetzt, ist es kaum zu vermeiden, daß vorübergehend die Bedingungen der Zersetzungsgleichung $\text{SnSe} + 4\text{J} = \text{SnJ}_4 + \text{Se}$ Platz greifen; die Folge davon muß seyn, daß etwas Einfach-Selenzinn unzersetzt bleibt, welches sich gleichzeitig mit dem freigewordenen Selen dem Zweifach-Selenzinn beigemengt.

Ein Verfahren, das von den hier angedeuteten Fehlerquellen fast ganz frei ist und dem ich daher für die Darstellung des Zweifach-Selenzinns den Vorzug gebe, ist das folgende.

Man reibt 5 Theile Iod mit 8 bis 10 Theilen von reinem krystallisirten Zinniodid¹⁾ solange zusammen, bis das

1) Die bequemste Art das Zinniodid zu bereiten, besteht darin, daß man 1 Theil Zinnfeile im verschließbaren Glase mit etwa dem sechsfachen Gewicht Schwefelkohlenstoff übergießt und unter Abkühlung des Ge-

Gemenge dem unbewaffneten Auge als ein gleichmäßiges, dunkelgelbes Pulver erscheint. Der Zusatz des Zinniodids hat lediglich den Zweck, das Pulverisiren des Iods zu erleichtern und er entspricht diesem Zwecke vollkommen. Dem innigen Gemenge von Iod und Zinniodid setzt man darauf 4 Theile geschlämmtes Einfach-Selenzinn hinzu, mengt Alles durch anhaltendes, aber leises Reiben möglichst innig und fügt auf einmal unter schnellem Umrühren soviel Schwefelkohlenstoff hinzu, daß eine gleichmäßige breiartige Masse entsteht. Dieses eine Gemenge von Zinniodid und Zweifach-Selenzinn behandelt man darauf mit größeren Mengen Schwefelkohlenstoff, worin sich das Zinniodid mit Leichtigkeit auflöst¹⁾, während das Zweifach-Selenzinn als dunkel rothbraunes Pulver ungelöst bleibt. Dieses wird zuletzt auf dem Filtrum mit Schwefelkohlenstoff vollständig ausgewaschen und dann getrocknet.

Mehrere nach dieser Methode dargestellte Präparate ergaben bei der Analyse Folgendes:

- 1) 1,621 Grm., bei freiem Luftzutritt solange erhitzt, bis kein Selen mehr verflüchtigt wurde, gaben 0,869 Grm. Zinnsäure.
- 2) 0,720 Grm. (einer anderen Darstellung) gaben 0,394 Grm. Zinnsäure.
- 3) 1,122 Grm. gaben 0,611 Grm. Zinnsäure.

Diese Zahlen führen zu der Formel SnSe_2 .

		Gefunden:		
		I.	II.	III.
Berechnet:				
Sn = 118	— 42,59 Proc.	42,17	43,04	42,84
Se ₂ = 159	— 57,41 „	—	—	—
	<u>277.</u> 100,00.			

fäßes allmählich 4 Theile Iod in kleinen Portionen zusetzt. Trotz des angewandten Ueberschusses von Zinn bildet sich nur Zinniodid. Sobald die über dem ungelösten Zinn stehende Flüssigkeit eine rein gelbe Farbe angenommen hat, gießt man sie klar ab und läßt sie bei gewöhnlicher Temperatur verdampfen. Sie giebt Krystalle von reinem Zinniodid.

- 1) 1 Theil Schwefelkohlenstoff löst bei mittlerer Temperatur 1,45 Theile Zinniodid.

Das nach der hier beschriebenen Methode dargestellte Zweifach-Selenzinn ist ein dunkel rothbraunes, undeutlich krystallinisches Pulver, das sich beim Erwärmen auf 100° vorübergehend dunkler färbt. Das specifische Gewicht desselben ist $= 4,85$.

Von Wasser und verdünnten Säuren wird es nicht verändert, auch von concentrirter Salzsäure, selbst kochender, wird es kaum angegriffen. Beim Erhitzen mit Salpetersäure wird es allmählich zersetzt, indem selenige Säure in Lösung tritt und Zinnsäure ungelöst bleibt. Königswasser wirkt beim Erwärmen energisch ein und giebt eine vollständige Lösung. Concentrirte Schwefelsäure löst in der Hitze eine nicht unbedeutende Menge von Zweifach-Selenzinn mit schmutzig olivengrüner Farbe; gießt man diese Lösung in viel Wasser, so scheidet sich Selen als rothes Pulver aus, während schwefelsaures Zinnoxid in Lösung bleibt.

Von Kali- und Natronlösung wird das Zweifach-Selenzinn schon in der Kälte, schneller bei mäßigem Erwärmen mit blutrother Farbe aufgelöst. Auf Zusatz von Salzsäure zu dieser Lösung wird das Selenzinn als schön dunkelrother Niederschlag wieder abgeschieden. Ammoniak wirkt ähnlich wie die fixen Alkalien.

5. Verhalten des Zweifach-Selenzinns gegen Iod und Brom.

Der Verfasser hat früher ¹⁾ gezeigt, daß beim Erhitzen eines Gemenges aus 1 Aequivalent Zweifach-Schwefelzinn (Musivgold) und 2 Aequivalenten Iod eine aus Schwefelkohlenstoff gut krystallisirende Verbindung erhalten wird, die ihrer Zusammensetzung und ihrem Verhalten nach als SnS_2J_2 , S_2J_2 aufgefaßt werden muß.

Der Versuch, auf analoge Weise eine Selenverbindung von entsprechender Zusammensetzung darzustellen, hatte nicht den gewünschten Erfolg. Ein Gemenge von 1 Aequivalent Zweifach-Selenzinn und 2 Aequivalenten Iod schmilzt bei sehr mäßiger Temperatur zu einer dunkel blutrothen Flüssigkeit zusammen; bei fortgesetztem Erhitzen sublimirt

¹⁾ Diese Annalen, Bd. 111, S. 219.

daraus zuerst etwas Iod, dann Zinniodid. Wird die erstarrte Masse mit Schwefelkohlenstoff behandelt, so löst sich Zinniodid und im Rückstande bleibt Selen. Die stattgehabte Wirkung ist also ausgedrückt durch die Formelgleichung



Ganz denselben Verlauf wie auf trockenem Wege nimmt die Reaction dann, wenn man 1 Aequivalent Zweifach-Selenzinn mit einer Auflösung von 2 Aequivalenten Iod in Schwefelkohlenstoff behandelt: Selen wird ausgeschieden und Zinniodid (nebst einer kleinen Menge Selen) tritt in Lösung.

Gegen Brom verhält sich das Zweifach-Selenzinn ebenso wie gegen Iod.

Berlin, im April 1866.

X. *Commutator von neuer Form;* *von Ad. Hörmann,*

Lehrer an der Bergakademie in Clausthal.

Bei physikalischen Apparaten, die für den Unterricht bestimmt sind, ist es, wie bekannt, stets wünschenswerth, daß dieselben möglichst übersichtlich sind. Zumal bei solchen ist dieses nöthig, die zur Leitung des galvanischen Stromes dienen, damit die Schüler mit einem Blick leicht und sicher den Lauf des Stromes verfolgen können. Der vorliegende Commutator, den ich schon seit einiger Zeit für meine Vorträge benutze, ist aus dem Streben nach möglichster Uebersichtlichkeit hervorgegangen. Auch habe ich gesucht die einzelnen Theile so zu construiren, daß sie sich möglichst leicht anfertigen lassen.

Auf dem viereckigen Brettchen A (Fig. 1 bis 4 Taf. VI) sind vier Klemmschrauben a, b, c und d befestigt, deren zwei z. B. a und b, zur Aufnahme der Poldrähle des Elektromotors

dienen, während die beiden anderen *c* und *d* zur Aufnahme des Schließungsbogens bestimmt sind, den der Strom bald in der einen, bald in der anderen Richtung durchlaufen soll. Durch die Klemmschrauben werden zugleich auf dem Brettchen die vier federnden Metallstreifen *e*, *f*, *g* und *h* festgehalten. Zwischen Letzteren liegt, durch ein Paar kleiner Messingständer *i* und *k* getragen, eine Walze von hartem Holz (besser noch von Hartgummi oder Elfenbein), welche die Form eines sechseitigen Prismas mit drei schmalen und drei breiten Flächen hat (Fig. 1 und 4 Taf. VI). Auf jede der drei schmalen Flächen sind zwei Messingknöpfchen eingeschoben. (s. Fig. 4), gegen die sich bei entsprechender Stellung derselben die Federn *e*, *f*, *g* und *h* mit einigem Druck legen. Zur Verbindung der Knöpfchen befinden sich auf zwei der breiten Prismenflächen Metallstreifen (Fig. 4) und zwar auf der einen zwei parallel, auf der anderen zwei gekreuzte, die sich an der Kreuzungsstelle natürlich nicht berühren dürfen. Auf der dritten breiten Fläche ist keinerlei Verbindung zwischen den Knöpfchen vorhanden. Die parallelen und gekreuzten Metallstreifen mit den darüber hervorstehenden Knöpfchen haben nun, wie leicht zu ersehen, den Zweck zwei verschiedene Verbindungen zwischen den Federn *e*, *f*, *g* und *h* zu bilden.

Liegen die beiden parallelen Streifen oben, wie in Fig. 3, so geht der positive Strom von der Klemme *a* durch *f* nach *g*, und von *c* ab durch den Schließungsbogen nach *d* hin, dann aber durch *h*, *f* und *b* zurück nach dem Elektromotor. Wird die Walze hingegen so gedreht, daß die gekreuzten Streifen oben liegen, so bilden diese eine andere Verbindung zwischen den Federn und derselbe Strom nimmt jetzt, wie ein Blick auf Fig. 2 lehrt, in dem Schließungsbogen den entgegengesetzten Weg von der Klemme *d* nach *a*.

Um die Walze rasch und sicher in die beiden bezeichneten Stellungen bringen zu können, befindet sich an der Hülse des Handgriffes *m* eine Scheibe *t*, die auf einem Drittheil ihres Umfanges weggefeilt ist (Fig. 1). In den so

entstandenen Einschnitt legt sich der in den Ständer *i* eingeschrobene Stift *s*. Die Drehung der Walze kann so nicht mehr als 120° betragen, wie es für die beiden äußersten Stellungen verlangt wird.

Soll der Strom ganz unterbrochen werden, so hat man nur nöthig die Walze in die mittlere Stellung zu drehen, so daß die beiden Knöpfchen 1 und 2 nach oben gerichtet sind. Dann kommen die vier Federn außer aller Berührung mit den Knöpfchen, also auch unter sich außer aller Verbindung. Damit aber auch in dieser Stellung die Walze vor zufälliger Drehung gesichert ist, muß etwas Friction vorhanden seyn, die leicht dadurch hervorgebracht werden kann, daß die beiden Ständer *i* und *k* sich mit einigem Druck gegen die Walze legen.

In Betreff des Preises endlich bemerke ich, daß auf desfallsige Anfrage unser hiesiger Mechanikus Kulle sich bereit erklärt hat, den Apparat für höchstens 4 Thlr. das Stück sauber und schön gearbeitet zu liefern.

XI. *Ueber einen neuen Commutator; von P. h. Carl in München.*

Vor Kurzem hatte ich Gelegenheit, den von Grüel angegebenen gyrotropischen Apparat in meiner Werkstätte ausführen zu lassen. So große Vorzüge dieser Apparat auch vor den bisher gebrauchten Commutatoren hat, so leidet er doch an dem Mifsstande, daß schon bei einigem Gebrauche das Holz oder Bein zwischen den eingelassenen Metallbögen sich mit einer Metallschicht überzieht, welche ganz abgesehen davon, daß sie die Drehung der Scheibe erschwert, die gyrotropische Wirkung des Apparates, da sie selbstleitend ist, ganz aufheben kann. Außerdem tritt, wie bei allen Commutatoren mit schleifenden Federn, bei der Drehung der Scheibe, eine Erwärmung ein, die einen

Thermometerstrom erzeugt, welcher immerhin so stark werden kann, daß er wenigstens bei feinen Messungen eine störende Wirkung ausübt.

Ich habe nun einen Apparat construirt, welcher vor den bisherigen Commutatoren viele Vorzüge hat und den ich im Folgenden beschreiben will. Es beruht weder auf Quecksilbernäpfchen, noch sind schleifende Federn vorhanden; die Commutation wird einfach dadurch erzeugt, daß im Apparat durch Drehen einer Schraube die Leitungsdrähte verwechselt und dadurch die Richtung des Stromes geändert wird.

Auf die Bodenplatte *A* (Fig. 5 Taf. VI) sind zwei feste Ständer *B* und *C* aufgesetzt, zwischen denen sich ein beweglicher Ständer *D* befindet. Durch die drei Ständer geht ein Cylinder *S*, *S*, welcher da, wo er durch *D* hindurchgeht, ein Schraubengewinde hat, während in *D* selbst die zugehörige Mutter eingelassen ist. Mittelst des Kopfes *K* kann der Cylinder *S*, *S* um seine Axe gedreht werden und der bewegliche Ständer rückt dabei vorwärts und rückwärts (in der Zeichnung nach links oder rechts), je nachdem der Kopf *K* nach rechts oder links gedreht wird. Die beiden festen Ständer *B* und *C* sind von Holz und tragen je vier messingene Einsätze *a*, *a'*, *a''*, *a'''* (Fig. 5 *a* Taf. VI) und *b*, *b'*, *b''*, *b'''* (Fig. 5 *b*), welche durch die Leitungsdrähte so miteinander verbunden sind, wie es die Figuren zeigen. Dabei liegt *a* genau *b*, *a'* genau *b'* etc. gegenüber. Durch den beweglichen Ständer *D*, der bis auf die Mutter für die Schraube gleichfalls von Holz ist, gehen vier starke Messingstifte *e*, *e* hindurch, welche zugleich die Klemmen *g*, *g* für die Zuleitungsdrähte bilden und genau in der Richtung zwischen *a* und *b*, *a'* und *b'* ... liegen.

Wird nun der Kopf *K* gedreht, so bewegt sich der Ständer *D*, und die Stifte *e*, *e*, *e*, *e* können, je nach der Drehung von *K*, an die Plättchen *a*, *a'*, *a''*, *a'''* oder an *b*, *b'*, *b''*, *b'''* angeedrückt werden.

Diese Plättchen sind aber, wie Fig. 5 *a* und 5 *b* Taf. VI zeigen, so miteinander verbunden, daß wenn man in die

unteren beiden Klemmen g, g die Enden des Galvanometerdrahtes, und mit den oberen Klemmen die Zuleitungsdrähte der Batterie verbindet, der Strom, wenn e, e, e, e an b, b', b'', b''' anliegen, in entgegengesetzter Richtung das Galvanometer durchläuft, als wenn e, e, e, e an a, a', a'', a''' anliegen.

Die Schraube an S, S hat einen sehr steilen Gang, so daß etwa eine halbe Umdrehung des Knopfes K hinreicht, um die ganze mögliche Verschiebung von D zu bewerkstelligen, so daß die Commutation ungemein rasch und, was eine Hauptsache ist, sehr sicher ausgeführt werden kann. Der ganze Apparat kann ferner leicht überall, sey dies horizontal oder vertical aufgestellt oder angeschraubt werden. Der einzige Mißstand, der mit der Zeit eintreten könnte, wäre der, daß die sich berührenden metallischen Flächen sich mit einer Oxydschicht überziehen würden; ein einziger Strich mit Smirgelpapier reicht übrigens dann hin, die Oberfläche wieder metallisch rein herzustellen.

Ich überlasse es meinen Lesern, die Vorzüge dieses Apparates selbst zu würdigen und bemerke nur noch, daß derselbe in meiner physikalischen Anstalt um 8 fl. geliefert wird.

XII. *Eine Bemerkung über die Meeresströmungen; von C. G. Jungk.*

Im Jahre 1849 schrieb ich im Programm des Friedrich-Werderschen Gymnasiums eine Abhandlung »Ueber die Meeresströmungen«, in welcher ich glaube dargethan zu haben, daß Ebbe und Fluth, Verdunstung des Wassers am Aequator und Verdichtung desselben an den Polen etc., ja selbst die herrschenden Winde in Verbindung mit der Rotation der Erde nicht so tief gehende und massenhafte Bewegungen des Meeres hervorbringen können, wie beobachtet wer-

den, und in welcher ich die Meinung aussprach, daß der Magnetismus der Erde das Meerwasser als den Leiter eines elektrischen Stromes in diese Bewegung setzen könne, wenn dieser entweder vom Aequator nach den Polen oder von der Oberfläche nach der Axe der Erde fließt. Diese Meinung beruhte darauf, daß eine leitende Flüssigkeit, welche in einem ringförmigen Gefäße auf den Südpol eines Magnets steht, im Sinne eines Uhrzeigers rotirt, wenn sie einen elektrischen Strom entweder von unten nach oben, oder in radialer Richtung nach der Axe des Magnets leitet; und sie war der Gesichtspunkt, von welchem aus die darauffolgenden Betrachtungen der betreffenden Naturerscheinungen angestellt wurden.

Ich komme auf diesen Zusammenhang zwischen den Meeresströmungen und den magnetischen und elektrischen Eigenschaften der Erde, welchen, wie ich später gefunden habe, vor mir auch schon Ritchie vermuthet hat¹⁾, nach langer Zeit noch einmal zurück, weil sich experimentell eine Erscheinung darstellen läßt, welche mit den Meeresströmungen eine noch genauere Uebereinstimmung zeigt als die angeführten.

Setzt man in ein cylinderförmiges Glas von etwa 5" Höhe und $2\frac{1}{4}$ " inneren Durchmesser, welches mit Kupfervitriollösung gefüllt ist, ein Kupferblech, welches mit dem Zink einer Grove'schen Batterie verbunden ist und die innere Wand des Glases nur zum größten Theil bedeckt, so daß man die Flüssigkeit von der Seite sehen kann; stellt dann in die Axe des Glases einen Kupferblechcylinder von etwa $\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser, welcher mit dem Platin in Verbindung steht, und endlich in diesen ein Reagensglas, in welchem sich ein 3 Zoll langer Magnet befindet, so daß der Südpol oben und einen Zoll unter dem Niveau, der Nordpol aber unten und einen Zoll über dem Grund der Flüssigkeit ist: so sieht man von der Seite, daß sich die Flüssigkeit zwischen den Polen im Sinne eines Uhrzeigers,

1) Diese Annalen Bd. XXVII S. 554.

dagegen oberhalb des Südpols und unterhalb des Nordpols im entgegengesetzten Sinne bewegt.

Könnte man also nachweisen, daß in der Erde elektrische Ströme von der Axe nach der Oberfläche, das ist entgegengesetzt, wie ich sie früher angenommen, stattfinden; so wäre nicht nur für den Aequatorialstrom, sondern auch für die entgegengesetzten Ströme in den höheren Breiten die bewogende Kraft nachweisbar, und die letzteren brauchten nicht als Ausläufer des Aequatorialstroms angesehen zu werden, welche nur durch den Widerstand der Continente und die Rotation der Erde ihre Richtung erhalten.

Bei der im eigentlichsten Sinne des Wortes sehr oberflächlichen Beobachtung der elektrischen Ströme in der Erde ist freilich ein directer Nachweis so gerichteter Ströme kaum zu erwarten. Dagegen ist die Uebereinstimmung zwischen der Lage der Meeresströmungen bezüglich der magnetischen Pole der Erde und den experimentellen Bedingungen ganz gleicher Erscheinungen so groß, daß sie fast als ein Beweis für die Existenz radialer Erdströme nach der Oberfläche angesehen werden kann. Ich sehe darin, obwohl ich die elektrischen Zustände der Erde und ihrer Atmosphäre früher in einem andern Zusammenhange aufgefaßt habe, eine starke Aufforderung den elektrischen Proceß der Erde nach dieser Richtung ins Auge zu fassen. Wenn z. B. nachgewiesen werden könnte, daß der Sitz der elektromotorischen Kraft, wodurch die Atmosphäre positiv und die Erde negativ elektrisch wird, an der Gränze zwischen Luft und Erde ist, und daß das Gewitter nur der elektrischen Ausgleichung entspricht, welche der Scheibe einer Elektrisirmaschine entlang zwischen Reibzeug und Conductor vorkommt, während der regelmäßige elektrische Hauptstrom zwischen der Atmosphäre und den Gewitterzonen der Erde durch die obern dünnern Luftschichten, wie durch Geißler'sche Röhren über beide Pole geht, so wäre die Existenz jener radialen Ströme als eine nothwendige Folge dieser Erscheinungen bewiesen und somit

die Meeresströme mit den experimentellen Erscheinungen in volle Uebereinstimmung gebracht.

Ich glaube nicht, daß schon jetzt ein solcher Nachweis mit Bestimmtheit wird gegeben werden können, halte es jedoch für gerechtfertigt, die Aufmerksamkeit auf diesen Gegenstand zu lenken. Dabei dürfte für Jeden, der über dergleichen Erscheinungen »Die Lehre vom Galvanismus und Elektromagnetismus« von Wiedemann befragt, vielleicht die Bemerkung nützlich seyn, daß Hr. Wiedemann nach seinem Buche S. 128 und 129 des zweiten Bandes für die von mir beschriebene Vorrichtung die entgegengesetzte Bewegung folgern würde, wie aus Folgendem hervorgeht.

Indem Hr. Wiedemann vom Biot-Savart'schen Gesetz ausgeht, mit m den Magnetismus beider Pole eines senkrecht stehenden Magnets, mit i und dz die Intensität und Länge eines Stromelements, welches der Magnetaxe parallel und von oben nach unten gerichtet ist, mit r und r_1 die Entfernungen der Mitte des Elements vom Nord- und Südpol, und mit ϑ und ϑ_1 die Winkel bezeichnet, welche r und r_1 mit dem vom Scheitelpunkt aus durchströmten Theil der Strombahn bilden, giebt er für die Resultante der Wirkungen beider Pole auf das Stromelement den Werth

$$W = m i dz \left(\frac{\sin \vartheta}{r^2} - \frac{\sin \vartheta_1}{r_1^2} \right)$$

und nimmt die Rotationsrichtung im Sinne des Uhrzeigers, welche sich ergibt, wenn der Nordpol oben und $\frac{\sin \vartheta}{r^2} > \frac{\sin \vartheta_1}{r_1^2}$ ist, als die positive. Dadurch, daß er nun für ein Stromelement, welches mit der Axe des Magnets in einer Ebene liegt und auf jener senkrecht ist, ohne Rücksicht auf die Stromesrichtung die Winkel ϑ und ϑ_1 durch $90^\circ - \vartheta$ und $90^\circ - \vartheta_1$ ersetzt, erhält er

$$W = m i dz \left(\frac{\cos \vartheta}{r^2} - \frac{\cos \vartheta_1}{r_1^2} \right),$$

welcher Werth positiv ist, so lange $\frac{\cos \vartheta}{r^2} > \frac{\cos \vartheta_1}{r_1^2}$ ist. Dar-

aus schließt er »Fließt der Strom im Element gegen den Magnet hin und befindet sich derselbe so weit oberhalb des Poles N , daß $\frac{\cos \vartheta}{r^2} > \frac{\cos \vartheta_1}{r_1^2}$ ist, so ist der Ausdruck W positiv, das Element rotirt wiederum, von oben gesehen, im Sinne des Uhrzeigers Das Experiment giebt, wie schon bemerkt, die entgegengesetzten Bewegungen und muß sie geben, denn bei der gehörigen Berücksichtigung der Lage der Winkel ist, wenn der Strom nach der Axe des Magnets fließt, für ϑ und ϑ_1 , in die erste Formel $270^\circ + \vartheta$ und $270^\circ + \vartheta_1$, oder $-(90^\circ - \vartheta)$ und $-(90^\circ - \vartheta_1)$, dagegen wenn der Strom von der Axe des Magnets kommt, $90^\circ + \vartheta$ und $90^\circ + \vartheta_1$ einzusetzen, wodurch sich Formeln ergeben, welche mit dem Experiment übereinstimmen.

XIII. *Kleine Versuche über elektrische Erscheinungen; von F. C. Henrici.*

(Fortsetzung von Bd. 122, S. 636.)¹⁾

VI. D. Versuche mit verschiedenen organischen Substanzen.

Weitere Versuche über Wasserstoffentwicklung bei der Zersetzung organischer Substanzen im Wasser habe ich ausgeführt mit Fließpapier, Hollundermark, arabischem Gummi, Weizenstärke, Eiweiß und Leim, sämmtlich bei mäßiger Zimmerwärme. Alle diese Substanzen wurden in kleinen Mengen in mit destillirtem Wasser gefüllte Cylindergläser (Bd. 122, S. 644) gebracht und auch als Vergleichsflüssigkeit reines Wasser gebraucht. Nach einiger Zeit ruhigen

1) In dem Aufsatz Bd. 121, S. 489 befinden sich folgende sinnstörende Druckfehler:

S. 496, Z. 8 v. o. lies Aenderung

S. 503, Z. 3 v. u. lies bei 17° C. ein Minium, bei 100° C. dagegen

S. 508, Z. 3 v. o. lies Verdichtung des *Wasserstoffs*

Stehens erhielt ich in allen Fällen der Entwicklung von freiem Wasserstoff entsprechende Ablenkungen von übrigen verschiedener, überhaupt geringer Größe, wie es bei dem schwachen Leitvermögen des reinen Wassers und der mit äußerster Langsamkeit vor sich gehenden Zersetzung nicht anders seyn konnte. Am kleinsten waren diese Ablenkungen bei Fließpapier und Hollundermark, 2° bis 3° ; bei den übrigen Substanzen betrugen sie bis 14° ; die Pflanzefaser widersteht der Zersetzung am kräftigsten. Da alle diese Zersetzungen unter Wasser vor sich gingen, so wird außer reinem Wasserstoff auch Kohlenwasserstoff (Sumpfgas) ausgeschieden seyn, was bei der Frage nach der Herkunft des Wasserstoffs nicht unberücksichtigt bleiben darf. Wenn nämlich der Kohlenstoff der organischen Substanz bei deren Zersetzung vollständig in Kohlensäure umgewandelt würde, so würde dazu der Sauerstoff derselben lange nicht ausreichen und der Eintritt einer Wasserzersetzung wäre nicht zu bezweifeln. Da dieses in meinen Versuchen nicht der Fall gewesen seyn kann, so könnte vielleicht der frei gewordene Wasserstoff aus der organischen Substanz abstammen. Da aber dieser Wasserstoff größtentheils zur Bildung von Kohlenwasserstoff verwandt seyn wird, von welchem eine merkliche galvanische Wirkung auf Platin keineswegs anzunehmen ist, außerdem aber die Bildung freier Säure unzweifelhaft stattgefunden hat, so wird die Herkunft des in der Versuchsflüssigkeit vorhandenen, durch seine galvanische Wirkung sich offenbarenden freien Wasserstoffs aus einer stattgehabten Wasserzersetzung um so weniger zu bezweifeln seyn, da diese, meinen Versuchen zufolge, durch sauerstoffanziehende Substanzen, leicht hervorgerufen wird.

In Betreff der erwähnten freien Säure habe ich einige Versuche mit Weizenstärke angestellt. Als dieselbe mit reinem Wasser übergossen worden, zeigte ein darin eingesenkter Streifen Lackmuspapier schon nach kurzer Zeit eine schwache Röthung; diese Reaction war rasch und kräftig, als nach längerer Zeit die Stärke in erkennbare

Zersetzung übergegangen war. Stärke mit Kalkwasser übergossen zeigte keine saure Reaction und der gut ausgewaschene Bodensatz keinen Gehalt an Kalkerde.

Ein Gemenge von Stärke und Kreidepulver mit reinem Wasser übergossen zeigte nach längerem Stehen (im Dunkeln) eine mäßige Röthung des Lackmuspapiers und ein langsames Aufsteigen von Luftbläschen und deren reichliche Anhäufung an der Oberfläche des Wassers; beim Abziehen des festschließenden Korks entstand ein lebhaftes Puffen und die Flüssigkeit (klar filtrirt) wurde durch oxalsaures Kali reichlich gefällt, durch Chlorbarium getrübt. In Stärkewasser, welches die Röthung des Lackmuspapiers rasch und kräftig bewirkte, verschwand diese Einwirkung vollständig, als ein wenig Kalkwasser hinzugeschüttet wurde und ein in Stärkewasser stark geröthetes Lackmuspapier verlor die Röthe durch Austrocknen nicht. Als ein Digestirglas, welches Stärke und Wasser enthielt, mit einem zweimal gebogenen dünnen Gasleitungsrohr versehen und dessen äußeres Ende auf den Boden eines mit Kalkwasser gefüllten kleinen Glaszylinders (unter Korkverschluss) eingesetzt worden, trat nach einiger Zeit eine langsame aber dauernde Gasentwicklung ein und der Boden des Glaszylinders bedeckte sich mit einem weißen Niederschlag von kohlensaurer Kalkerde. Aus der Gesamtheit dieser Wirkungen scheint deutlich hervorzugehen, daß bei der Zersetzung der Stärke (und wohl ohne Zweifel auch anderer organischer Substanzen) unter Wasser zwei freie Säuren, Kohlensäure und noch eine andere Säure, welche mit Kalkerde ein lösliches Salz bildet, gebildet werden. Bereits früher hatte ich gelegentlich wahrgenommen, daß das Wasser, mit welchem zerdrückte Samen von Getreide und Hülsenfrüchten, Reismehl etc. übergossen worden, das Lackmuspapier röthete.

Hinsichtlich der durch organische Substanzen bewirkten Reduction des Silbers aus seiner salpetersauren Lösung, welche ich der Reduction der Salpetersäure zu salpetriger Säure durch den frei werdenden Wasserstoff zugeschrieben

habe, würde es sich fragen, ob dieselbe auch durch Kohlenwasserstoff bewirkt werde? Versuche darüber dürften schwierig seyn, da die luftförmigen Kohlenwasserstoffe kaum ohne Beimischung von Wasserstoffgas zu erhalten sind, was namentlich beim Leuchtgas der Fall ist, welches sonst in genügender Menge zur Hand wäre. In meinen Versuchen wird übrigens die Gegenwart freien Wasserstoffs nicht zu bezweifeln seyn.

Im Verlauf der in Rede stehenden Versuche habe ich das Auftreten von salpetriger Säure unter Umständen wahrgenommen, welche mir Beachtung zu verdienen scheinen. Ich hatte mir einen wässerigen Auszug der Sägespäne von lufttrocknem Buchenholz bereitet, mit Benutzung der mäßigen Wärme meines Zimmerofens. Die galvanische Prüfung dieses bräunlich gefärbten Auszuges mit Hülfe zweier Platindrähte liefs darin die allmähliche Entwicklung freien Wasserstoffs, wie früher schon, erkennen. Ich kam nun zufällig auf den Gedanken, die Flüssigkeit auf einen Gehalt an salpetriger Säure zu prüfen, wozu ich das von Hrn. Schönbein mit so vielem Erfolge angewandte Verfahren benutzte. Demgemäß wurde eine kleine Menge der Flüssigkeit in ein Probirglas geschüttet; dazu ein Körnchen Iodkalium und ein wenig Stärkewasser gethau und zuletzt einige Tropfen verdünnter Schwefelsäure zugesetzt. Augenblicklich entstand in der Flüssigkeit eine tiefblaue Färbung und damit war die Gegenwart salpetriger Säure in derselben offenbar. Da die Flüssigkeit bereits einige Tage gestanden hatte, so bereitete ich einen frischen Aufguss von denselben Sägespänen und prüfte diesen sofort auf die angegebene Weise, fand aber nichts oder etwa eine sehr schwache Spur von Färbung. Bei einer neuen Prüfung am nächstfolgenden Tage war jedoch schon eine deutlichere Reaction zu bemerken und sie nahm dann in den folgenden Tagen an Stärke rasch zu. Zu diesem Vorgang scheint ein fortdauernder Luftzutritt nicht erforderlich zu seyn; denn als ich von frisch bereitetem Aufguss etwas in ein Gläschen schüttete, dieses mit einem gefetteten Kork ver-

schloß und den Inhalt von Zeit zu Zeit prüfte, zeigte derselbe von dem an der Luft gestandenen Aufguss sich in keiner Weise verschieden. Die fragliche Reaction erfolgte sowohl, wenn der Aufguss von den Sägespänen abgossen worden, als auch wenn er darauf stehen geblieben war.

Was nun den Ursprung der salpetrigen Säure in dem Aufguss betrifft, so lag der Gedanke nahe, daß dieselbe etwa durch Reduction eines geringen Gehalts von Salpetersäure im Buchenholze entstanden seyn könne. Ich versuchte demnach, einen Gehalt von Salpetersäure in frisch bereiteten Auszügen von Sägespänen durch Behandlung derselben mit einem Zinkstreifen und einigen Tropfen verdünnter Schwefelsäure und durch nachfolgende Prüfung mit Iodkaliumstärke zu entdecken; alle Versuche dieser Art blieben aber ohne Erfolg und ich kann daher nicht zweifeln, daß die fragliche Bildung der salpetrigen Säure mit der allmählichen Zersetzung des Aufgusses in bestimmter Weise zusammenhänge.

Die Dauer desjenigen Zustandes der Aufgüsse, in welchem sie eine kräftige Reaction zeigten, war verschieden; in einigen Fällen blieb diese Reaction schon nach mehreren Tagen aus, in andern habe ich sie viele Wochen lang beobachtet. Bei einer wiederholten mikroskopischen Untersuchung der Aufgüsse letzter Art konnte ich anfangs nichts anderes als einzelne Trümmer von Holzzellen darin entdecken. Aber im weiteren Verlauf erkannte ich, daß aus dem dünnen bräunlichen Ueberzug, welcher sich auf dem Boden des die Flüssigkeit enthaltenden Glases abgesetzt hatte, allmählich ein leichtes zelliges Gebilde von schwammiger Beschaffenheit und lichtbräunlicher Farbe emporwuchs. Unterm Mikroskop erschien dasselbe als eine bloße Anhäufung unzähliger anscheinend gleichartiger Zellen, und ich möchte daher nach seiner ganzen Erscheinung glauben, daß das Gebilde eine Algenform gewesen sey. Die blaue Reaction der Flüssigkeit blieb während des Wachstums dieses pflanzlichen Gebildes zunächst un-

verändert, verschwand aber vollständig, als nach einiger Zeit aus dem Gebilde zarte grüne Fäden emporwuchsen, womit gleichzeitig zahlreiche Luftbläschen in der schwammigen Masse erschienen und aus derselben in die Höhe stiegen. Ohne Zweifel bestanden diese Bläschen aus Sauerstoff und es entstand daher die Frage, ob in der Flüssigkeit statt der verschwundenen salpetrigen Säure jetzt vielleicht Salpetersäure sich finden möge? Hierauf gerichtete Versuche ergaben aber nur ein negatives Resultat.

Wodurch wurde nun die in Frage stehende Bildung der salpetrigen Säure veranlaßt? Sollte der stattgehabte Vegetationsproceß sie bewirkt haben können? In manchen Fällen trat freilich auch ohne einen solchen die charakteristische blaue Färbung ein, dann aber immer nur auf kurze Zeit, so daß man denken könnte, in solchen Fällen habe der fragliche Vegetationproceß wohl begonnen, sey aber gestört worden, und das anfangs gebildete salpetrigsaure Salz (Ammoniak?) sey durch Verdunstung verschwunden. Ich muß hierbei noch bemerken, daß die Auszüge, in welchen der Vegetationsproceß beobachtet worden, mit Spänen von solchem Holze bereitet waren, welches bereits ein Jahr lang an der Luft gelegen hatte; in Auszügen, welche mit Spänen von frisch gefälltem Buchenholz bereitet worden, habe ich die blaue Reaction zwar auch erhalten, aber nur auf kurze Zeit und den angegebenen Vegetationsproceß nie beobachtet.

Bekanntlich enthalten viele Verbrennungsproducte salpetrigsaures Ammoniak¹⁾, dessen Bildung durch einen Vegetationsproceß unmöglich ist. Aber die Zersetzung organischer Substanzen unter Wasser ist nicht mit der trocknen Verbrennung derselben zu identificiren. Die in der Buchenkohle enthaltene salpetrige Säure kann übrigens auch

1) Sehr kräftige blaue Reactionen habe ich (durch die Prüfung mit Iodkaliumstärke) bei frisch aus meinem Windofen genommener Buchenkohle, Ruß und Asche erhalten; sie blieben aber aus, wenn diese Substanzen erst nach längerem Verweilen an der Luft der Prüfung unterworfen wurden, das flüchtige Salz also entwichen war.

nicht durch eine Reduction von Salpetersäure während der Verbrennung des Buchenholzes entstehen, da dieses nach meinen Versuchen keine Salpetersäure enthält. Eine solche Reduction der Salpetersäure in Glühwärme kann jedoch, so paradox sie auch bei salpetersauren Salzen erscheinen mag, unter Umständen wirklich stattfinden; so habe ich bei wiederholten Prüfungen des Pulvers von frisch zerstoßenem weißem Glase, welches mit schwach schwefelsaurem Wasser ausgelaugt wurde, ohne Ausnahme die Reaction der salpetrigen Säure erhalten, die in diesem Falle nur aus dem Salpeter, welche der zu schmelzenden Masse für weißes Glas zugesetzt wird, durch Reduction der Salpetersäure während des glühenden Flusses entstanden seyn kann.

Um den erörterten Versuchen eine größere Ausdehnung zu geben, habe ich mir wässerige Auszüge von Buchenrinde, Torfgrus, Gartenerde und verwelkten Blättern bereitet und mit denselben ebenfalls die Prüfung auf salpetrige Säure vorgenommen, aber darin auch bei oft wiederholten und lange fortgesetzten Prüfungen keine Spur von salpetriger Säure entdecken und auch den oben beschriebenen Vegetationsprocess nicht wahrnehmen können, was anzudeuten scheint, daß diese Flüssigkeiten für die Entwicklung des bezeichneten pflanzlichen Gebildes, dessen Keime nicht gefehlt haben werden, nicht geeignet waren. Auch die Auszüge von Buchensägespänen, welche, in mäßig feuchtem Zustande längere Zeit der Luft ausgesetzt, allmählich in Verwesung übergegangen waren (wie die Bräunung derselben erkennen liefs), zeigten bei der Prüfung mit Iodkaliumstärke niemals eine Bläuung.

Nach länger als Jahresfrist habe ich die in Rede stehenden Versuche mit denselben Sägespänen (von denen ich einen größeren Vorrath aufbewahrt hatte) wiederholt und die nämlichen Erfolge wie früher erhalten; Täuschungen können also wohl nicht stattgefunden haben.

E. Versuche mit Schwefelmetallen.

Zu den unter B. angegebenen Fällen von Oxydation durch Wasserersetzung habe ich noch einen kleinen Nach-

trag zu liefern, nämlich die Ergebnisse von Versuchen mit einigen Schwefelmetallen. Diejenigen Schwefelmetalle, welche im lufttrocknen Zustande eine Ausscheidung von Schwefelwasserstoff durch den Geruch wahrnehmen lassen, geben schon dadurch eine durch sie veranlasste Wasserzersetzung zu erkennen, da der entweichende Wasserstoff nur aus einer Zersetzung des von denselben verdichteten atmosphärischen Wassers herrühren kann. Bei der galvanischen Prüfung der Lösungen solcher Schwefelmetalle erhielt ich auch mehr und minder aussehnliche, dem in der Lösung vorhandenen freien Wasserstoff entsprechende Ablenkungen der Galvanometernadel.

Die Lösung des Fünffach-Schwefelkaliums in reinem Wasser ist eine sehr negative Flüssigkeit und sollte daher einen mit ihr in Berührung kommenden Platindraht kräftig positiv elektrisch machen. Davon ist aber nichts wahrzunehmen; der Draht wird umgekehrt kräftig negativ elektrisch. Als ich Stückchen von Fünffach-Schwefelkalium in reines Wasser brachte, und dieses mit sehr verdünnter neutraler oxalsaurer Kalilösung durch zwei Platindrähte und Papierstreifen galvanisch verband, trat sofort eine Ablenkung ein, welche eine negative Erregung des in der Lösung befindlichen Platindrachts, also die Gegenwart freien Wasserstoffs darin anzeigte. Die Ablenkungen stiegen bei zunehmender Zersetzung der Lösung mit jedem Tage und erreichten nach einiger Zeit ein Maximum von 70° . Gleichwohl geht die Zersetzung nur sehr langsam vor sich. Während derselben hob sich der in äußerst feiner Zertheilung ausgeschiedene Schwefel aus der Tiefe allmählich in die Höhe, bildete daselbst zuerst eine wolkige Trübung und später ein zusammenhängendes Häutchen auf der Oberfläche. Als ich Stückchen von Fünffach-Schwefelkalium in verdünnter Lösung von neutralem oxalsaurem Kali sich lösen ließ, erhielt ich Ablenkungen bis zu $90^\circ +$ bei der galvanischen Prüfung.

Dem Fünffach-Schwefelkalium gleich, verhalten sich (meinen älteren Versuchen zufolge) auch die übrigen

Schwefelungsstufen des Kali; die Lösungen derselben machen ebenfalls einen in sie eingesenkten Platindraht negativ elektrisch, eine nothwendige Folge des darin stattfindenden gleichen chemischen Vorgangs. Dadurch wird übrigens die den fraglichen Lösungen an sich zukommende galvanische Wirkung auf Platin nur verdeckt; denn als ich die Lösungen von Dreifach- und Einfach-Schwefelkalium einerseits durch Leinenstreifen und andererseits durch zwei Platindrähte mit einander verband, erhielt ich ansehnliche Ablenkungen im Sinne jener Wirkungen, welche nur dadurch hervortreten konnten, daß die gleichen galvanischen Wirkungen des Wasserstoffs auf beide Platindrähte durch ihre entgegengesetzte Richtung sich aufhoben.

Einfach-Schwefelcalcium in reinem Wasser bewirkte Ablenkung von nur 15° , Folge seiner geringen Löslichkeit.

Schwarzes Schwefeleisen liefs in reinem Wasser keine Zersetzung erkennen; nach Zusatz eines Körnchens von neutralem oxalsaurem Kali erfolgten Ablenkungen bis zu 12° in der zu erwartenden Richtung. In sehr verdünnter Aetzkalilösung (in beiden Gläsern) stiegen die Ablenkungen auf 17° .

Auch Schwefelantimon liefs in reinem Wasser keine Zersetzung wahrnehmen, in sehr verdünnter Aetzkalilösung aber bewirkte es Ablenkungen bis zu 75° in der dem frei werdenden Wasserstoff entsprechenden Richtung.

V. Ueber die positiv elektrische Erregung des Platins in destillirtem Wasser.

Hinsichtlich dieser Erregung fragt es sich, ob sie vom Wasser selbst oder von den darin gelösten Gasen oder auch von beiden herrühren möge? Wiederholte, mit möglichster Sorgfalt von mir ausgeführte Versuche, haben das letztere ergeben. Zwei kleine Cylindergläser wurden mit demselben destillirten Wasser, das eine mit dem Wasser, wie es an der Luft gestanden, das andere nach stundenlangem Kochen desselben, gefüllt, durch einen schmalen

Streifen dicken Fließpapiers ¹⁾ verbunden und dann mittelst zweier wohlgereinigter Platindrähte geprüft. Das constante Ergebniss aller, mit wiederholter Umwechselung der Drähte ausgeführter Versuche, war eine kleine Ablenkung der Galvanometernadel von reichlich $\frac{1}{2}^{\circ}$ in Folge einer positiven Erregung des im ungekochten Wasser befindlichen Platindrahts. Wenn man erwägt, wie schwierig die Entfernung kleiner Luftmengen aus dem Wasser durch Kochen ist, so wird, dem erhaltenen Versuchsergebniss zufolge, die galvanische Wirkung der im destillirten Wasser enthaltenen Luft auf Platin nicht zweifelhaft erscheinen. Um zu sehen, ob auch das Wasser an sich elektromotorisch auf Platin wirke, benutzte ich die Methode des ungleichzeitigen Einsenkens der Platindrähte in lufthaltiges Wasser: und um dabei die störende Einwirkung eines möglicherweise vorhandenen, wenn auch noch so geringfügigen Mangels an Homogenität der bestens gereinigten Platindrähte zu umgehen, liess ich den einen Draht unberührt im Wasser stehen und senkte den andern ein, nachdem er entweder durch scharfes Abreiben zwischen mit Bimspulver bestreutem feinem weissem Leder von den anhaftenden Gasen befreit, oder nachdem er durch Aussetzen an die Luft blofs getrocknet war. Der gleichbleibende Erfolg solcher abwechselnden Versuche war (bei deren häufigster Wiederholung) der Eintritt von gleichgerichteten Ablenkungen in beiden Fällen, im ersten Falle von reichlich 2° , im letzten von nur 1° . Hiernach übt also auch das destillirte Wasser an sich eine schwache elektromotorische Wirkung auf Platin aus, welche etwa die Hälfte der Gesamtwirkung beträgt. Beide Wirkungen sind freilich äusserst geringfügig, was von der Wirkung des Sauerstoffs, der vom Platin so reichlich an dessen Oberfläche verdichtet wird, allerdings höchst auffallend erscheint, wie ich es auch im Vorigen (III) bereits gelegentlich hervorgehoben habe.

Göttingen, Nov. 1865.

1) Randabschnitte vom Kupferstichen sind sehr brauchbar dazu.

XIV. Zur Berechnung der Mikroskop-Vergrößerung; von Dr. Francis Place.

Das soeben ausgegebene dritte Heft des ersten Bandes der dies-jährigen Annalen bringt auf Seite 455 bis 461 eine Abhandlung von Hrn. Dr. Arndt: über die theoretische Berechnung der Vergrößerung beim Mikroskop; möge es mir gestattet seyn, hier einige Bemerkungen zu derselben zu äußern.

Wenn zunächst Hr. Dr. Arndt sagt, er habe selbst in ausführlichen Werken die Theorie des Mikroskopes entweder gar nicht oder nur andeutungsweise behandelt gefunden, so dürfte denn doch eine ganze Reihe von Schriften namhaft zu machen seyn, welche diese Theorie — zum Theil sehr ausführlich — enthalten. Mit ganz vorzüglicher Schärfe findet man z. B. dieselbe entwickelt im »Mikroskop« von Nägeli und Schwendener¹⁾. Hier werden — unter Zugrundelegung der »dioptrischen Untersuchungen« von Gauß — die Cardinalpunkte (Hauptpunkte und Brennpunkte) für ein von Luft umgebenes, centrirtes Linsensystem berechnet (S. 9 bis 21), die Resultate werden hierauf (S. 22 bis 34) zur Berechnung der Cardinalpunkte eines aus drei achromatischen Linsen zusammengesetzten Objectivsystems, sowie eines vollständigen Mikroskopes angewendet, woraus sich dann die Vergrößerung desselben mit der äußersten Genauigkeit ergibt. Anstatt die Krümmungsradien der brechenden Flächen zu messen und aus diesen und dem (selten genau bekannten) Brechungsindex die Cardinalpunkte zu berechnen, ist es in der Praxis vorzuziehen, die letzteren aus einer Reihe zweckmäßig angestellter Beobachtungen direct abzuleiten. Die hierzu erforderlichen Beobachtungen und Rechnungen sind S. 170 bis 181 angezeigt; dieselben führen mit einer Genauigkeit zum Ziele, die gar nichts zu wünschen übrig läßt, man kann bei hinreichender Sorgfalt überall recht wohl $\frac{1}{2}$ Proc. verbürgen, so daß es sich fast komisch ausnimmt, wenn es dazwischen heißt: eine so große Genauigkeit sey ganz und gar überflüssig, es sey vollkommen gleichgültig, ob die Vergrößerungsziffer um ein Paar Einheiten höher oder niedriger ausfalle.

1) Das Mikroskop, Theorie und Anwendung desselben, von C. Nägeli und S. Schwendener. 1865. Leipzig bei Engelmann.

So unrichtig es nun einerseits war, wenn Hr. Dr. Arndt sagte, eine gute Theorie des Mikroskops finde sich nirgends, so wenig dürften andererseits seine Formeln zweckmäßig, das heißt, anschaulich und zur Berechnung bequem, seyn. Will man das vorhin von der überflüssigen Genauigkeit Gesagte gelten lassen und dem entsprechend die Glasdicken vernachlässigen, also die Hauptpunkte jeder Linse als in deren optischem Centrum zusammenfallend ansehen ¹⁾, so hat man doch noch zu beachten, daß die der Vergrößerungsziffer zu Grunde gelegte Normalsehweite durchaus nicht die persönliche Sehweite des Beobachters zu seyn braucht, und daß zwischen dem optischen Centrum der Ocularloupe und dem Kreuzungspunkt im Auge des Beobachters ein sehr ansehnlicher Zwischenraum bleibt ²⁾, dessen Nichtbeachten Fehler von 5 bis 10 Proc. hervorrufen kann. Das Auge darf also nicht etwa (wie Hr. Dr. Arndt auf S. 456 sagt) »dicht am optischen Mittelpunkt des Augenglases« gedacht werden, alle unter dieser Annahme aufgestellten Formeln sind unrichtig. Ferner wird die Voraussetzung, das Ocular solle vom Collectiv um $\frac{3a+c}{3}$ abstehen, zu einer unzulässigen und lästigen Beschränkung, denn erstens ist dieselbe beim Campani'schen Ocular keineswegs immer und beim Ramsden'schen natürlich nie erfüllt, und zweitens macht sie die Formel nicht einfacher (vergleiche die letzten Worte auf S. 455), sondern im Gegentheil complicirter. Endlich gewinnen derlei Formeln sehr an Anschaulichkeit und nehmen eine zur numerischen Berechnung viel bequemere Gestalt an, wenn man besondere Hülfsgrößen einführt.

Aus diesen Gründen halte ich eine Betrachtungsweise für vorzüglicher, welche ich bereits im Frühjahr 1859 in Reichert und Du-Bois-Reymond's Archiv für Anatomie usw. veröffentlicht habe, und die ich — da über Mangel an einer Theorie geklagt wird — hier im Auszug wiederhole:

Die Vergrößerung eines Mikroskops bestimmt sich durch

- 1) Die fast ausschließlich angewandte *Planoconvex*-Linse hat ihr optisches Centrum sehr nahe am Schnittpunkt der gewölbten Fläche mit der optischen Axe.
- 2) Der Kreuzungspunkt liegt etwa 8 Millimeter hinter der Vorderfläche der Hornhaut; bringt man das Auge so nahe an das Ocular, wie man kann, ohne daß die Wimpern dasselbe berühren, so ist der Kreuzungspunkt von der Oberfläche des Glases mindestens 15 Millimeter, vom optischen Centrum desselben noch mehr, entfernt.

einen Bruch, dessen Zähler diejenige GröÙe ist, die das Object haben müÙte, um aus 250 Millimeter Entfernung dem Auge ebenso groÙ zu erscheinen, wie das im Mikroskop gesehene Bild, während der Nenner die wahre GröÙe des Objectes ist.

Empirisch kann man die VergröÙerung bestimmen durch Abzeichnen des Bildes einer Mikrometertheilung vermittelt der Camera lucida oder durch gleichzeitige Anwendung beider Augen; im letzteren Falle muÙ man das Mikrometer so drehen, daÙ dessen Striche mit der Verbindungslinie beider Augen parallel laufen.

Ist dann:

- | | | |
|---|---|-------------------|
| d die Distanz der Theilstriche auf dem Mikrometer | } | beliebige Einheit |
| D die Distanz der Theilstriche auf der Zeichnung | | |
| W der Lichtweg von der Zeichnung bis zum Kreuzungspunkt im Auge. (In Millimetern) | | |
| V die VergröÙerung, | | |

so ist:

$$V = \left(\frac{D}{d}\right) \cdot \left(\frac{250}{W}\right).$$

Theoretisch kann man die VergröÙerung bestimmen durch Berechnung der Lage und GröÙe der physischen und virtuellen Bilder aus den gegebenen Brennweiten und Abständen der Gläser. Geht man von dem Falle einer einfachen Loupe aus, so sey:

- | | | |
|---|---|---|
| a die Brennweite der Loupe | } | vom optischen Centrum der Loupe aus gemessen, |
| g die Distanz des betrachteten Gegenstandes | | |
| w die Distanz des (virtuellen) Bildes | | |
| n die Normalsehweite (also 250 Millimeter) | } | vom Kreuzungspunkt im Auge aus gemessen, |
| p die persönliche Sehweite des Beobachters | | |
| k die Distanz des optischen Centrons der Loupe vom Auge | | |

so ist zuerst:

$$w = \frac{a \cdot g}{a - g}$$

und

$$w = p - k,$$

woraus folgt:

$$g = \frac{a \cdot (p - k)}{a + (p - k)}.$$

Offenbar ist die auf die Normalsehweite reducirte Vergrößerung $= \frac{n}{p} \cdot \frac{v}{g}$ also:

$$V = \frac{n}{p} \cdot \left(\frac{a + p - k}{a} \right)$$

wofür man zweckmäßiger schreibt:

$$V = \frac{n}{a} + \frac{n}{p} \left(\frac{a - k}{a} \right).$$

Dieses ist die wahre Formel für die Vergrößerung einer Loupe, aus ihr sieht man sofort (was oft sehr unständlich bewiesen wird) daß die Vergrößerung nur dann von der persönlichen Sehweite des Beobachters unabhängig ist, wenn sich das Auge im zweiten Brennpunkt der Loupe befindet; dann ist $k = a$ und also $V = \frac{n}{a}$. Die ungemein verbreitete Formel: $V = \frac{n + a}{a}$ (die auch auf S. 456 angenommen

wird) setzt $n = p$ und $k = 0$ voraus, wovon das letztere unmöglich ist, wodurch eben die Formel unrichtig wird.

Unter Beibehaltung der Werthe n, p, k sey nun:

a die Brennweite der Ocular-Linse,

b „ „ „ Collectiv-Linse,

c „ „ „ Objectiv-Linse (resp. Systems¹⁾),

d die Entfernung des Oculars vom Collectiv,

e „ „ „ Collectivs vom Objectiv,

man berechnet dann die Hilfsgrößen²⁾:

$$x = d - \frac{a \cdot (p - k)}{a + (p - k)}$$

$$z = e + \frac{b \cdot x}{b - x}$$

und erhält die Formel:

$$V = \left[\frac{n}{a} + \frac{n}{p} \left(\frac{a - k}{a} \right) \right] \cdot \left[\frac{b - x}{b} \right] \cdot \left[\frac{z - c}{c} \right].$$

Das erste Glied derselben ist die Vergrößerung durch das Ocular, das letzte ist die Vergrößerung durch das Ob-

1) Im oben genannten Aufsatz habe ich die drei Objectiv-Linsen einzeln behandelt, im vorliegenden habe ich sie zusammengefaßt, theils der Kürze halber, theils um mich der Arndt'schen Bezeichnungsart zu nähern.

2) Von diesen Hilfsgrößen ist x der Abstand des durch Objectiv und Collectiv zusammen bewirkten Bildes vom Collectiv und z der Abstand des Objectivs von dem durch dieses allein hervorgebrachten Bilde. Die Herleitung unserer Formeln liegt ganz und gar auf der Hand und ist in der That nichts, als eine 2 — 3 Mal wiederholte Anwendung der bekannten (auch auf S. 455 zu Grunde gelegten) Fundamentalformel.

jectiv; das mittlere, welches die Vergrößerung durch das Collectiv darstellt, ist beim Campani'schen Ocular kleiner, beim Ramsden'schen größer, als 1. Nimmt man das Collectiv ganz fort, so wird b unendlich, wodurch $z = (e + x)$ und $\left(\frac{b-x}{b}\right) = 1$ wird; beim Ramsden'schen Ocular wird x negativ. Ist diese Formel schon durch diese Allgemeinheit der Arndt'schen überlegen, so dürfte dieses hinsichtlich ihrer unvergleichlich größeren Uebersichtlichkeit und Bequemlichkeit in noch weit höherem Grade gelten.

Nach der hier gewählten Bezeichnung ist für die auf S. 460 beschriebenen Vergrößerungen gegeben (in Millimetern):

	I.	II.	III.	IV.
a	$33\frac{1}{2}$	25	20	$13\frac{1}{2}$
b	60	45	36	30
c	40	40	40	40
d	$53\frac{1}{2}$	40	32	$23\frac{1}{2}$
e	$166\frac{2}{3}$	180	168	$196\frac{2}{3}$

Setzt man $p = n = 250$ und $k = 20$, so berechnet man:

	I.	II.	III.	IV.
x	24,22	17,45	13,60	10,73
z	207,28	208,50	209,86	213,37
Ocular-Vergr.	7,90	10,20	12,50	18,25
Collectiv-Vergr.	0,596	0,618	0,622	0,642
Objectiv-Vergr.	4,18	4,21	4,25	4,33
V	19,7	26,5	33,0	50,7

Wenn die Verhältnisse dieser Gesamtvergrößerungen von denen, die Hr. Dr. Arndt durch zahlreiche, directe Messungen gefunden (S. 461), noch immer um etwa 4 Proc.¹⁾ abweichen, so kann ich nicht umhin, die gegebenen Abstände und Brennweiten mit einigem Mißtrauen anzusehen. Bei hinreichend scharfer Messung (vom optischen Centrum aus) würden, meine ich, statt der ganzen, runden Zahlen gewiß einige, nicht zu vernachlässigende Brüche auftauchen, doch steht mir hierüber ein bestimmtes Urtheil natürlich nicht zu.

Neudietendorf bei Gotha, im April 1866.

- 1) Bei genauester Messung der Brennweiten und Abstände und der Größen p und k stimmen die theoretisch und empirisch gefundenen Vergrößerungssiffern bei mir jederzeit innerhalb 1 Proc. überein.

Fig. 2.

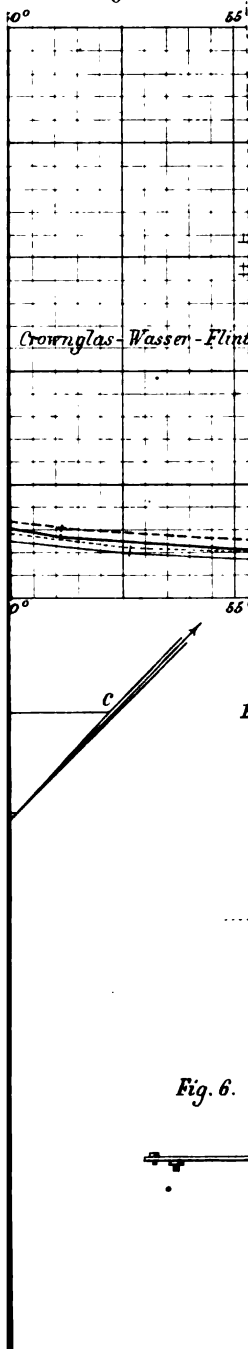
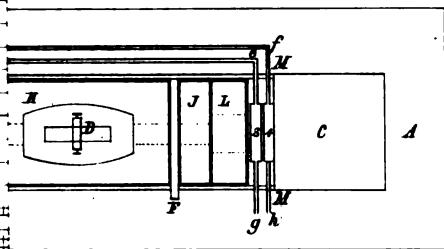


Fig. 12.



Tafel I.

Crown-Glas-Wasser-Flint

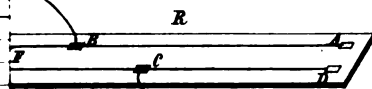


Fig. 14.

Fig. 13.

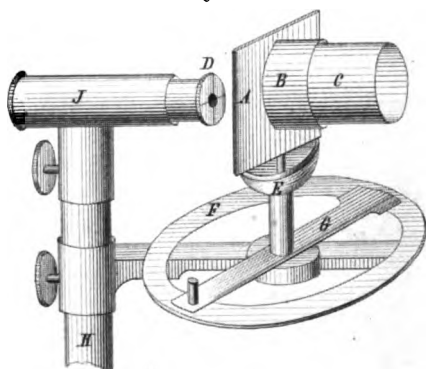
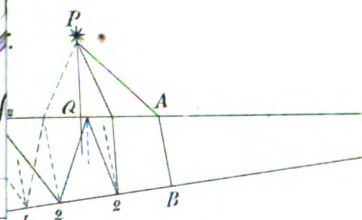
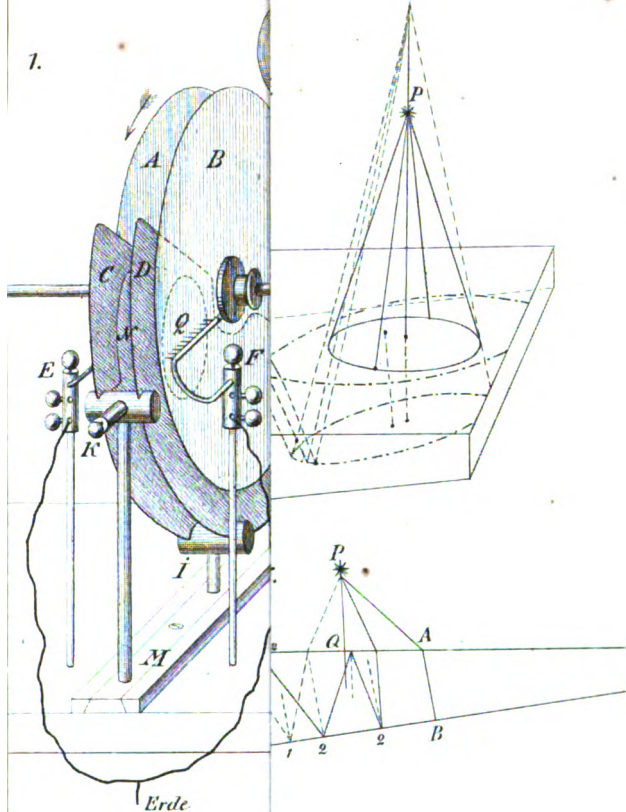


Fig. 6.

1.



6.

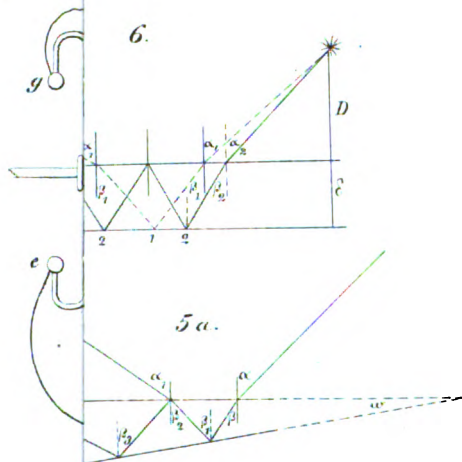


Fig. 2.

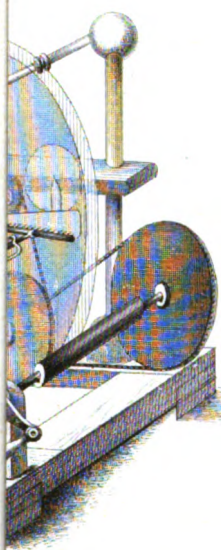


Fig. 3.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



